

## طراحی مدل زمانبندی حرکت قطار برای حداقل سازی زمان سفر مسافر با در نظر گرفتن عدم قطعیت (مطالعه موردی: متروی تهران)

مقاله علمی - پژوهشی

زینب حاجی زمانی، دانشجوی دکتری، دانشکده مدیریت، اقتصاد و مهندسی پیشرفت، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

حامد آشنایی، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

هادی صاحبی\*، دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

\*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: hadi\_sahebi@iust.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۳/۰۳/۱۱ - پذیرش: ۱۴۰۳/۱۱/۰۱

صفحه ۲۰۲-۱۹۱

### چکیده

تعیین زمان توقف ورود در سیستم مترو یکی از مسائل مهم در بهینه‌سازی جدول زمان‌بندی قطارها است. یک جدول زمان‌بندی مناسب باعث می‌شود که قطارها و منابع به شکل مؤثرتری عمل کنند و در نتیجه زمان انتظار مسافران کاهش یابد. این مقاله یک مدل بهینه‌سازی جدول زمان‌بندی را برای کاهش زمان سفر مسافران پیشنهاد می‌دهد. در این مدل، حرکت قطار بین دو ایستگاه به سه مرحله تقسیم شده است: مرحله شتاب‌گیری، مرحله حرکت با سرعت ثابت و مرحله ترمزگیری که برای زمان حرکت در این سه مرحله از اعداد تصادفی استفاده می‌شود. زیرا قطارها همیشه در ایستگاه‌های شلوغ تأخیرهای تصادفی دارند. در ابتدا، ما یک مدل برنامه‌ریزی صحیح تصادفی با فاصله و زمان توقف فرموله می‌کنیم. سپس، رویکرد برنامه‌ریزی نامشخص مبتنی بر سناریو برای ساده‌سازی استفاده می‌شود. در نهایت، مثال‌های عددی برای سیستم متروی تهران انجام می‌شود. الگوریتم ژنتیک برای یافتن راه‌حل بهینه مدل استفاده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که این مدل می‌تواند زمان انتظار مسافران را در مقایسه با جدول زمان‌بندی فعلی کاهش دهد.

واژه‌های کلیدی: زمانبندی حرکت، سیستم متروی تهران، کاهش زمان انتظار، الگوریتم ژنتیک

### ۱-مقدمه

زمانی نامی با گذشت زمان افزایش می‌یابد و عملیات سایر قطارها را مختل می‌کند (Van Breusegem et al., 1991). عملیات راه‌آهن معمولاً در چهار سطح برنامه‌ریزی می‌شود: استراتژیک، تاکتیکی، کنترل عملیاتی و کنترل در زمان واقعی. عملیات استراتژیک سیاست‌ها و تصمیمات بلندمدت را بررسی می‌کند. عملیات تاکتیکی به‌صورت سالانه، ماهانه یا هفتگی توسعه می‌یابد. کنترل عملیاتی و کنترل در زمان واقعی هر گونه انحراف بین جدول زمانی نامی و جدول زمانی موجود را حفظ می‌کند (Najafi et al., 2017). تلاش‌های زیادی برای تنظیم یک جدول زمانی مطلوب که برای بهبود کارایی این سیستم‌ها بسیار مفید است، انجام شده است. جدول زمانی مستنداتی است که

سیستم مترو یا سیستم زیرزمینی یکی از اصلی‌ترین سیستم‌های حمل و نقل مسافری است. این سیستم نقش مهمی در سیستم‌های حمل و نقل عمومی ایفا می‌کند و معمولاً در تونل‌های زیرزمینی قرار دارد. این سیستم به‌ویژه در مناطق کلان‌شهری یک بازیگر کلیدی است و ستون فقرات خدمات حمل و نقل عمومی محسوب می‌شود. کیفیت خدمات توسط شرکت‌های راه‌آهن ملی مورد توجه قرار می‌گیرد و شامل مواردی مانند قابلیت اعتماد، اطمینان، همدلی، ملموس بودن و پاسخگویی است (Farajpour et al., 2017). زمان انتظار یکی از مهم‌ترین چالش‌هایی است که می‌تواند در دسته خدمات قابل اعتماد قرار گیرد. خطوط مترو به‌طور ذاتی ناپایدار هستند و انحراف از برنامه

ژو و همکاران (Yang et al., 2013)، مدلی برنامه‌نویسی مختلط با یک حل‌کننده هورستیک پیشنهاد کردند که می‌تواند زمان کلی انتظار مسافران را حداقل کند. در بررسی ادبیات، مقالات زیادی وجود دارند که بر روی مسائل زمان‌بندی تمرکز دارند. بیشتر آن‌ها مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی قطعی را برای حداکثر کردن سود، حداقل کردن زمان تأخیر، حداقل کردن مصرف انرژی و غیره ارائه می‌دهند. تعداد بسیار کمی از مطالعات به عدم قطعیت پارامترها و حداقل کردن زمان سفر مسافران به عنوان تابع هدف خود پرداخته‌اند. بنابراین، ما یک مدل برنامه‌ریزی تصادفی را برای مقابله با عدم قطعیت (به‌عنوان اولین نوآوری) فرموله می‌کنیم تا زمان سفر مسافران را حداقل کنیم (به عنوان دومین نوآوری). علاوه بر این، حرکت قطار بین دو ایستگاه به سه مرحله تقسیم شده است: مرحله شتاب‌گیری، مرحله حرکت با سرعت ثابت و مرحله ترمزگیری که برای زمان حرکت در این سه مرحله از اعداد تصادفی استفاده می‌شود. در نهایت، الگوریتم ژنتیک برای یافتن راه‌حل بهینه مدل با استفاده از مثال‌های عددی سیستم متروی تهران به عنوان یک مطالعه موردی واقعی برای اعتبارسنجی کارایی مدل پیشنهادی به کار گرفته می‌شود. این مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است. ما یک مدل برنامه‌ریزی صحیح را برای تعیین جدول زمانی بهینه که زمان سفر مسافران را حداقل می‌کند، فرموله می‌کنیم.

## ۲- پیشنهاد تحقیق

در این مقاله، ما یک مدل بهینه‌سازی زمان‌بندی صحیح تصادفی را برای حداقل کردن زمان انتظار کل مسافران معرفی می‌کنیم. قطارها از ایستگاه اول حرکت کرده و به سمت ایستگاه پایانی  $N$  در جهت پایین حرکت می‌کنند. برای درک بهتر، به شکل ۱ مراجعه کنید. ممکن است شرکت راه‌آهن تأخیر در خروج قطارها از ایستگاه‌ها ایجاد کرده باشد که این موضوع مشکلات عملیاتی مانند انحراف بین جدول زمانی نامی و عملی را به همراه دارد. در این وضعیت، شرکت ممکن است از راه‌حلی مانند کاهش زمان حرکت (افزایش سرعت) بین دو ایستگاه متوالی یا کاهش زمان توقف در ایستگاه‌ها استفاده کند، اما این راه‌حل ممکن است مشکلاتی مانند کاهش کیفیت خدمات و افزایش زمان انتظار در ایستگاه‌ها ایجاد کند.

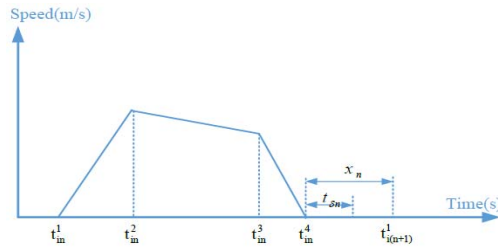
زمان‌های ورود و خروج قطارها در ایستگاه‌های خاص را ثبت می‌کند و مشکل آن یکی از دشوارترین مشکلات در سیستم‌های مترو است. کاهش کل زمان سفر مسافران در چند دهه اخیر توجه محققان را جلب کرده است. به‌تازگی، تلاش‌های زیادی برای کاهش زمان سفر کلی با اهداف مختلف انجام شده است. در این مقاله، ما بر روی زمان سفر مسافران تمرکز داریم. ما یک مدل صحیح عددی با هدف واحد با در نظر گرفتن زمان‌های نامشخص حرکت پیشنهاد می‌دهیم. از آنجایی که زمان‌بندی قطار برای ورود و خروج قطارها در هر ایستگاه استفاده می‌شود، یک جدول زمانی خوب برای افزایش کارایی سیستم‌های مترو بسیار مهم است. تا کنون، تکنیک‌های برنامه‌نویسی ریاضی توسط محققان در ادبیات با توابع هدف مختلف استفاده شده‌اند، مانند حداکثر کردن سود (Cacchiani et al., 2010)، حداقل کردن زمان انتظار مسافر (Barrena et al., 2014)، حداقل کردن هزینه عملیات (Vansteenwegen et al., 2006) و حداقل کردن زمان تأخیر (Semet et al., 2005). آمیط و گلفارد (Amit et al., 1971)، اولین تکنیک بهینه‌سازی را در سال ۱۹۷۱ ارائه دادند. توجه به منافع شرکت‌های راه‌آهن، مسافران، مشتریان و محیط زیست در زمان‌بندی مؤثر است. هیگینز و همکاران (Higgins et al., 1996)، یک مدل برنامه‌نویسی مختلط غیرخطی را برای حداقل کردن زمان تأخیر و هزینه عملیات قطار پیشنهاد کردند که با یک روش هوشمند شاخه و مرز حل شد. عُسیبری و همکاران (Ghoseiri et al., 2004)، هزینه عملیات و زمان سفر مسافر را با استفاده از یک مدل چندهدفه حداقل کردند. لی و همکاران (Li et al., 2011)، حداقل کردن مصرف انرژی، انتشار کربن و کل زمان سفر مسافر را با یک مدل چندهدفه پیشنهاد کردند. کورمن و همکاران (Corman et al., 2012)، مدلی با کاهش تأخیر بین قطارهای متوالی و افزایش ارزش کل اتصالات راضی پیشنهاد کردند. وقتی هر مسافر به ایستگاه می‌رسد، واقعاً مقداری از زمان خود را صرف انتظار برای رسیدن قطار به ایستگاه می‌کند. این عنصر حیاتی برای بهبود خدمات سیستم‌های مترو است و شرکت راه‌آهن مانوسعی کرده تا زمان هدر رفته را کاهش دهد. مدلی برای حداقل کردن زمان انتظار توسط ناخستگیال (Nachtigall et al., 1994) ارائه شده است که یک فرمول‌بندی دوره‌ای و رویکرد شاخه-و-کوتاه را شامل می‌شود. لیپچن (Liebchen, 2008)، مدلی برای انتقال مسافر و زمان توقف ایجاد کرد که بر اساس یک گراف بنا شده بود.



شکل ۱. طرح زیرساخت خط مترو

## ۱-۲- فرضیات مدل

جدول زمانی توسط تمام قطارها به جز زمان فاصله مشترک است. زمان حرکت فعلی برای محاسبه زمان ورود بهینه استفاده شده است. زمان فاصله مشترک است. زمان حرکت فعلی برای محاسبه زمان ورود بهینه استفاده شده است. زمان فاصله مشترک است. زمان حرکت فعلی برای محاسبه زمان ورود بهینه استفاده شده است.



شکل ۲. زمان انتظار مسافر

۱. زمانی که قطار  $i$  از ایستگاه  $n$  خارج می شود.  $t_{in}^1$   
 ۲. زمان تغییر وضعیت قطار  $i$  از شتاب گیری به حرکت با سرعت ثابت.  $t_{in}^2$   
 ۳. زمان تغییر وضعیت قطار  $i$  از حرکت با سرعت ثابت به ترمز.  $t_{in}^3$   
 ۴. زمانی که قطار  $i$  به ایستگاه  $n+1$  می رسد.  $t_{in}^4$   
 (۳) تعداد مسافران باقی مانده در ایستگاه هنگام خروج قطار، نرخ یکنواخت ورود مسافران به ایستگاه و نرخ یکنواخت مسافران در سکو که سوار قطارها می شوند، ثابت هستند اما ممکن است مقادیر آن‌ها در ایستگاه‌های مختلف متفاوت باشد.

## ۲-۲- پارامترها و متغیرها

پارامترها و متغیرها در جدول ۱ معرفی شده‌اند.

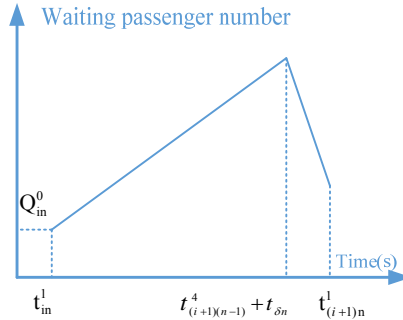
جدول ۱. نمادها و شرح پارامترها

نمادها	توضیحات
$n$	شاخص ایستگاه $n=1,2,\dots,N$
$i$	شاخص قطار $i=1,2,\dots,I$
$T$	زمان کل سفر
$[l_n, u_n]$	پنجره زمان اقامت در ایستگاه $n$
$[l_h, u_h]$	پنجره زمان هدوی (پیشروی) در ایستگاه $n$
$[l_T, u_T]$	پنجره زمان کل زمان سفر
$\tau_n^1$	زمان شتاب در بخش $n$ که یک متغیر تصادفی است
$\tau_n^2$	زمان عملیات در بخش $n$ که یک متغیر تصادفی است
$\tau_n^3$	زمان استراحت در بخش $n$ که یک متغیر تصادفی است
$\xi_n$	زمان اجرا در بخش $n$ . $\xi_n = \tau_n^1 + \tau_n^2 + \tau_n^3$
$t_{\delta n}$	زمان بازشدن درها برای مسافرانی که در ایستگاه $n$ از قطار پیاده می شوند.
$k_n^1$	نرخ یکسان مسافران ورودی در ایستگاه شماره $n$
$k_n^2$	نرخ یکسان مسافران در سکوی ایستگاه $n$ در حال سوار شدن به قطار
$Q_n^0$	تعداد مسافرانی که هنگام حرکت قطار $i$ در ایستگاه $n$ باقی مانده اند.
$h$	زمان هدوی (پیشروی) که یک متغیر تصمیم گیری است.
$x_n$	زمان ماندن در ایستگاه $n$ که یک متغیر تصمیم گیری است.

۳-۲- توابع زمان سفر مسافران

می‌دهد.  $Q_{in}^0$  مسافرانی هستند که در ایستگاه  $n$  هنگام خروج قطار  $i$  باقی می‌مانند.

حداقل کردن زمان انتظار کل مسافران، تابع هدف مدل ما است. شکل ۳ تعداد مسافران منتظر در ایستگاه  $n$  را نشان



شکل ۳. زمان انتظار مسافران

ما متغیرها و زمان حرکت را به صورت زیر نشان می‌دهیم.  $1 \leq n \leq N-1$  قطار در ایستگاه اول توقف کند، برای هر  $1 \leq i \leq I$  قطار  $i$  از ایستگاه  $n$  در زمان زیر خارج خواهد شد.  $\xi = \{\xi_n \mid n=1,2,\dots,N-1\}$  اگر  $x = \{x_n, h, n=1,2,\dots,N-1\}$  اولین

$$t_{in}^1(x, \xi) = \sum_{k=1}^n x_k + (i-1)h + \sum_{k=1}^{n-1} \xi_k \quad (1)$$

نقطه تغییر از شتاب‌گیری به حرکت با سرعت ثابت، نقطه تغییر از حرکت با سرعت ثابت به ترمز، و زمان ورود به ایستگاه  $n+1$  را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\begin{cases} t_{in}^2(x, \xi) = t_{in}^1(x, \xi) + \tau_n^1 \\ t_{in}^3(x, \xi) = t_{in}^2(x, \xi) + \tau_n^2 \\ t_{in}^4(x, \xi) = t_{in}^3(x, \xi) + \tau_n^3 \end{cases} \quad (2)$$

برای توضیح فرآیند سوار شدن، قطار  $(i+1)$  در ایستگاه  $n$  در زمان  $t_{(i+1)(n-1)}^4$  می‌رسد و برای باز شدن درها در ایستگاه  $n$  زمان  $t_{\delta n}$  لازم است. بنابراین، مسافران در ایستگاه  $n$  در زمان

ورود مسافران: مسافران در بازه زمانی  $[t_{in}^1 \text{ to } t_{(i+1)(n-1)}^4 + t_{\delta n}]$  با نرخ یکنواخت  $k_n^1$  وارد ایستگاه می‌شوند. فرآیند سوار شدن: مسافران از سکو در ایستگاه  $n$  وارد قطار  $(i+1)$  می‌شوند و این فرآیند در بازه زمانی  $[t_{(i+1)n}^1 \text{ to } t_{(i+1)(n-1)}^4 + t_{\delta n}]$  انجام می‌شود. این نشان می‌دهد که مسافران روی سکو با نرخ یکنواخت  $k_n^2$  سوار قطار  $(i+1)$  می‌شوند. برای هر  $1 \leq n \leq N-1, 1 \leq i \leq I$  تابع تعداد مسافران منتظر در ایستگاه  $n$  و زمان  $t$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$Q_m(x, \xi, t) = Q_{in}^0 + k_n^1(t - t_{in}^1(x, \xi)) \quad (3)$$

برای  $t_{(i+1)(n-1)}^4 + t_{\delta n} \leq t \leq t_{(i+1)n}^1$  تعداد مسافران منتظر در ایستگاه  $n$  در زمان  $t$  برابر است با:

$$Q_m(x, \xi, t) = k_n^1[t_{(n-1)(i+1)}^4(x, \xi) + t_{\delta n} - t_{in}^1(x, \xi)] + (k_n^1 - k_n^2)[t - t_{(n-1)(i+1)}^4(x, \xi)] + Q_{in}^0 \quad (4)$$

برای سادگی می‌توان آن را به صورت زیر نوشت.

$$T_i = \{0 \leq t \leq T \mid t_m^1 \leq t \leq t_{(i+1)n}^1\} \quad (5)$$

کل زمان انتظار مسافران قطار  $i$  از ایستگاه ۱ تا ایستگاه  $N-1$ .

$$W(x, \xi) = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{t \in T_i} Q_{in}(x, \xi, t) \quad (6)$$

## ۲-۴- محدودیت‌ها

زمان هدوی برای یک جدول زمانی چرخه‌ای بسیار مهم است و به برخی مسائل دیگر بستگی دارد که به شرح زیر توضیح داده شده است.

• کل زمان سفر

• شماره قطار

• قابلیت سیستم سیگنال

• جریان مسافر

بنابراین زمان هدوی (پیشروی) باید محدودیت زیر را برآورده کند.

$$l_h \leq h \leq u_h \quad (7)$$

همچنین زمان توقف باید محدودیت زیر را رعایت کند.

$$l_n \leq x_n \leq u_n \quad (8)$$

از آنجا که زمان حرکت بین دو ایستگاه یک متغیر تصادفی است، محدودیت پنجره زمانی کل سفر به صورت زیر نشان داده شده است.

$$\Pr \left\{ l_T \leq \sum_{n=1}^{N-1} (x_n + \xi_n) \leq u_T \right\} \geq \alpha \quad (9)$$

## ۲-۵- مدل بهینه سازی جدول زمانی

از آنجایی که  $W(x, \xi)$  یک متغیر تصادفی است و به حداکثر رساندن یک کمیت تصادفی بی معنی است، برای به حداکثر رساندن مقدار میانگین آن، معیار مقدار مورد انتظار را در نظر می‌گیریم. سپس یک مدل برنامه نویسی عدد صحیح را به عنوان مدل ۱۰ فرموله می‌کنیم.

$$\text{Min } E(W(x, \xi))$$

s. t.

$$\Pr \left\{ l_T \leq \sum_{n=1}^{N-1} (x_n + \xi_n) \leq u_T \right\} \geq \alpha \quad (10)$$

$$l_h \leq h \leq u_h$$

$$l_n \leq x_n \leq u_n, n = 1, 2, \dots, N-1$$

$$h, x_n \in \mathbf{Z}, n = 1, 2, \dots, N-1$$

که زمان حرکت برای همه قطارها باید با زمان توقف و زمان حرکت برابر باشد. آخرین محدودیت بیانگر این است که پیشروی و زمان ماندن باید دارای مقادیر صحیح باشند. برای ساده سازی مدل ۱۰، از برنامه نویسی تصادفی مبتنی بر سناریو استفاده می‌کنیم که توسط Leung et al., (2007) استفاده شده است. توسعه یافته و در ادامه معرفی شده است.

محدودیت اول اطمینان می‌دهد که هر راه حل قابل قبول باید محدودیت کل زمان سفر را با احتمال  $\alpha$  برآورده کند، محدودیت دوم و سوم تضمین می‌کند که زمان هدوی (پیشروی) و زمان ماندن باید محدوده مناسبی از کران بالا و پایین را برآورده کند به طوری که قطارهای متوالی با انتهای عقب برخورد نکنند. و تقاضای مسافران به ترتیب. محدودیت چهارم بیانگر این است

## ۶-۲- مدل غیرتصادفی

فرض کنید یک مدل کلی مانند زیر وجود دارد.

$$\begin{aligned} & \text{Min } fy+cx \\ & Ty+Ax \geq b \\ & x \geq 0, y \in \{0,1\} \end{aligned} \quad (11)$$

که  $f$  هزینه ثابت را نشان می‌دهد، و  $b$  و  $c$  پارامترهای تصادفی مبتنی بر سناریو هستند. جزئیات بیشتر در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲. شرح پارامترهای پایه سناریو

پارامترها	توضیحات
$\Omega$	مجموعه سناریوها
$\theta$	شاخص سناریو $\theta \in \Omega$
$\pi_\theta$	احتمال سناریو $\theta$ ، $\sum_\theta \pi_\theta = 1$
$b_\theta$	مقدار پارامتر $b$ در سناریو $\theta$
$c_\theta$	مقدار پارامتر $c$ در سناریو $\theta$

برای سناریو  $\theta$ ، تابع هدف مدل ۱۱ به صورت زیر تغییر یافته است.

$$z_\theta = fy + c_\theta x_\theta \quad (12)$$

در نهایت ما داریم:

$$\begin{aligned} & \text{Min } E[z_\theta] = fy + \sum_\theta \pi_\theta c_\theta x_\theta \\ & Ty + Ax_\theta \geq b_\theta \quad \forall \theta \\ & x_\theta \geq 0, y \in \{0,1\} \end{aligned} \quad (13)$$

مدل ۱۳ از نظر پایداری (robustness) ضعیف است، بنابراین ما از مدل لیونگ (Leung) به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

(۱۴)

$$\begin{aligned} & \text{Min } \sum_\theta \pi_\theta z_\theta + \lambda \sum_\theta \pi_\theta (z_\theta - \sum_{\theta'} \pi_{\theta'} z_{\theta'} + 2u_\theta) \\ & + \sum_\theta \pi_\theta \varepsilon_\theta \omega_\theta \\ & z_\theta = fy + \pi_\theta c_\theta x_\theta \quad \forall \theta \\ & Ty + Ax_\theta + \varepsilon_\theta \geq b_\theta \quad \forall \theta \\ & z_\theta - \sum_{\theta'} \pi_{\theta'} z_{\theta'} + u_\theta \geq 0 \quad \forall \theta \\ & \varepsilon_\theta, x_\theta, u_\theta \geq 0, \quad \forall \theta, y \in \{0,1\} \end{aligned}$$

اکنون مدل ۱۰ را با استفاده از مدل ۱۴ به یک مدل غیر تصادفی بازنویسی می‌کنیم. بنابراین داریم.

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{\theta} \pi_{\theta} W_{\theta} + \lambda \sum_{\theta} \pi_{\theta} (W_{\theta} - \sum_{\theta'} \pi_{\theta'} W_{\theta'}) \\
 & + 2u_{\theta}) + \sum_{\theta} \pi_{\theta} \varepsilon_{\theta} \omega_{\theta} \\
 & st : \\
 & W_{\theta}(x) = \sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{t \in I_{in}^n} Q_{in\theta}(x, t) \quad \forall \theta \\
 & W_{\theta} - \sum_{\theta'} \pi_{\theta'} W_{\theta'} + u_{\theta} \geq 0 \quad \forall \theta \\
 & l_h \leq h \leq u_h \tag{۱۵} \\
 & l_n \leq x_n \leq u_n, \quad n = 1, 2, \dots, N-1 \\
 & \Pr \left\{ l_T \leq \sum_{n=1}^{N-1} (x_n + \xi_n) \leq u_T \right\} \geq \alpha \\
 & x_n \in \mathbf{Z}, \quad n = 1, 2, \dots, N-1 \\
 & h \in \mathbf{Z} \\
 & u_{\theta}, \varepsilon_{\theta} \geq 0 \quad \forall \theta
 \end{aligned}$$

### ۳- الگوریتم ژنتیک

کروموزوم‌ها وجود دارد. یک فرآیند انتخاب برای تولید یک جمعیت جدید مورد نیاز است که مکانیسمی را بر اساس مقادیر تناسب و عملیات متقاطع و جهش نمونه‌برداری می‌کند. خلاصه این الگوریتم به شرح زیر است.

GA روش پایه جستجو برای حل مسائل بهینه‌سازی است. از مجموعه اولیه‌ای از راه‌حل‌های به طور تصادفی امکان پذیر استفاده می‌کند که به صورت کروموزوم کدگذاری می‌شوند و این مجموعه جمعیت نامیده می‌شود. اندازه جمعیت تعداد اعضای جمعیت است، همچنین یک تابع ارزیابی برای ارزیابی

مرحله ۱: احتمال جهش اولیه را به اختصار Pm، احتمال متقاطع را به PC، اندازه جمعیت را به pop\_size، و حداکثر تولید را به max\_ge مخفف کنید. تنظیم شاخص تولید i=۱.

مرحله ۲: pop\_size اولیه کروموزوم‌های امکان پذیر را به عنوان جمعیت اولیه تنظیم کنید.

مرحله ۳: مقادیر تابع ارزیابی را برای همه کروموزوم‌ها محاسبه کنید.

مرحله ۴: کروموزوم‌ها را با انتخاب فرآیند انتخاب کنید.

مرحله ۵: تولید نسل بعدی از طریق عملیات متقاطع و جهش.

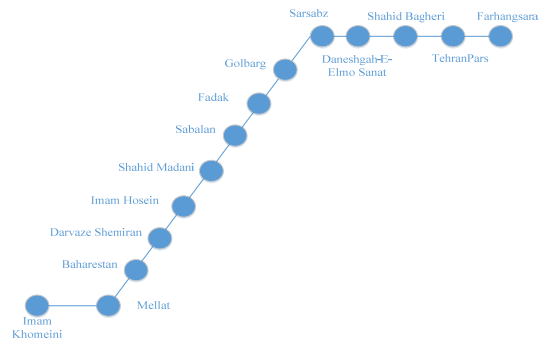
مرحله ۶: اگر i=max\_ge، توقف کنید و بهترین راه حل پیدا شده را نشان دهید. در غیر این صورت i=i+۱ را تنظیم کرده و به مرحله ۳ بروید.

### ۴- مثال‌های عددی و نتایج

است. مقدار پارامترها و مسافری که نرخ یکنواخت را وارد می‌کند به شرح زیر است.

یک مثال عددی برای نشان دادن کارایی مدل ما و روش حل آن ارائه شده است. همانطور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، بخشی از خط متروی ایران به عنوان مطالعه موردی استفاده شده

$$k_n^1 = \begin{cases} 5, & \text{if } n=1,4,5,10,11,13,14 \\ 2, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{۱۶}$$



شکل ۴. بخشی از خط متروی تهران

جدول زمانی فعلی سیستم متروی تهران در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳. جدول زمانی فعلی

ایستگاه	زمان ورود (ثانیه)	زمان توقف (ثانیه)
فرهنگسرا	0	30
تهرانپارس	270	30
شهید باقری	420	30
دانشگاه علم و صنعت ایران	570	30
سرسبز	720	35
گلبرگ	875	30
فدک	1025	30
سبلان	1175	30
شهید مدنی	1325	30
امام حسین	1475	30
دروازه شمیران	1685	30
بهارستان	1895	35
ملت	2050	45
امام خمینی	2215	-

پارامترهای مدل و واحد آنها در جدول ۴ نشان داده شده است.

جدول ۴. مقدار و واحد پارامترها

پارامتر	ارزش	واحد	پارامتر	ارزش	واحد
$N$	14	-	$u_h$	210	s
$I$	28	-	$l_h$	100	s
$t_{\delta n}$	7	s	$Q_{in}^0$	10	فرد
$u_r$	2400	s	$k_{n2}$	15	فرد/ثانیه
$l_r$	1800	s	$\alpha$	0.05	Prob.

پارامترهای GA به صورت  $pop\_size=200$  و  $Pm=0.5$ ،  $max\_ge=30$ ،  $Pc=0.8$  تنظیم شده است. ما از زبان برنامه نویسی Matlab13 در محیط در حال اجرا استفاده کردیم. پلتفرم ویندوز ۱۰ یک رایانه شخصی با حجم حافظه ۸ گیگابایت به صورت درصدی مانند زیر نشان داده شده است.

برای کدنویسی GA جدول ۵ نتیجه حل مدل را نشان می‌دهد. زمان پیشروی فعلی و بهینه به ترتیب ۲۴۰ ثانیه و ۱۵۵ ثانیه است، زمان پیشروی و کل سفر کاهش یافته و تغییرات به ترتیب به صورت درصدی مانند زیر نشان داده شده است.

$((240-155)/240)*100=34\%$  و  $((2215-2124)/2215)*100=4.1\%$

جدول ۵. جدول زمانی بهینه

ایستگاه	زمان ورود (ثانیه)	زمان توقف (ثانیه)
فرهنگسرا	0	25
تهرانپارس	265	25
شهید باقری	410	25
دانشگاه علم و صنعت ایران	555	25
سرسبز	700	25
گلبرگ	845	25
فدک	990	25
سیلان	1135	25
شهید مدنی	1280	25
امام حسین	1425	24
دروازه شمیران	1629	25
بهارستان	1834	25
ملت	1979	25
امام خمینی	2124	-

## ۵- نتیجه گیری

مسافران نامشخص در ایستگاه‌ها بهره ببریم. مطالعات بیشتری که این فرضیات را در نظر بگیرند، باید انجام شود.

### تابع ارزیابی

تابع ارزیابی برای تخصیص احتمال تولید مثل کروموزوم‌ها به کار می‌رود که به معنای احتمال انتخاب آن‌ها تقسیم بر تناسب آن نسبت به سایر کروموزوم‌ها در جمعیت ما است. در اینجا، کروموزوم‌ها از خوب به بد مرتب خواهند شد. برای

مهم‌ترین سهم این مقاله، پیشنهاد یک بهینه‌سازی جدید جدول زمان‌بندی برای حداقل کردن زمان سفر مسافران با استفاده از رویکرد تصادفی بود. ما از نتایج این مدل برای یک مثال عددی استفاده کردیم تا کارایی این مدل را نشان دهیم. می‌توانیم از برخی دیگر از رویکردها مانند استفاده از رویکرد فازی یا جریان

هر  $\alpha \in (0,1)$ ، تابع ارزیابی مبتنی بر رتبه به صورت زیر تعریف شده است.

$$Ev(c_i) = \alpha(1-\alpha)^{i-1}, i=1,2,\dots, pop\_size \quad (17)$$

### فرآیند ارزیابی

فرآیند ارزیابی به صورت زیر است.

- مرحله ۱: یک عدد حقیقی را مقاردهی اولیه کنید  $\alpha \in (0,1)$  و  $i=1$  را تنظیم کنید.
- مرحله ۲: مقادیر تابع هدف را برای تمام کروموزوم‌ها محاسبه کنید.
- مرحله ۳: این کروموزوم‌ها را بر اساس مقادیر هدفشان ثبت کنید.

مرحله ۴: مقدار ارزیابی برای کروموزوم  $i$  ام  $Eval(c_i) = \alpha(1-\alpha)^{i-1}$  را محاسبه کنید.  
 مرحله ۵: اگر  $i \leq pop\_size$ , set  $i=i+1$  باشد، به مرحله ۴ بروید.

#### فرآیند انتخاب

بدون از دست دادن کلیت، فرض کنید که کروموزومها بر اساس تابع ارزیابی به صورت زیر مرتب شده‌اند.

$$p_i = \sum_{m=1}^i Ev(c_i), i=1,2,\dots, pop\_size \quad (18)$$

که در آن  $p_0=0$ . الگوریتم فرآیند ارزیابی به صورت زیر است.

مرحله ۱:  $m=1$  را تنظیم کنید.

مرحله ۲: یک عدد تصادفی  $r$  تولید کنید، طبق قانون زیر:  $r \in (0, p_{pop\_size}]$

مرحله ۳: کروموزوم  $c_i$  را انتخاب کنید که:  $r \in (p_{i-1}, p_i]$

مرحله ۴: اگر  $m \geq p_{pop\_size}$  متوقف شوید. در غیر این صورت،  $m=m+1$  را تنظیم کرده و به مرحله ۲ بروید.

#### فرآیند تقاطع

مرحله ۱: یک احتمال تقاطع  $P_c$  را مقداردهی اولیه کنید و  $i=1$  را تنظیم کنید.

مرحله ۲: یک عدد حقیقی تصادفی تولید کنید  $r \in [0,1]$ . اگر این عدد کمتر از احتمال تقاطع باشد، سپس دو کروموزوم به طور تصادفی

انتخاب کنید:  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ ,  $c' = (c'_1, c'_2, \dots, c'_n)$

مرحله ۳: یک عدد صحیح تصادفی  $k$  تولید کرده و پارامترهای زیر را تعریف کنید.

$$\begin{aligned} v &= (c'_1, \dots, c'_k, c_{k+1}, \dots, c_n) \\ w &= (c_1, \dots, c_k, c'_{k+1}, \dots, c'_n) \end{aligned} \quad (19)$$

اگر  $v$  و  $w$  کروموزومهای قابل قبول باشند، آن‌ها را با  $c$  و  $c'$  جایگزین کنید.

مرحله ۴: اگر شرایط خاصی برقرار باشد، به مرحله ۲ بروید.

#### فرآیند جهش

مرحله ۱: یک احتمال جهش  $P_m$  را مقداردهی اولیه کنید و  $i=1$  را تنظیم کنید.

مرحله ۲: یک عدد حقیقی تصادفی تولید کنید  $r \in [0,1]$

مرحله ۳: اگر  $r \leq P_m$ ، آنگاه  $i=i+1$  را تنظیم کنید.

مرحله ۴: اگر  $i \leq pop\_size$ ، به مرحله ۲ بروید.

#### ۶- مراجع

-Barrena, E., et al., (2014). Exact formulations and algorithm for the train timetabling problem with dynamic demand. *Computers & Operations Research*, 44, 66-74.

- Farajpour A, Bazeghi P, Bagheri M, (2017). Identifying the factors affecting on service quality & passenger satisfaction in commuter

-Amit, I. and D. Goldfarb, (1971). The timetable problem for railways. *Developments in Operations Research*, 2, 379-387.

- Cachiani, V., A. Caprara, and P. Toth, (2010). Scheduling extra freight trains on railway networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, 44(2), 215-231.

- Leung S.C.H., Tsang S.O.S., Ng W.L., Wu Y. (2007). A robust optimization model for multi-site production planning problem in an uncertain environment, *European Journal of Operational Research*, 181, 224-238
- Semet, Y. and M. Schoenauer (2005). An efficient memetic, permutation-based evolutionary algorithm for real-world train timetabling. in *2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. IEEE.
- Van Breusegem V., Campion G., Bastin G. (1991). Traffic modeling and state feedback control for metro lines, *IEEE T, Automate. Contr*, 36, (7), 770-784.
- Vansteenwegen, P. and D. Van Oudheusden, (2006). Developing railway timetables which guarantee a better service. *European Journal of Operational Research*, 173(1), 337-350.
- Yang, X., et al., (2013). A cooperative scheduling model for timetable optimization in subway systems. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 14(1), 438-447.
- train services. *International Journal of Railway Research*, Vol 4, No. 57-68.
- Higgins, A., E. Kozan, and L. Ferreira, (1996). Optimal scheduling of trains on a single line track. *Transportation Research Part B. Methodological*, 30(2), 147-161.
- Ghoseiri, K., F. Szidarovszky, and M.J. Asgharpour, (2004). A multi-objective train scheduling model and solution. *Transportation Research Part B. Methodological*, 38(10), 927-952.
- Corman, F., et al., (2012). Bi-objective conflict detection and resolution in railway traffic management. *Transportation Research Part C. Emerging Technologies*, 20(1), 79-94.
- Nachtigall, K., (1994). A branch and cut approach for periodic network programming. *Inst. für Mathematik*.
- Najafi S, Moaveni B. (2017). Constrained controller design for real-time delay recovery in metro systems, *International Journal of Railway Research*, Vol. 4, No 2, 25-32.
- Li, X., et al., (2013). A green train scheduling model and fuzzy multi-objective optimization algorithm. *Applied Mathematical Modelling*, 37(4), 2063-2073.
- Liebchen, C., (2008). The first optimized railway timetable in practice. *Transportation Science*, 42(4), 420-435.

# **A Stochastic Train Timetabling Mathematical Model to Minimize the Passengers Travel Time (Case Study: Tehran Metro)**

*Zeinab Hajizamani, Ph.D., Student, School of Management, Economics and Progress  
Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.*

*Hamed Ashnaei, M.Sc. Student, School of Industrial Engineering, Iran University of Science  
and Technology, Tehran, Iran.*

*Hadi Sahebi, Associate Professor, School of Industrial Engineering, Iran University  
of Science and Technology, Tehran, Iran.*

*E-mail: hadi\_sahebi@iust.ac.ir*

Received: November 2024- Accepted: February 2025

## **ABSTRACT**

One of the most significant aspects of train timetable optimization is determining the arrival dwell time in the subway system. A good timetable improves the efficiency of trains and resources, reducing passenger wait times. This study provides a timetable optimization model to reduce passenger journey time. In this model, train movement between two stations is divided into three phases: accelerating, coasting, and breaking, with random numbers used for running duration in each phase due to stochastic delays in crowded stations. First, we develop a stochastic integer programming model that includes headway and dwell time. The Scenario-Based Uncertain Programming Approach is then utilized to simplify. Finally, numerical examples are provided for Tehran's metro system. The model's optimal solution is determined via a genetic algorithm. The results demonstrate that the model can lower the passenger waiting time when compared to the current timetable.

**Keywords:** Subway System, Train Timetabling, Stochastic Optimization, Passenger Travel Time, Genetic Algorithm