

## زمان‌بندی دو هدفه امکانی استوار خطوط مترو در حالت رد-توقف

### مقاله علمی - پژوهشی

سید امیر نصری، دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

فرید خوش الحان\*، دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

\*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: khoshalhan@kntu.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۳/۰۱/۰۶ - پذیرش: ۱۴۰۳/۰۵/۲۵

صفحه ۶۲۶-۵۹۹

چکیده

در شرایط اختلال مترو پنجره‌ی زمانی و زمان‌بندی از پیش صورت گرفته پاسخگوی عملیات نمی‌باشد به خصوص زمانی که تعداد مسافران زیادی در ایستگاه‌ها باشند. وقتی که اختلال و شلوغی به حد بالایی برسد، ممکن است در زمان برنامه ریزی مجدد پنجره زمانی، قطارها از برخی از ایستگاه رد شوند و توقیفی نداشته باشند که این کار باعث افزایش سرعت گردش قطارها و کاهش تعداد مسافران باقی‌مانده در ایستگاه‌ها می‌شود. با توجه به ازدحام بالا و جریان مسافران (عابران) وابسته به زمان، این پژوهش قصد دارد مدلی بهینه برای زمان‌بندی مجدد خطوط مترو ارائه جهت کاهش زمان سفر مسافران و کاهش مصرف انرژی ارائه دهد. در زمان بندی مترو غیر از فاصله زمانی میان ورود دو قطار متوالی به ایستگاه‌ها، متغیرهایی مانند مدت زمان شتاب گیری قطارها در شروع حرکت بین دو ایستگاه، اندازه شتاب حرکت آنها مدت زمان ترمز گرفتن آنها در پایان حرکت بین دو ایستگاه، اندازه شتاب آنها در هنگام ترمز و مدت زمان توقف آنها در ایستگاه‌ها، تاثیر زیادی در معیارهای زمان بندی مترو مانند انرژی مصرف شده و زمان سفر مسافران دارد. برای رسیدن به توازن بین اعتبار نظری (تئوری) و راحتی محاسبات، مدل بهینه تجویز شده است. نمونه‌های عددی بر اساس داده‌های مترو پکن و تهران صورت گرفته و نتیجه‌ی آن کارایی و مفید بودن روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده ۸ درصد بهبود در زمان بندی و کاهش زمان مسافران را نشان می‌دهد. برای برخورد با عدم قطعیت پارامترهای مسئله از رویکردهای مختلف برنامه‌ریزی امکانی استوار استفاده شده است. رویکردهای مختلف برنامه‌ریزی امکانی استوار به سه گروه برنامه‌ریزی امکانی بدبینانه سخت، برنامه‌ریزی امکانی بدبینانه نرم و برنامه‌ریزی امکانی واقع‌گرایانه تقسیم‌بندی می‌شوند. با حل مثال عددی مقدار تابع هدف آرمانی مسئله در رویکردهای مختلف مقایسه می‌شود. نتایج اعتبارسنجی عملکرد و کارایی مدل‌های امکانی استوار را اثبات می‌کند.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی امکانی استوار، برنامه‌ریزی چندگزینه‌ای، زمان‌بندی مترو، الگوی رد-توقف

### ۱- مقدمه

تابستانی و زمستانی می‌شود وجود دارد. هدف مسأله زمان بندی حرکت قطارها تعیین برنامه زمان بندی برای یک مجموعه قطار است که با توجه به محدودیت‌های ظرفیت شبکه تعیین شده است. یکی از اهداف در این پژوهش به دست آوردن زمان اعزام قطارها از هر ایستگاه، زمان رسیدن قطارها به هر ایستگاه و زمان توقف در هر ایستگاه می‌باشد. این زمان‌ها بایستی با توجه به محدودیت‌های مانور و اعزام، حداقل سرفاصله زمانی بین اعزام دو قطار متوالی محدودیت‌های سرعت (حداقل و حداکثر سرعت) و سایر محدودیت‌های عملیاتی، با هدف کمینه کردن

به‌طورمعمول زمان‌بندی حرکت قطار برای قطارهای باری و مسافری به‌طور جداگانه انجام می‌گیرد. زمان‌بندی حرکت قطارهای باری، در راه آهن‌های برنامه‌ای برای قطارهای باری انجام می‌شود به این صورت که زمان‌بندی حرکت قطارهای باری بعد از برنامه‌ریزی تشکیل قطار به‌صورت فصلی یا شش‌ماهه انجام می‌گیرد. زمان‌بندی حرکت قطارهای مسافری نیز فصلی، شش‌ماهه و یا سالانه انجام می‌شود. در هر کشوری ممکن است این زمان‌بندی دچار تغییراتی شود به‌طور مثال در ایران چهار برنامه حرکت قطارهای مسافری که شامل نوروزی، بهاری،

زمان انتظار مسافران در ایستگاه برای سوار شدن به قطار تعیین شوند. از آن جایی که با شبکه‌ی مترو مواجه هستیم، محدودیت‌های مربوط به سبقت و تلاقی موضوعیتی نخواهند داشت چرا که در شبکه‌های مترو اکثراً قطارها از یک جنس بوده و همچنین در ایستگاه‌ها امکانات زیرساختی برای تلاقی یا سبقت دو قطار وجود ندارد. حجم بالای مسافرانی که از مترو استفاده می‌کنند از یک سو و هزینه‌های هنگفت بهره برداری از شبکه ریلی درون شهری از سوی دیگر موجب گردیده است تا صرفه جویی اندکی در زمان مسافران حادث شود تا مسافران بیشتری ترغیب به استفاده از این وسیله‌ی حمل و نقل عمومی گردند که این امر علاوه بر این که منجر به سودآوری بیشتر برای شرکت بهره برداری مترو خواهد شد، به ارتقای فرهنگ استفاده از وسایل حمل و نقل عمومی و در نتیجه آلودگی کمتر هوا، کاهش ترافیک و بسیاری مزایای دیگر نیز خواهد انجامید. در حال حاضر زمان بندی حرکت قطارهای متروی تهران به این صورت است که ابتدا سرفاصله‌های زمانی توسط کارشناسان تعیین گردیده و زمان بندی به صورت دستی (با ابزار کامپیوتر) انجام می‌پذیرد. در این فرایند امکان اشتباه انسانی و اعمال نظرات شخصی بسیار بالاست، لذا پیاده سازی یک سامانه‌ی برنامه ریزی حرکت قطارها که تعیین سرفاصله‌های زمانی و هم چنین زمان اعزام و قبول و توقف قطارها در ایستگاه‌ها را مشخص کند می‌تواند کمک قابل توجهی به بهره بردار در جهت ارتقای سطح خدمت ارائه شده و در نهایت رضایت بالاتر مسافران بنماید. برای طراحی یک زمان بندی مناسب برای سیستم مترو، لازم است ابتدا افراد و پدیده‌هایی که به نوعی با زمان بندی مترو در ارتباط بوده و بر روی آن تأثیر می‌گذارند یا از آن تأثیر می‌گیرند تعیین گردند.

## ۲-پیشینه تحقیق

در این بخش به پژوهش‌های ارائه شده در حوزه‌ی زمان بندی حرکت قطارها و به خصوص در حوزه‌ی زمان حرکت قطارها با تقاضای مسافری پویا، تصادفی و بررسی مدل‌های متنوع که در این بخش مورد استفاده قرار گرفته است، پرداخته می‌شود. در بررسی‌های صورت گرفته سعی شده رویکردها و روش حل‌های متنوع از حیث مدل‌سازی و روش حل انتخاب و ارائه گردد. بارنا و همکاران (۲۰۱۴) با در نظر گرفتن الگوی تقاضای مسافری به‌عنوان یک عامل تأثیرگذار بر تصمیم‌گیری، یک مدل زمان بندی

حرکت قطارها در شرایط تقاضای مسافری پویا ارائه می‌دهند. هدف اصلی در این مدل کمینه کردن میانگین زمان انتظار مسافران می‌باشد. جهت حل مدل پیشنهادی به یک الگوریتم شاخه و برش ارائه گردیده است. بسیاری از مدل‌های معمول از متغیرهای صفر و یک جهت نمایش زمان اعزام قطارها استفاده می‌کنند، اما این امر در اغلب موارد به غیرخطی شدن منجر می‌گردد اما در مدل بارنا متغیرهای جریان معرفی شده‌اند که باعث می‌شوند مدل در حالت خطی باقی بماند. در مدل پیشنهادی بارنا هدف اصلی تعیین زمان اعزام قطارها از ایستگاه‌ها و همچنین سرعت آن‌ها در سیرگاه‌هاست به نحوی که میانگین زمان انتظار مسافران به کمینه‌ی مقدار خود برسد. یقینی و زونزاده (۲۰۱۵) مدل بارنا را به روش شاخه‌زنی محلی حل کرد و جواب‌ها را با یکدیگر مقایسه نموده است و نشان داده که روش شاخه‌زنی محلی ارجحیت دارد. او برای این کار از داده‌های خط متروی ۲ تهران استفاده نموده است؛ اما خطیبی و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از داده‌های موجود از ایستگاه‌های متقاطع خطوط متروی تهران مدلی ریاضی برای کاهش زمان انتظار مسافران در ایستگاه‌های تقاطعی متروی تهران ارائه داده‌اند. آن‌ها برای این کار از تابع هدف وزن دار با مفهوم حداقل کردن زمان مسافران در ایستگاه‌های تقاطعی استفاده کردند که برای هر یک از مسیرها ضریبی به‌عنوان اولویت آن مسیر برای تعویض خطوط مسافران در نظر گرفته شده و محدودیت‌های مدل شامل محدودیت‌های زمانی بین خطوط مترو می‌باشد. همچنین از متغیری با عنوان انحراف از وضعیت مطلوب برای هماهنگی قطارها بین خطوط استفاده شده است. خروجی مدل نشان‌دهنده‌ی بهبود ۵۳ درصدی کاهش زمان انتظار مسافران متروی تهران در ایستگاه‌های تقاطعی نشان می‌دهد. از مزایای مدل ارائه شده در این مقاله دارا بودن روش حلی استاندارد است که به راحتی با نرم‌افزارهای رایج برنامه‌ریزی خطی قابل حل می‌باشد. خطیبی و همکاران در این مقاله توانستند جداول زمانی مشخصی را ارائه دهند. این در حالی می‌باشد که مطالعات قبلی انجام پذیرفته غالباً از ارائه نتایج ملموس و جداول زمانی مشخص ناتوان بوده است یا دارای روش حل پیچیده‌تر بوده‌اند. به نظر می‌رسد تحقیق مذکور در ارائه مدلی جهت کاهش زمان انتظار مسافرانی که قصد تعویض خط در مسیرهای مترو را دارند مؤثر و موفق بوده است. اما در بین پژوهش‌های صورت گرفته در مسئله زمان بندی مترو برخی پژوهشگران اختصاصاً به مدل‌های اعزام قطار پرداخته‌اند. این

گذشته مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته، زمانبندی مترو با رویکرد بهره‌وری انرژی می‌باشد. اکثریت تحقیقات موجود در این حوزه بر یک هدف تأکید دارند؛ بهره‌وری انرژی یا کیفیت خدمات در طراحی زمانبندی مترو می‌باشد. نصری و همکارانش (۲۰۱۰) نیز در مطالعه‌ای مشابه بهینه‌سازی جدول زمانبندی در خطوط متروی تهران را برای استفاده حداکثر از انرژی الکتریکی تولید شده از ترمز قطارها انجام داده‌اند. بهینه‌سازی جدول زمانبندی برای استفاده حداکثر از انرژی، با استفاده از شبیه‌سازی سیستم مترو و با استفاده از الگوریتم ژنتیک به عنوان روش بهینه‌سازی صورت گرفته است. در این مطالعه، تاثیر تغییر دو پارامتر فاصله زمانی بین ورود دو قطار متوالی به ایستگاه و مدت زمانی که یک قطار مجاز به تأخیر برای ترک ایستگاه است (زمان ذخیره شده)، بر میزان مصرف انرژی و با استفاده از شبیه‌سازی مطالعه شده است. در مرحله بعدی با استفاده از الگوریتم ژنتیک، تنها پارامتر دوم بهینه‌سازی می‌شود؛ چرا که برای فاصله زمانی بین دو قطار، معمولاً یک مقدار حداکثر (برای تضمین کیفیت سرویس) و یک مقدار حداقل (به دلایل اقتصادی) وجود دارد و خیلی در روند تصمیم‌گیری انعطاف پذیر نیست. اما زمان ذخیره شده انعطاف زیادی دارد و خیلی محدود نیست؛ بنابراین بهینه‌کردن آن تاثیر بسزایی در مصرف انرژی دارد. نیو و ژو (۲۰۱۳)، نیو و همکاران (b2015) و بارنا و همکاران (b2014) که متغیر زمان تقاضای مسافران را در مبدأ و مقصد خط لحاظ کرده‌اند در پژوهش‌هایشان تلاش کرده‌اند تابع هدف مرتبط با کیفیت سرویس (زمان انتظار مسافران، تعداد مسافران منتظر و ...) را بهبود دهند و به آن توجه کنند. در همین حال تحقیقات دیگری مانند لی و همکاران (۲۰۱۴)، یانگ و همکاران (c2015) و یانگ و همکاران (b2015) تمرکز کرده‌اند بر روی کاهش مصرف انرژی برای زمانبندی قطار که در آن فاکتور تقاضای مسافران یا ساده شده است و یا از آن صرف‌نظر شده است. شایان ذکر است اکثر این مدل‌ها غیرخطی هستند که نمی‌توان به سادگی از طریق الگوریتم‌های کلاسیک آن‌ها را حل کرد. اما جیاتنگ و همکاران (۲۰۱۶) سعی کردند با یکی کردن چارچوب الگوریتم‌های برنامه‌ریزی زمانبندی مترو و گسترش آن به طور همزمان دو هدف را دنبال می‌کنند: ۱- بهبود کیفیت خدمات ۲- اقتصاد عملیاتی.

سیستم‌ها امروزه گسترش پیدا کرد و هدف از ارائه آن، کاهش مصرف انرژی و افزایش ظرفیت خطوط به همراه افزایش قابلیت اطمینان سرویس با بهبود اعزام قطار می‌باشد. کامپیوتری کردن اعزام قطار و استفاده از الگوریتم‌ها و مدل‌های متنوع از حدود سال ۱۹۸۶ آغاز شد، جایی که پترسون و همکاران (۱۹۸۶) مدلی در جهت کامپیوتری کردن سیستم اعزام قطار ارائه دادند. هدف مدل‌های اعزام قطار مشخص کردن مکان‌هایی است که قطارها در آنجا توقف کنند و یا از آنجا عبور کنند که این کار به منظور کمینه‌سازی تأخیر قطارها و یا انحراف قطارها از برنامه‌ی زمانبندی می‌باشد. در این مبحث سرعت قطارها به عنوان یک متغیر تصمیم شناخته می‌شود. مقاله‌هایی که در این بخش مورد بررسی قرار گرفته است مربوط به هیگینز و همکاران (۱۹۹۶) می‌باشد. هیگینز و همکاران (۱۹۹۶) مدل و روش حلی برای اعزام قطارها در متروهای تک خطه ارائه کرده‌اند. این مقاله به بررسی تأثیر تغییرات زمانبندی بر زمان اعزام و تأخیر قطارها می‌پردازد و اثرات آن را مورد ارزیابی قرار می‌دهد. مدل ارائه شده برنامه‌ریزی غیرخطی صفر و یک می‌باشد که در هر بخش برای قطارها محدودیت مینیمم و ماکزیمم سرعت را قرار داده است. تابع هدف این مدل کاهش زمان کلی دیرکرد قطار و مصرف سوخت به طور ترکیبی می‌باشد. هنگامی که یک قطار در یک شلوغی در یک ایستگاه، در ایستگاه بعد به تعویق افتد یا زمان کمتری داشته باشد این امر برای کاهش هزینه‌های سوخت ضروری خواهد بود. در این پژوهش برای حل مدل از الگوریتم شاخه و کران و الگوریتم تابو استفاده شده است. هیگینز و همکاران (۱۹۹۷) با توسعه‌ی مدل قبلی به طور مشابه برای تصمیم‌گیری درباره‌ی و مکان‌یابی سکوها و ارائه‌ی برنامه‌ی زمانبندی برای مترو تک خطه به کار بردند. مانند مدل قبلی از مدل برنامه‌ریزی غیرخطی صفر و یک استفاده شده که از الگوریتم تکراری برای حل آن استفاده شده است که از دو زیرمسئله تشکیل شده است. مسئله‌ی اول انتخاب مکان سکوها و زمان اعزام و رسیدن قطار برای برنامه‌ی ثابت داده شده است و مسئله‌ی دوم زمانبندی بر مبنای مکان‌یابی ثابت سکوها می‌باشد. تابع هدف در این مسئله کاهش مجموع ریسک تاخیرات می‌باشد. ریسک نشان دهنده احتمال تأخیر بر اساس حوادث پیش‌بینی نشده و غیر قابل انتظار است که این الگوریتم پیشنهادی بر روی ۳۰ قطار با موفقیت امتحان شده است. یکی دیگر از رویکردهای زمانبندی مترو که در تحقیقات سال‌های

طراحی شده و قادر به کمینه سازی زمان‌های سفر قطارها در شبکه ریلی است. جوانشیر و همکاران (۲۰۱۶) نیز در مقاله ای زمان‌های ورود و خروج هر قطار در هر ایستگاه را با توجه به محدودیت‌های زمان سفر و محدودیت‌های ایمنی حرکت قطارها مورد بررسی قرار دادند. تابع هدف مسئله کمینه کردن تاخیر قطارها و همچنین کمینه کردن هزینه‌ها است. در این مقاله دو خط راه آهن تک ریلی با در نظر گرفتن تقاطع بررسی شده است. دو هدفی که مورد توجه است حداقل کردن زمان کل تاخیرها در یک بازه زمانی خاص و همچنین حداقل کردن هزینه است. مدل ریاضی مربوطه با دو تابع هدف ارائه شده است.

یکی از رویکردهای بدیع و تازه در مسائل و پژوهش‌های مرتبط با زمان‌بندی مترو استفاده از زنجیره مارکوف برای حل این مسائل است. ساهین (۲۰۱۷) و ماو و همکاران (۲۰۱۷) با استفاده از زنجیره مارکوف و زنجیره مارکوف تعمیم یافته کمینه‌سازی زمان سفر بعد از اختلال را دنبال کردند. زمان مجاز در زمان‌بندی برای پیش‌بینی تأخیرهای کوتاه به کار می‌رود. مدل‌های گسسته مارکوف و زمان گسسته برای آنالیز و پیش‌بینی تأخیرات به کار می‌رود. در واقع با در نظر گرفتن عدم قطعیت در زمان‌بندی و اجرای آن برای هر کدام از حالت‌های زمان‌بندی و حالت واقعی یک ماتریس حالت گذرا تعریف کرده است. ساهین با مدل کردن زمان اعزام و رسیدن قطار در ایستگاه‌ها به وسیله‌ی ماتریس‌های حالت و آنالیز تغییرات دنباله‌دار حالت‌های متوالی در طول مسیر در متروی تک خطه سعی کرده تا احتمال تأخیر را در هر ایستگاه پیش‌بینی کند که در نهایت به استواری زمان‌بندی کمک می‌کند. ما و همکاران (۲۰۱۷) با استفاده از زنجیره مارکوف تعمیم یافته سعی در تخمین زمان سفر در مسیرهای تقاطعی جهت کاهش تأخیر و شلوغی در ایستگاه‌ها شوند. اما یکی از رویکردهای جالب در بحث زمان‌بندی و برنامه‌ریزی حمل و نقل مترو، حل این مسأله با رویکرد مدیریت دانش می‌باشد. عیسایی و همکاران (۲۰۰۹) به رویکردهای پیش‌بینی‌کننده و واکنش‌پذیر در مسأله‌ی برنامه‌ریزی مترو با دید مدیریت دانش پرداختند. عیسایی با به کارگیری استراتژی‌های مدیریت دانش نشان داده که فرآیندها و تکنولوژی‌ها می‌توانند به خروجی بیانجامد. او سعی کرده دو رویکرد را در زمان‌بندی تحت عنوان ضمنی و غیرضمنی معرفی کند. هدف او استفاده از دانش ضمنی جهت بهبود زمان‌بندی مترو و افزایش رضایت مشتری می‌باشد. او برنامه‌ها را به دو دسته‌ی کنشی (برنامه‌های

در این مدل به وسیله‌ی تقاضای پویای مسافران دو مدل خطی مدلسازی شده است که مدل اول، مدل بهینه‌سازی صفر و یک می‌باشد که با هدف کمینه‌سازی همزمان مصرف انرژی تراکنش‌های قطار و میزان زمان انتظار مسافران در ایستگاه‌ها می‌باشد اما در مدل دوم برنامه‌ریزی خطی را مدل سازی می‌کند سپس بهره و استفاده از انرژی احیاکننده را لحاظ می‌کند. این مدل به دو صورت خطی و صفر و یک خطی مدل سازی می‌گردد. به دلیل پیچیدگی و بزرگ مقیاس بودن مدل، استفاده از مدل برنامه ریزی صفر و یک برای حل‌کننده سخت و دشوار خواهد بود. بنابراین با طراحی الگوریتم ابتکاری آزادسازی لاگرائز که در نهایت با استفاده از رویکرد آماری از متروی یکن مورد استفاده قرار گرفت. در تحقیقات داخلی نیز مساله مدلسازی تاخیرات در خطوط حمل و نقل ریلی مورد توجه بوده است. بهبهانی و همکاران (۲۰۰۹) به ارائه مدلی برای تحلیل زمان انتظار مسافران در ایستگاه‌های مترو با استفاده از تکنیک شبیه سازی پرداخته اند. در تحقیق فوق، تاثیر فاصله زمانی اعزام بین قطارها روی زمان انتظار مسافران در ایستگاه‌ها مطالعه شده است. به عنوان مطالعه موردی، مدل شبیه سازی پیشنهادی در خطوط ۷ و ۳ متروی شهر تهران به کارگرفته شده است. با توجه به مدل شبیه سازی طراحی شده و انجام کالبراسیون و اعتبارسنجی آن، زمان انتظار مسافران جهت سوار شدن به قطار برای نتایج حاصل از شبیه سازی ساعت اوج صبحگاهی یک روز عادی میان هفته‌ای رگرسیون بین زمان انتظار مسافران در ایستگاه‌ها و متغیر کنترلی سر فاصله زمانی اعزام بین قطارها به دست آمده است.

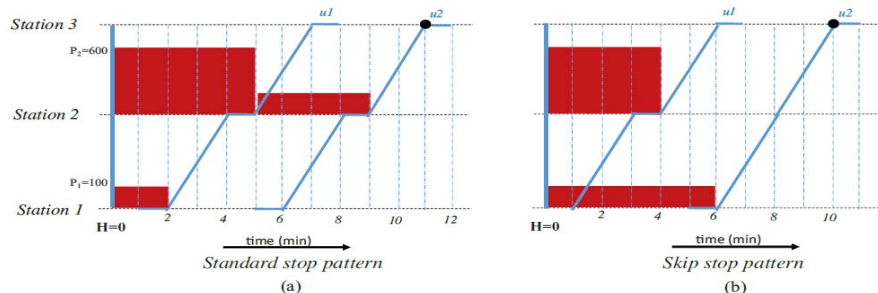
بهبهانی و همکاران (۲۰۱۰) یک مدل ریاضی جهت برآورد زمان تأخیر مسافران مترو براساس مدت زمان انتظار آن‌ها در ایستگاه‌ها با استفاده از الگوریتم تصمیم‌گیری چند شاخصه و با روش رگرسیون غیرخطی چند متغیره ارائه کرده‌اند. درجه وابستگی و میزان اثرگذاری شاخص‌های تأثیرگذار بر مدت زمان تأخیر در ایستگاه‌ها و متوسط زمان انتظار مسافران با استفاده از روش تصمیم‌گیری چند شاخصه تعیین شده است. همچنین یک مدل بهینه سازی ریاضی با هدف کاهش زمان انتظار مسافران توسعه داده شده است. حسن نایی و همکاران (۲۰۱۳) یک برنامه نرم افزاری مبتنی بر شبیه سازی برای زمان بندی حرکت قطارهای راه آهن برون شهری ارائه کرده‌اند. نرم افزار پیشنهادی بر پایه متدولوژی بهینه سازی بر پایهی شبیه سازی گسسته-پیشامد

کاهش احتمال بروز شلوغی و بی نظمی از بهینه سازی استوار کرده است. یانگ و همکاران (۲۰۱۵) نیز مدل بهینه سازی تصادفی دوسطحی را به منظور کاهش زمان موردانتظار سفر با استفاده از مدل برنامه ریزی عددصحیح ایستگاه‌های متوالی بالقوه قابل احداث جهت اتصال بهترین مسیر از مبدا به مقصد و در نتیجه در مرحله دوم کمترین زمان ممکن جهت مسیریابی و ارزیابی آن می باشد. یانگ و همکاران (۲۰۱۶) مدل برنامه ریزی مجدد را در شرایط شلوغی زیاد و بعد از اختلالات ارائه می‌دهد که از الگوی (رد-توقف) استفاده می‌کند و کاهش تعداد مسافران باقیمانده در ایستگاه های مترو می‌گردد. به علت این که معادله اصلی به دو زیرمساله تقسیم شده است برای راحتی محاسبات کامپیوتری از الگوریتم تکرارشونده استفاده و حل می شود. در این مدل برخی از محدودیت‌های غیرخطی، خطی و چند زیرمساله برنامه ریزی غیرخطی ترکیبی تبدیل شدند که برای حل این مدل هم از الگوریتم تکرارشونده استفاده شده است. ژیانگ (۲۰۱۷) نیز با استفاده از الگوی (رد-توقف) در حالت شلوغی و ازدحام جمعیت در ایستگاه دو خطه باهدف افزایش قطارهای برنامه ریزی شده و اضافه کردن قطارها برای پاسخگویی به تقاضاهای می باشد برای رسیدن به این هدف اجازه داده شده است که زمان سکون بیشتری به قطارها داده شده است و همچنین در برنامه ریزی عملیات قطار زمان تواند از برخی ایستگاه‌ها عبور کند که برای حل این مدل یک الگوریتم ابتکاری پیشنهاد شده است. همچنین یانگ و همکاران (۲۰۱۶) نیز زمان بندی حمل و نقل قطار را با در نظر گرفتن تقاضای پویای مسافران مورد بررسی قرار داده است که بر روی متروهای تک خطه به کار می‌رود و از (الگوی اس) برای حل تابع تقاضای تجمعی در مبدا و مقصد به کار گرفته است. این تابع به وسیله الگوریتم شاخه و کران حل گردیده است که به وسیله مدل برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح استفاده شده است. خط راه‌آهن مترو از خطوط رفت و برگشت راه‌آهن و ایستگاه‌ها تشکیل شده است. این خطوط با مترو با N ایستگاه و N-1 خط می‌باشد. در نگاه ریزبینانه قطار از خط برگشت جدا می‌شود و ایستگاه یک وارد می‌شود. و بدین صورت سرویس رفت شروع می‌شود. زمانی که قطار در حرکت است و توقف می‌کند در مسیر رفت انتقال مسافران شناخته می‌شود. وقتی که قطار از ایستگاه N جدا می‌شود و وارد لینک برگشت می‌شود سرویس رفت به اتمام می‌رسد. برای سرویس برگشت فرآیند مشابه می‌باشد.

عملیاتی عادی قطار) و واکنشی (که برای مقابله با شلوغی و توقف و تأخیرات برنامه‌ریزی می‌شود) او از استراتژی‌های مدیریت دانش برای بهبود فرآیند تصمیم‌گیری استفاده کرده است و سعی کرده به وسیله آن کارشناسی‌های دانش ضمنی برای تصمیمات عملیاتی به طور مستقیم به دانش صریح تبدیل شده و برای تصمیمات و اقدامات عملیاتی قابل استفاده گردد. اما یانگ و همکارانش (۲۰۰۹) تقاضای مسافران را با رویکرد فازی در نظر گرفته و سعی کرده است با ارائه مدلی زمان تأخیر را کاهش دهد که آن را در متروی تک خطه مورد بررسی قرار داده است. از مدل برنامه ریزی آرمانی صفر و یک خطی استفاده شده و با الگوریتم شاخه و کران حل گردیده است. نیو و ژو (۲۰۱۳) زمان بندی متروی مسافران را در حالت شلوغی یا اشباع شده بررسی کردند که تقاضای مسافران را به صورت پویا در نظر گرفته و مدل غیرخطی را توسعه دادند و برای هر تک ایستگاه الگوریتم محلی را بهبود دادند و برای چند ایستگاه الگوریتم ژنتیک را بهبود بخشیدند. در شرایط ساعات اوج مترو ممکن است مسافران برای سوارشدن در ایستگاه با وجود آمدن چند قطار در ایستگاه منتظر بمانند که مدل غیرخطی توسعه داده شده جهت استفاده در کریدورهای با تعداد مسافر بالا و متغیر صفر و یک عد صحیح ارائه شده جهت نشان دادن پیاده سوارشدن مسافران است. کانگ و همکاران (۲۰۱۶) مساله برنامه‌ریزی آخرین قطار را در شبکه حمل و نقل ریلی شهری توسعه دادند. در قدم اول دو مدل عملی بهینه سازی برای قطار آخر پیشنهاد شده است که هدف آن کاهش استاندارد انحراف زمان‌های باقیمانده انتقال و تنظیم سفر آخرین قطار در شبکه مترو می‌باشد که در این مقاله الگوریتم ابتکاری جدیدی برای حل مدل ارائه شده است. مدل ترکیبی عددصحیح غیرخطی در این مقاله با الگوریتم مورچگان حل و در متروی پکن پیاده شده است. لیانگ و همکاران (۲۰۱۶) با تصادفی در نظر گرفتن جریان تقاضای مسافران و با استفاده از روش حل شاخه و کران زمان بندی استوار اعزام قطار مسافران که به علت عدم قطعیت در تقاضای مسافران از روش حل استوار استفاده کرده که در قدم اول مدلی دوسطحی را به منظور مسیریابی منعطف و در مرحله دوم هزینه-های عملیاتی را بهینه سازی کرده است. لی و همکاران (۲۰۱۶) جریان مسافران را تصادفی در نظر گرفته و بر اساس فرآیند مارکوف گسسته مدل خود را حل نموده است که با هدف کاهش احتمال تأخیر قطار در هر ایستگاه می‌باشد و به همین منظور

تشخیص دهیم. سرویس‌های فعلی و سرویس‌های آینده که در زمان بعد از  $H$  شروع می‌گردد. سرویس‌های فعلی سرویس‌هایی هستند که قبل و انتهای اختلال شروع به کار می‌کنند و سرویس‌های آینده سرویس‌هایی هستند که در زمان  $H$  شروع به کار می‌کنند. شکل (۱) نشان دهنده‌ی دیاگرام فاصله‌ی زمانی خدمات خطوط مترو از زمان اختلال به دوره‌ی برنامه ریزی مجدد است که در آن زمان  $H$  نشان دهنده‌ی پایان دوره‌ی اختلال می‌باشد. خط‌های آبی نشان دهنده‌ی سرویس رفت دیاگرام فاصله زمانی بوده و رنگ قرمز نشان دهنده‌ی سرویس برگشت این دیاگرام و خطوط سبز نشان دهنده‌ی سرویس بازگشت ایستگاه ترمینال می‌باشد.

**۳- الگوی رد-توقف در زمان برنامه ریزی مجدد**  
اگر نقصی در وسایل نقلیه اتفاق بیفتد و یا خطای انسانی صورت گیرد اختلال امری اجتناب‌ناپذیر در عملیات خطوط مترو خواهد بود. در هنگام اختلال، گردش قطار مسدود می‌شود و ظرفیت انتقال به شدت کاهش می‌یابد و فرض می‌شود که در زمان  $H$  اختلال پایان می‌یابد. به علت اختلال و شلوغی جدول زمانی به صورت گسترده‌ای منحرف می‌گردد و بسیاری از مسافری در ایستگاه‌ها باقی می‌مانند که در این پژوهش سعی می‌شود بر زمان‌بندی با استفاده از الگوی رد-توقف هنگام برنامه ریزی مجدد زمان بندی حرکت قطارها کردن در زمان  $H$  توجه شود. برای مدل کردن مساله بایستی ما دو نوع سرویس را



شکل ۱. زمان کلی انتظار مسافران با الگوهای متفاوت توقف

### ۳-۱- مفروضات مساله

فرض ۱: زمان حقیقی حرکت قطار (بدون سرعت گرفتن و کاهش سرعت زمان اضافی) بین دو ایستگاه متوالی ثابت می‌باشد.  
فرض ۲: اگر مسافری بلافاصله سوار سرویس‌های فعلی در زمان  $H$  شوند و از مقصد عبور کنند سپس در نزدیکترین سرویس قبل از مقصد پیاده خواهند شد و منتظر سرویس دیگری می‌شوند تا آنها را به مقصد برسانند.  
فرض ۳: برای مسافرینی که سوار سرویس در زمان  $H$  نشدند، انتقال لحاظ نمی‌گردد. آن‌ها سوار سرویسی می‌شوند که آن‌ها را مستقیماً به محل برسانند.  
فرض ۴: الگوی رد-توقف هم خط رفت و برگشت را شامل می‌شود.  
فرض ۵: وقتی که پایان و خاتمه‌ی شرایط مورد قبول بود و الگوی رد-توقف، متوقف خواهد شد و سرویس‌های جدید به الگوی استاندارد توقف تغییر می‌کنند. اولین سرویس که از الگوی استاندارد توقف استفاده می‌کند احتیاج دارد که از قسمت بازگشت به ترمینال در صورت امکان برگردد.

### ۳-۲- مدل بهینه سازی

زمانی که از الگوی رد-توقف استفاده می‌شود سپس تابع هدف مدل بهینه‌سازی پیشنهاد می‌شود. در انتهای بخش ما توضیح می‌دهیم که چگونه می‌شود محدودیت‌های غیرخطی را در مدل بهینه خطی کرد.

در این قسمت ما مدل بهینه را مدل‌سازی خواهیم کرد تا مساله‌ی زمان‌بندی حل شود. ابتدا محدودیت‌های زمان‌بندی فرمول‌بندی می‌شود سپس جریان مسافرین مدل‌سازی می‌شود

### ۳-۳-۳- متغیرهای تصمیم مدل زمان بندی

می‌باشند. بعلاوه در این مقاله از متغیرهای صفر و یک  $x_{k,i}$  برای نشان دادن اینکه آیا سرویس  $k$  در ایستگاه  $i$  توقف می‌کند یا رد می‌شود استفاده می‌کنیم. متغیرهای تصمیم در ادامه لیست شده‌اند.

هدف اصلی این مقاله بهینه‌کردن جدول زمانی برای سرویس‌های قطار می‌باشد. پس مجموعه‌ی متغیرهای تصمیم به طور طبیعی شامل زمان‌های رسیدن و اعزام این سرویس‌ها

$$x_{k,i} \begin{cases} 1 & \text{قطار } k \text{ در ایستگاه } i \text{ توقف کند} \\ 0 & O.W \end{cases}$$

$a_{k,i}$  زمان رسیدن سرویس  $k$  به ایستگاه

$d_{k,i}$  زمان اعزام از ایستگاه  $i$  توسط سرویس  $k$

### ۳-۳-۱- اندیس‌های مدل زمان بندی

$i, j$ : اندیس ایستگاه‌ها

$S_E$ : مجموعه سرویس‌های فعلی که در جهت رفت حرکت می‌کنند

$K$ : مجموعه‌ی سرویس‌ها

$N$ : مجموعه‌ی ایستگاه‌ها

### ۳-۳-۲- پارامترهای مدل زمان بندی

$N_K$ : مجموعه سرویس‌هایی که در سرویس  $K$  دخیل هستند

$H$ : زمانی که دوره برنامه ریزی مجدد شروع می‌گردد که به معنی خاتمه اختلال می‌باشد

$S_k$ : بیشترین تعداد ایستگاه‌هایی که سرویس  $k$  می‌تواند از آن عبور کند

$HS$ : کمینه‌ی سرفاصله زمانی بین دو ایستگاه متوالی

$Rt$ : زمان طی کردن مسیر بین دو ایستگاه  $i$  و  $i+1$

$\tau_a$ : زمان اضافی افزایش سرعت

$\tau_b$ : زمان اضافی کاهش سرعت

$M$ : عدد نسبت بزرگ

$\theta_{Min sec}$ : حداقل فاصله از پیش تعیین شده بین دو قطار پیاپی در یک خط

$\theta_{Min sta}$ : حداقل فاصله از پیش تعیین شده بین دو قطار پیاپی در یک ایستگاه

$TR(k,i)$ : زمان بافر سرویس  $k$  که از ایستگاه  $i$  به ایستگاه  $i+1$  سفر می‌کند

$TS(k,i)$ : زمان توقف سرویس  $k$  در ایستگاه  $i$  بر روی خط

### ۳-۳-۳- محدودیت‌های جدول زمان بندی

در این قسمت محدودیت‌ها به جدول زمان بندی مربوط می‌گردد.

محدودیت زمان حرکت قطار (i)

زمان حرکت بین دو ایستگاه متوالی  $i$  و  $i+1$  به سه بخش تقسیم می‌گردد. زمان حرکت ( $Rt_i$ )، زمان اضافی برای شتاب  $\tau_a$  و زمان اضافی برای کاهش شتاب  $\tau_d$  می‌باشد. اگر قطار از ایستگاه رد شود (توقف نداشته باشد) اعداد مرتبط با زمان کاهش و

$$a_{k,i} - d_{k,i} = Rt_i + x_{k,i} \cdot \tau_a + x_{k,i+1} \cdot \tau_d \quad i, i+1 \in N_k \quad (1)$$

محدودیت زمان توقف قطار (ii)

اگر قطار از ایستگاه عبور کند مقدار زمان توقف صفر خواهد بود. همین طور اگر قطار  $k$  در ایستگاه  $i$  توقف کند این مقدار

$$\begin{cases} d_{k,i} - a_{k,i} = 0 & \text{if } x_{k,i} = 0 \\ d_{k,i} - a_{k,i} \geq Dt_i & \text{if } x_{k,i} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

همچنین محدودیت های بالا می‌تواند با نمونه ی خطی آن جایگزین گردد.

$$x_{k,i} \cdot M \geq d_{k,i} - a_{k,i} \geq x_{k,i} \cdot Dt_i \quad i \in N_k \quad (3)$$

محدودیت زمان سرحد (iii)

در این مقاله ما فقط به سرحد زمانی محدودیت‌های اعزام و رسیدن قطارها توجه کردیم که نشان دهنده‌ی فاصله زمانی بین اعزام سرویس  $k$  و زمان رسیدن سرویس  $k+1$  در ایستگاه  $i$  می‌باشد.

(4)

$$d_{k+1,i} - d_{k,i} \geq \theta_{station} \quad \forall k, i > 1$$

$$d_{k+1,i} - d_{k,i} \geq \theta_{Sec} \quad (5)$$

$$a_{k+1,i} - a_{k,i} \geq \theta \quad (6)$$

معادله های (4) و (5) محدودیت های سرحدایمی را بین دو قطار در یک بخش را به وسیله ی محدود کردن زمان ورود، اعزام قطار و زمان ورود و خروج آن ها در یک بخش ملزم می‌کند. محدودیت سرحد (6) که براساس ایستگاه می‌باشد تضمین می‌کند که حداقل یک قطار در ایستگاه در یک بازه زمانی کوتاه مشخص توقف دارد.

$$\min \leq TS(k,i) \leq \lambda \min \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{s-1} TR \leq \Delta_{max} \quad (8)$$

محدودیت رد کردن ایستگاه (v)

$$\sum_{i \in N_k} x_{k,i} \geq |N_k| - S_k \quad \text{For } k \in S_E \quad (9)$$

برای سرویس  $K$  تعداد ایستگاه هایی که در مسیر رفت یا برگشت رد می شوند و توقف صورت نمی گیرد به وسیله ی پارامتر  $S_K$  محدود می شود. این پارامترها توسط مدیریت قطار و براساس قوانین و مقررات تعیین می گردد چرا که اگر تعداد ایستگاه هایی که در آنها توقف صورت نمی گیرد زیاد شود باعث شکایت و ایجاد نارضایتی در بین مسافران می گردد.

محدودیت دوم رد کردن ایستگاه (vi)

اگر ایستگاه هایی که باید از آن ها عبور شود (توقف صورت نگیرد) به طور مناسب انتخاب نشوند بعضی از مسافران بایستی مدت زیادی را منتظر شوند تا قطار مورد نظر برسد تا آن ها را مستقیماً به مقصد خود برسانند به همین علت و به منظور جلوگیری از چنین حالتی محدودیت زیر پیشنهاد می گردد.

$$x_{k,i} \cdot x_{k,j} + x_{k+1,i} \cdot x_{k+1,j} + x_{k+2,i} \cdot x_{k+2,j} \geq 1 \text{ for } k, k+1, k+2 \in S \text{ and } i, j \in N_k \quad (*)$$

محدودیت (\*) تضمین می کند که برای هر سفر از ایستگاه  $i$  به ایستگاه  $j$  حداقل یک سرویس در هر دو ایستگاه  $i$  و  $j$  (در هر سه ایستگاه متوالی) توقف کند. به عبارت دیگر مسافرانی که از ایستگاه  $i$  به  $j$  مسافرانی که ایستگاه  $i$  به  $j$  مسافرت می کنند حداکثر دو سرویس از ایستگاه عبور خواهد کرد. (بدون توقف در ایستگاه)

محدودیت (\*) غیرخطی می باشد که برای حل مدل سخت می باشد. محدودیت (v) نمونه خطی شده ی محدودیت (\*) می باشد.

$$x_{k,i} + x_{k+1,i} + x_{k+2,i} \geq 2 \quad \text{For } k, k+1, k+2 \in S_E \text{ and } i \in N_k \quad (10)$$

با توجه به محدودیت های بالا ما شرایط سرویس رفت را در نظر می گیریم. فرض کنید که نامعادله ی (۱۰) را نگه داشتیم و  $i'$  و  $j'$  مانند معادله ی (۱۱) برقرار است.

$$x_{k,i'} \cdot x_{k,j'} + x_{k+1,i'} \cdot x_{k+1,j'} + x_{k+2,i'} \cdot x_{k+2,j'} = 0 \quad (11)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$x_{k,i'} \cdot x_{k,j'} = 0 \quad (12)$$

$$x_{k+1,i'} \cdot x_{k+1,j'} = 0 \quad (13)$$

$$x_{k+2,i'} \cdot x_{k+2,j'} = 0 \quad (14)$$

$$x_{k,i'} + x_{k+1,i'} + x_{k+2,i'} \geq 2 \quad (15)$$

$$x_{k,j'} \cdot x_{k,j} + x_{k+1,j'} + x_{k+2,i'} \geq 2 \quad (16)$$

زمانی که  $x_{k,i'}=0$  می شود وقتی که  $x_{k,j'}=0$  می گردد و تناقض آشکار می شود.

### ۴-۳- تابع هدف هزینه انرژی الکتریکی

این تابع هدف غالباً از نقطه نظر شرکت بهره برداری ناشی می گردد که هموار در صدد کمینه کردن مصرف انرژی الکتریکی

فرض کنید که نامعادله ی (۱۰) را نگه داشتیم و  $i'$  و  $j'$  مانند معادله ی (۱۱) برقرار است. برای معادله ی (۱۲) اگر  $x_{k,i'}=0$  با توجه به معادله ی (۱۵-۳)  $x_{k+1,i'}=0$  و  $x_{k+2,i'}=0$  خواهد بود. با توجه به معادله های (۱۳) و (۱۴) ما خواهیم داشت  $x_{k+1,j'}=0$  و  $x_{k+2,j'}=0$  که با توجه به معادله ی (۱۶) ناپایدار می باشد. اگر  $x_{k,i'}=1$  بایستی در معادله ی (۱۲)  $x_{k,j'}=0$  مشابه

به منظور کاهش هزینه‌ها می‌باشد که دارای تاثیرات اقتصادی و محیط زیستی می‌باشد. برای محاسبه مقاومت چندین روش شناخته‌شده از مفاهیم مهندسی راه‌آهن و مطالعات میدانی وجود دارد. مقاومت قطار معمولاً با پوند در هر تن وزن قطار ضرب نیروی لازم برای نگه داشتن یک سرعت ثابت  $F_k$  در  $V_k$  توان موتور را نشان می‌دهد.

$$P_k = V_k F_k \quad (17)$$

$F_k$  در این معادله برابر  $R_{kl}$  می‌باشد.

اندازه‌ی انرژی الکتریکی مورد نیاز برای طی کردن مسیر بین ایستگاه‌ها  $dl$  و میزان مصرف سوخت  $R_k$  به ازای هر واحد می‌باشد:

$$R_{kl} \cdot V_k \cdot \left(\frac{dl}{V_k}\right) \cdot r_k = R_{kl} \cdot dl \cdot r_k = M_k \cdot (R_0^K + R_1^K v(k) + R_2^K v(k)^2) \cdot dl \cdot r_k \quad (18)$$

$C_f$  نشان‌دهنده هزینه واحد مصرف انرژی الکتریکی می‌باشد. هزینه‌ی کلی مصرف انرژی الکتریکی قطار  $k$  در طول سفر می‌باشد.

$$F(fu) = \sum_k M_k (R_0^K + R_1^K v(k) + R_2^K v(k)^2) \cdot dl \cdot r_k \cdot c_f \cdot x_{kl} \quad (19)$$

### ۳-۴-۱- متغیرهای تصمیم تابع هدف مصرف انرژی الکتریکی

$V(k)$ : میزان سرعت سرویس قطار  $k$

$$x_{kl} \begin{cases} 1 & \text{اگر قطار } k \text{ در مسیر } l \text{ حرکت کند} \\ 0 & 0.W \end{cases}$$

### ۳-۴-۲- پارامترهای تابع هدف مصرف انرژی الکتریکی

$M(k)$ : وزن قطار  $k$

$dl$ : طول مسیر بین دو ایستگاه

$R_k$ : نیروی مقاومت قطار هنگام حرکت بر روی ریل‌ها

$P_k$ : توان لازم موتور برای ایجاد نیروی  $F_k$

$F_k$ : نیروی لازم جهت ایجاد سرعت ثابت برای حرکت بین دو ایستگاه

$C_f$ : هزینه ثابت برای هر واحد مصرف انرژی الکتریکی

$r_k$ : مقدار مصرف برق موتور

$R_0^K$ : نیروی مقاومت  $grade$

$R_1^K$ : نیروی مقاومت اصطکاک ریل‌ها

$R_2^K$ : نیروی مقاومت اصطکاک هوا

### ۳-۵- برنامه ریزی امکانی استوار

برنامه ریزی ریاضی فازی به دو دسته مهم طبقه بندی می شود: برنامه ریزی امکانی و برنامه ریزی منعطف. برنامه ریزی امکانی برای برخورد با عدم قطعیت در ضرایب تابع هدف ها و محدودیت های مسئله است که به منظور در نظر گرفتن داده های عینی موجود و دانش ذهنی تصمیم گیرنده در مدل سازی استفاده می شود. اما، برنامه ریزی منعطف با مسئله تصمیم گیری در شرایط وجود انعطاف برای رسیدن به هدف ها یا ارضاء محدودیت ها سروکار دارد. با تعاریف ذکر شده، مدل ما به دسته اول تعلق دارد. به منظور استفاده از ویژگی های مثبت هر دو برنامه ریزی امکانی یا استوار برنامه ریزی امکانی استوار بر پایه برنامه ریزی امکانی مبتنی بر شانس برای اولین بار توسط پیشوایی و همکاران (۲۰۱۲) ارائه شد. همانطور که پیش از این نیز بیان شد، یک جواب برای یک مسئله بهینه سازی یک جواب استوار است اگر دارای استواری شدنی بودن

و استواری بهینگی باشد. استواری شدنی بودن به این معناست که جواب می بایست برای تمامی (اکثریت قریب به اتفاق) حالات ممکن پارامترهای دارای عدم قطعیت شدنی باقی بماند. استواری بهینگی نیز بدین معناست که مقدار تابع هدف به ازای جواب استوار می بایست برای تمامی (اکثریت قریب به اتفاق) حالات ممکن پارامترهای دارای عدم قطعیت، نزدیک به مقدار بهینه خود بوده و یا به عبارت دیگر حداقل انحراف را از مقدار بهینه خود داشته باشد. بر اساس ویژگی های جواب استوار، رویکردهای بهینه سازی استوار به سه گروه طبقه بندی می شوند.

۱. رویکرد بدبینانه سخت ۲. رویکرد بدبینانه نرم ۳. رویکرد واقع گرایانه.

بر مبنای این رویکردها پیشوایی و همکاران ۶ مدل برای برنامه ریزی استوار امکانی معرفی کردند که در ادامه به بررسی این مدل ها و کاربرد آن ها در مدل خود می پردازیم. به منظور مطالعه بهتر، فرم بسته مدل را به صورت زیر در نظر می گیریم.

$$\max z = cx - (fy + ex) \quad (26)$$

$$s.t: \quad (27)$$

$$Ax \geq d \quad (28)$$

$$Hx \geq r \quad (29)$$

$$Nx=0 \quad (30)$$

$$Bx \leq ky \quad (31)$$

$$Ty \leq 1 \quad (32)$$

$$My \leq 0 \quad (33)$$

$$y \in \{0,1\}, x \in R$$

دودویی شامل بردار  $y$  و همه متغیرهای تصمیم گیری شامل بردار  $x$  می شوند. حال فرض می کنیم که در فرم بسته مدل طراحی شبکه زنجیره تأمین بردارهای  $c, d$  و دارای عدم قطعیت هستند. بنابراین، مدل پایه برنامه ریزی امکانی مبتنی بر شانس ۱ به صورت ادامه تعریف می شود.

که در آن بردار  $c$  نشان دهنده قیمت فروش محصولات، بردارهای  $f$  و  $e$  به ترتیب نشان دهنده هزینه های ثابت باز کردن و هزینه های خرید و حمل و نقل و عملیات واحدها و بردارهای  $d$  و  $r$  نشان دهنده تقاضا و برگشت می باشند. ماتریس های  $A, H, N, M, B, K$  و ماتریس ضرایب محدودیت ها هستند. همچنین، همه متغیرهای تصمیم گیری

$$\max E[z] = E[c]x - (fy + ex) \quad (34)$$

s.t:

$$Nc\{Ax \geq d\} \geq \alpha \quad (35)$$

$$Nc\{Hx \geq r\} \geq \gamma \quad (36)$$

$$Nx = 0 \quad (37)$$

$$Bx \leq ky \quad (38)$$

$$Ty \leq 1 \quad (39)$$

$$My \leq 0 \quad (40)$$

$$y \in \{0, 1\}, x \in R \quad (41)$$

$E[z]$  نشان دهنده مقدار متوسط تابع هدف است که بر اساس معادله (42) تعریف می شود براساس هیلپرن (۱۹۹۲) و لیو و ایومورا

(۱۹۹۸) و با در نظر گرفتن پارامترهای غیرقطعی به صورت اعداد فازی مثلثی مانند  $\xi = (\xi(1), \xi(2), \xi(3))$ ، معادل قطعی مدل BPCCP به

صورت زیر است.

$$\max E[z] = \left(\frac{c_1 + 2c_2 + c_3}{4}\right)x - (fy + ex) \quad (42)$$

s.t:

$$Ax \geq (\alpha)d_3 + (1-\alpha)d_2 \quad (43)$$

$$Hx \geq (\gamma)r_3 + (1-\gamma)r_2$$

$$Nx = 0$$

$$Bx \leq ky$$

$$Ty \leq 1 \quad (44)$$

$$My \leq 0$$

$$y \in \{0, 1\}, x \in R$$

اثبات نحوه به دست آوردن معادله های (۴۲)، (۴۳) و (۴۴) در پیوست ارایه شده است.

می شود، همچنین زمان توقف قطار در ایستگاه ها بسته به جمعیت حاضر در ایستگاه ممکن است کم یا زیاد شود و درهای واگن های قطار به علت هجوم مسافران پی در پی باز و بسته شوند که این موضوع تعیین مقدار قطعی و مشخصی از توقف قطار در ایستگاه را سخت می کند. با توجه به مطالب گفته شده محدودیت های (۱) و (۳) از مدل اصلی زمان بندی به صورت مدل های ۴۵ و ۴۶ تغییر می کنند.

در مدل اصلی زمان بندی قطار مساله محدودیت های (۱) و (۳) دارای پارامتر غیرقطعی هستند، فقط این دو محدودیت به ترتیب به صورت محدودیت های (۳۵) و (۳۶) تغییر می کنند و سایر محدودیت ها بدون تغییر باقی می مانند. در مورد تابع هدف هم به علت اینکه پارامترهای غیرقطعی در آن حضور ندارند تغییری پیدا نمی کنند. همان طور که می دانید مدت زمان حرکت قطار بین دو ایستگاه همواره ثابت نیست و بسته به شرایط کند و تند

$$a_{k+1} - d_{k,i} = \alpha R t_{i3} + (1 - \alpha) R t_{i2} + x_{k,i} \tau_a + x_{k,i+1} \tau_d \quad i, i+1 \in \mathbb{N} \quad (45)$$

$$x_{k,i} M \geq d_{k,i} - a_{k,i} \geq x_{k,i} \gamma D t_{i3} + (1 - \gamma) D t_{i2} \quad i \in \mathbb{N} \quad (46)$$

انحراف مقدار تابع هدف از مقدار مورد انتظار آن حساسیت ندارد و این موضوع می تواند در موقعیت های واقعی ریسک بالایی را به تصمیم گیرنده تحمیل کند. بنابراین، اعمال رویکرد امکانی استوار بسیار مؤثر خواهد بود (پیشوایی و همکاران، ۲۰۱۲)

در فرمول ارائه شده، تصمیم گیرنده باید مینیمم سطح اطمینان محدودیت های مبتنی بر شانس را تعیین کند، که همانند روش آنالیز حساسیت که تصمیم گیرنده مقادیر پارامترها را تغییر می دهد. با افزایش تعداد محدودیت های مبتنی بر شانس، تعداد آزمایش های مورد نیاز برای تعیین مقدار مناسب سطوح اطمینان به طرز قابل توجهی افزایش می یابد. همچنین، مدل نسبت به

#### مدل RPPI

بر اساس مدل برنامه ریزی امکانی مبتنی بر شانس، مدل RPPI که جزء رویکردهای واقع گرایانه می باشد به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \max E[z] - \pi(z_{max} - z_{min}) - \delta_1(d_3(t) - \alpha d_3(t) + (1 - \alpha)d_2(t)) - \delta_2(R_3(t) - \gamma R_3(t) + (1 - \gamma)R_2(t)) \\ \text{s.t:} \\ Ax \geq (\alpha)d_3(t) + (1 - \alpha)d_2(t) \\ Hx \geq (\gamma)R_3(t) + (1 - \gamma)R_2(t) \\ Nx = 0 \\ Bx \leq ky \\ My \leq 0 \\ y \in \{0, 1\}, x \in R \end{aligned}$$

$$\alpha < 0.5, \gamma \geq 1 \quad (48)$$

معادله (۴۷) نشان دهنده تابع هدف مسئله در مدل RPPI است. مشابه مدل BPCCP، عبارت اول در تابع هدف نشان دهنده مقدار مورد انتظار Z است. عبارت دوم یعنی  $\pi(z_{max} - z_{min})$ ، نشان دهنده اختلاف بین دو مقدار کرانی Z است که در آن  $Z_{max}$  و  $Z_{min}$  به صورت معادله های (۴۹) و (۵۰) تعریف می شوند.

$$(49)$$

$$z_{max} = c_3 y - (f y + e x)$$

$$(50)$$

$$z_{min} = c_1 y - (f y + e x)$$

به مینیمم کردن ماکزیمم انحراف مثبت و منفی از مقدار بهینه مورد انتظار Z می شود. همچنین، این عبارت استوار بهیئگی

$\pi$  بیان کننده وزن (اهمیت) این عبارت در مقابل سایر عبارتهای تابع هدف است. بنابراین وجود عبارت دوم منجر

محدودیت‌ها تعیین می‌گردد که این موضوع در (۴۲) نشان داده

تعیین سطح اطمینان محدودیت‌های مبتنی بر شانس جلوگیری می‌کند. به علاوه، با افزایش تعداد محدودیت‌های مبتنی بر شانس مدل *RPPI* قادر خواهد بود مقدار بهینه سطح اطمینان محدودیت‌ها را راحت تر و بدون نیاز به استفاده از فرآیندهای پیچیده و زمان بر تعیین کند. بر اساس توضیحات ارائه شده مشخص است که مدل *RPPI* به دنبال یک تعادل منطقی بین سه بخش تابع هدف است.

- متوسط عملکرد

- استواری بهینگی

- استواری شدنی

مدل کلی مسئله با در نظر گیری مدل *RPPI* به صورت زیر می‌شود.

$$F(fu) = \sum_k M_k (R_0^K + R_1^K v(k) + R_2^K v(k) 2). dl. \left( \frac{r_{1(k)} + 2r_{2(k)} + r_{3(k)}}{4} \right) cf. x_{kl} \\ - \pi \sum_k M_k (R_0^K + R_1^K v(k) + R_2^K v(k) 2). dl. (r_{3(k)} - r_{1(k)}) - \delta_1(d_3(t) - \alpha d_3(t) + (1 - \alpha)d_2(t)) \\ - \delta_2(R_3(t) - \gamma R_3(t) + (1 - \gamma)R_2(t)) \quad (51)$$

تابع هدف اول *BPCCP*: فضای شدنی مدل  $\alpha < 0.5$  و  $\beta \leq 1$

در مدل *RPPI* عبارت  $\pi(z_{maz} - z_{min})$  به منظور مینیمم کردن ماکزیمم اختلاف بین دو مقدار کرانی  $z$  استفاده شده است. اما، در برخی مواقع تصمیم گیرنده نسبت به اختلاف هر دو مقدار کرانی از مقدار بهینه مورد انتظار حساسیتی ندارد. به عنوان

### مدل *RPPII*

مدل *RPPII* که جزء رویکردهای واقع گرایانه می باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\max E[z] - \pi(E[z] - z_{min}) - \delta_1(d_3(t) - \alpha d_3(t) + (1 - \alpha)d_2(t)) - \delta_2(R_3(t) - \gamma R_3(t) + (1 - \gamma)R_2(t)) \\ x, y, \alpha, \gamma \in F \quad (52)$$

اختلاف کران پایینی از مقدار بهینه مورد انتظار آن بستگی دارد. بنابراین، مدل کلی مسئله با در نظر گیری مدل *RPPII* به صورت رابطه‌های (۵۳) می‌شود.

که در آن  $F$  فضای شدنی مدل *RPPI* است (معادله ۵۲). معادله نشان دهنده تابع هدف مسئله در مدل *RPPII* است. عبارت  $\pi(E[z] - z_{min})$  نشان می‌دهد که تابع هدف فقط به

$$\begin{aligned}
 F(fu) = & \sum_k M_k (R_0^K + R_1^K v_{(k)} + R_2^K v_{(k)} 2) . dl . \left( \frac{r_{1(k)} + 2r_{2(k)} + r_{3(k)}}{4} \right) cf . x_{kl} \\
 & - \pi \sum_k M_k (R_0^K + R_1^K v_{(k)} + R_2^K v_{(k)} 2) . dl . \left( \frac{r_{1(k)} + 2r_{2(k)} + r_{3(k)}}{4} - r_{1(k)} \right) - \delta_1 (d_3(t) - \alpha d_3(t) + (1 - \alpha) d_2(t)) \\
 & - \delta_2 (R_3(t) - \gamma R_3(t) + (1 - \gamma) R_2(t))
 \end{aligned} \tag{53}$$

تابع هدف اول

s.t:

*BPCCP*

$\beta \leq 1$  و  $\alpha < 0.5$

مدل *RPPIII*

همچنین مدل *RPPIII* که جزء رویکردهای واقع گرایانه است به صورت رابطه‌ی (۷۵-۳) می‌باشد:

(۵۴)

$$\begin{aligned}
 \max E[z] + \pi(z_{\min}) - \delta_1 (d_3(t) - \alpha d_3(t) + (1 - \alpha) d_2(t)) - \delta_2 (R_3(t) - \gamma R_3(t) + (1 - \gamma) R_2(t)) \\
 x, y, \alpha, \gamma \in F
 \end{aligned}$$

همانطور که از معادله (۵۴) مشخص است در این حالت مقدار تابع هدف فقط به مقدار کران پایینی حساسیت دارد. بنابراین، مدل کلی

مسئله با در نظرگیری مدل *RPPIII* به صورت رابطه‌ی (۵۵) می‌شود.

(۵۵)

$$\begin{aligned}
 F(fu) = & \sum_k M_k (R_0^K + R_1^K v_{(k)} + R_2^K v_{(k)} 2) . dl . \left( \frac{r_{1(k)} + 2r_{2(k)} + r_{3(k)}}{4} \right) cf . x_{kl} \\
 & - \pi \sum_k M_k (R_0^K + R_1^K v_{(k)} + R_2^K v_{(k)} 2) . dl . (r_{1(k)}) - \delta_1 (d_3(t) - \alpha d_3(t) + (1 - \alpha) d_2(t)) \\
 & - \delta_2 (R_3(t) - \gamma R_3(t) + (1 - \gamma) R_2(t))
 \end{aligned}$$

تابع هدف اول

s.t: *BPCCP* فضای شدنی مدل

$\beta \leq 1$  و  $\alpha < 0.5$

مدل برنامه ریزی امکانی استوار اصلاح شده

همانطور که در مدل *RPPI* معلوم است (همینطور در مدل های *RPPII* و مدل *RPPIII* انحراف محدودیت با رویکرد محافظه کارانه

محاسبه شده است و توجهی به امکان انحراف نشده است). بنابراین، به منظور ارائه رویکردی با محافظه کاری کمتر، مدل *MRPP* به

صورت رابطه‌ی (۵۶) معرفی شده است.

(۵۶)

$$\max_{x,y,\alpha,\gamma \in F} E[z] - \pi(E[z] - z_{\min}) - \delta_1 \alpha (d_3(t) - \alpha d_3(t) + (1 - \alpha) d_2(t)) - \delta_2 \gamma (R_3(t) - \gamma R_3(t) + (1 - \gamma) R_2(t))$$

برخلاف ویژگی‌های مثبت مدل MRPP، به دلیل وجود عبارت‌های درجه دو، مدل در گروه برنامه ریزی غیر خطی درجه دو قرار می‌گیرد و مشهود است که پیچیدگی این مدل‌های ریاضی از مدل‌های خطی بیشتر است؛ اما، در میان مدل‌های غیر خطی، مدل‌های غیر خطی درجه دو قابل مهارترند و راحت‌تر حل می‌شوند. مدل کلی مسئله با در نظر گیری مدل MRPP به صورت رابطه‌ی (۵۷) می‌شود.

$$F(fu) = \sum_k M_k (R_0^K + R_1^K v_{(k)} + R_2^K v_{(k)} 2) dl \cdot \left( \frac{r_{1(k)} + 2r_{2(k)} + r_{3(k)}}{4} \right) cf \cdot x_{kl} \\ - \pi \sum_k M_k (R_0^K + R_1^K v_{(k)} + R_2^K v_{(k)} 2) dl \cdot \left( \left( \frac{r_{1(k)} + 2r_{2(k)} + r_{3(k)}}{4} \right) - r_{1(k)} \right) - \delta_1 \alpha (d_3(t) - \alpha d_3(t) \\ + (1 - \alpha) d_2(t)) - \delta_2 \gamma (R_3(t) - \gamma R_3(t) + (1 - \gamma) R_2(t)) \quad (57)$$

تابع هدف اول

s.t: BPCCP فضای شدنی مدل

$$\beta \leq 1 \text{ و } \alpha < 0,5$$

#### مدل برنامه ریزی امکانی استوار سخت

نیست، زیرا این مدل تنها از نقاط حدی پارامترهای غیر قطعی برای ایجاد تابع هدف و محدودیت‌های مدل استفاده می‌کند. از یک منظر، این موضوع یک ویژگی مثبت به حساب می‌آید زیرا در این صورت تصمیم گیرنده نیازی به تعیین توزیع امکانی پارامترهای غیرقطعی ندارد. به هر حال، زمانی که توزیع امکانی پارامترهای غیر قطعی قابل تعیین باشد HWRPP برای تصمیم گیرنده هیچ ارزش افزوده ای مبنی بر اطلاعات اضافی در مورد تابع توزیع پارامترهای غیر قطعی ایجاد نمی‌کند.

در رویکرد برنامه‌ریزی استوار سخت جواب باید در مقابل همه‌ی مقدارهای ممکن پارامترهای غیرقطعی مصون باشد. (ماکزیمم شدنی بودن استوار) در زمینه بهینگی استوار هم در این رویکرد تصمیم گیرنده تلاش می‌کند در مسئله ماکزیمم سازی بدترین مقدار تابع هدف را، از بین همه حالت‌های ممکن، بیشینه به عبارت دیگر، این رویکرد یک رویکرد کاملاً محافظه کارانه و ریسک‌گريزانه است. مدل HWRPP در فرم بسته به صورت رابطه (۵۸) بیان می‌شود. قابل توجه است که مدل HWRPP به شکل توزیع امکانی پارامترهای غیرقطعی دارای حساسیت

(۵۸)

$$\begin{aligned} & \max E [z] - \pi(z_{\min}) - \delta_1(d_3(t) - \alpha d_3(t) + (1 - \alpha)d_2(t)) - \delta_2(R_3(t) - \gamma R_3(t) + (1 - \gamma)R_2(t)) \\ & \text{s.t:} \\ & Ax \geq d_3(t) \\ & Hx \geq R_3(t) \\ & Nx = 0 \\ & Bx \leq ky \\ & Ty \leq 1 \\ & My \leq 0 \\ & y \in \{0,1\}, x \in R \end{aligned}$$

$$\alpha < 0.5, \gamma \geq 1 \quad (59)$$

$$F(fu) = \sum_k M_k (R_0^K + R_1^K v^{(k)} + R_2^K v^{(k)2}) dl.(r_{1(k)}) cf. x_{kl} \quad (60)$$

$$a_{k,i} - d_{k,i} = \alpha R_{i3} + x_{k,i} \tau D \quad i, i+1 \in \mathbb{N} \quad (61)$$

$$x_{k,i} M \geq d_{k,i} - a_{k,i} \geq x_{k,i} \gamma D_{i3} \quad i \in \mathbb{N} \quad (62)$$

تابع هدف اول

s.t: *BPCCP* فضای شدنی مدل

$$\beta \leq 1 \text{ و } \alpha < 0.5$$

۳-۸-۶- مدل برنامه ریزی امکانی استوار نرم

اگرچه مدل *HWRPP* بالاترین درجه حفاظت را فراهم می کند (استوار شدنی)، اما در عمل بسیار محافظه کارانه می باشد و همچنین تابع توزیع پارامترهای غیر قطعی را نادیده می گیرد. همچنین، مقدار بهینه تابع هدف در مدل *HWRPP* بزرگتر از سایر رویکردهاست. این بدان معنی است که تصمیم گیرنده برای اجرای تصمیم بدست آمده از حل مدل *HWRPP* باید هزینه بالایی بپردازد. با توجه به اینکه در اغلب مواقع قرارگرفتن تمام پارامترهای غیرقطعی در بدترین مقدار ممکن خود غیر واقعی به نظر می رسد، استفاده از رویکرد سخت معقول و سودآور نمی باشد. برای غلبه بر مشکلات اشاره شده، مدل *SWRPP* ارائه شده است. در این رویکرد درجه شدنی *robust* مانند مدل های *RPP* تعیین می شود، اما در زمینه بهینگی تابع هدف تلاش می شود بدترین مقدار تابع هدف و جریمه انحراف کمینه گردد.

$$M \max(z_{\min}) - \delta_1(d_3(t) - \alpha d_3(t) + (1 - \alpha)d_2(t)) - \delta_2(R_3(t) - \gamma R_3(t) + (1 - \gamma)R_2(t)) \quad (63)$$

$$x, y, \alpha, \gamma \in F$$

بنابراین مدل کلی مساله با در نظر گیری مدل *SWRPP* به صورت رابطه ی (۶۴) می شود:

$$\begin{aligned} F(fu) = & \sum_k M_k (R_0^K + R_1^K v^{(k)} + R_2^K v^{(k)2}) dl.(r_{1(k)}) cf. x_{kl} - \delta_1(d_3(t) - \alpha d_3(t) + (1 - \alpha)d_2(t)) \\ & - \delta_2(R_3(t) - \gamma R_3(t) + (1 - \gamma)R_2(t)) \end{aligned} \quad (64)$$

تابع هدف اول

s.t: *BPCCP* فضای شدنی مدل

$$\beta \leq 1 \text{ و } \alpha < 0.5$$

### ۳-۹- برنامه ریزی آرمانی

ریزی آرمانی چند گزینه‌ای، برای حل مسائل تصمیم‌گیری چند هدفه ارائه می‌دهد. برنامه ریزی آرمانی چند گزینه‌ای به تصمیم گیرنده اجازه می‌دهد که برای هر یک از اهداف چندین سطح آرمان را در نظر گیرد. بر اساس روش وی برای بیان چندین سطح آرمان عبارتهایی شامل متغیرهای دودویی به مدل وارد می‌شود؛ که این موضوع باعث سخت شدن اجرا به ویژه در مسائل بزرگ و فهم دشوار آن می‌گردد. به منظور رفع این مشکل چانگ (۲۰۰۸) رویکردی جدید را برای فرموله کردن سطوح آرمانی چند گزینه‌ای ارائه می‌دهد؛ این رویکرد از عبارتهایی با متغیرهای دودویی استفاده نمی‌گردد بلکه در این روش تصمیم گیرنده آرمان هر یک از اهداف را به صورت بازه‌ای در نظر می‌گیرد که این موضوع منجر به استفاده کاراتر از روش برنامه‌ریزی آرمانی چند گزینه‌ای می‌شود. در ادامه، مدل سازی بر اساس این روش برای دو حالت ماکزیمم سازی و مینیمم سازی توضیح داده شده است.

آنچه مسلم است در دنیای واقعی، بسیاری از مسائل برنامه‌ریزی دارای بیش از یک هدف عمده حداکثر کردن سود یا حداقل کردن هزینه می‌باشند؛ هدف‌هایی نظیر افزایش کیفیت، افزایش رضایت مشتری، کاهش آلودگی و غیره، که گاه این اهداف به طور همزمان مورد توجه مدیران شرکت هاست. در بیشتر موارد ممکن است که اهداف مورد نظر با یکدیگر در تضاد باشند و یا حتی در صورتی که اهداف در یک جهت قرار گیرند، بسیاری از آن‌ها از واحدهای اندازه‌گیری ناهمگنی تشکیل شوند و نتوان جمع جبری آن‌ها را در قالب یک تابع هدف نوشت. از این رو استفاده از یک روش مناسب برای در نظرگیری همه اهداف امری ضروری و برنامه‌ریزی آرمانی یکی از قوی‌ترین روش‌ها در این زمینه است. در روش برنامه ریزی آرمانی معمول برای هر یک از اهداف آرمانی تعریف شده و هدف مسئله مینیمم کردن مجموع انحرافات مثبت و منفی هر یک از اهداف از آرمان تعریف شده می‌باشد. اما، چانگ یک روش جدید، به نام برنامه حالت ۱. برای حالت بیشینه سازی (هر چه بیشتر بهتر)

$$\min \sum_{i=1}^n [w_i(d_{i(+)}+d_{i(-)})+\alpha_i(e_{i(+)}+e_{i(-)})] \quad (65)$$

$$f p-d_{i(+)}+d_{i(-)}=y_i \quad \text{و} \quad i=1,2,\dots,n \quad (66)$$

$$y_i - e_{i(+)} + e_{i(-)} = g_i, \max \quad i=1,2,\dots,n \quad (67)$$

$$g_i, \min \leq y_i \leq g_i, \max \quad (68)$$

$$d_{i(+)}, d_{i(-)}, e_{i(+)} + e_{i(-)} \geq 0 \quad i=1,2,\dots,n \quad (69)$$

$$X \in F$$

نیز به ترتیب مقدار انحراف مثبت و منفی مرتبط با  $|y_i - g_{i,\max}|$  را ارائه می‌دهند؛ همچنین  $\alpha_i$  وزن مربوط به مجموع انحرافات از  $|y_i - g_{i,\max}|$  است. به علاوه، مقدار انحرافها مقداری مثبت است که این موضوع در معادله (۶۹) نشان داده شده است.

که در آن  $w_i$  وزن  $i$  امین تابع هدف است؛ تابع هدف مسئله (۶۵) مجموع انحرافها را کمینه می‌کند.  $g_{i,\max}$  و  $g_{i,\min}$  به ترتیب حد پایین و بالا برای آرمان تابع هدف  $i$  می‌باشند. معادله (۶۶)  $d_{i(+)}, d_{i(-)}$  به ترتیب مقدار انحراف مثبت و منفی مرتبط با تابع هدف  $i$   $|f_i(x) - y_i|$  می‌باشند. معادله (۶۷)،  $e_{i(+)}$  و  $e_{i(-)}$  حالت ۲. حالت کمینه سازی (هر چه کمتر بهتر)

$$\min \sum_{i=1}^n [w_i(d_{i(+)}+d_{i(-)})+\alpha_i(e_{i(+)}+e_{i(-)})] \quad (70)$$

$$f(p)-d_{i(+)}+d_{i(-)}=y_i \quad \text{و} \quad i=1,2,\dots,n \quad (71)$$

$$y_i - e_{i(+)} + e_{i(-)} = g_{i, \min} \quad i=1,2,\dots,n \quad (72)$$

$$g_{i, \min} \leq y_i \leq g_{i, \max} \quad (73)$$

$$d_{i(+)}, d_{i(-)}, e_{i(+)} + e_{i(-)} \geq 0 \quad i=1,2,\dots,n \quad (74)$$

$$X \in F$$

در مسائل ماکزیمم سازی به دنبال دستیابی به حد بالای آرمان هستیم. بنابراین با به کارگیری مدل برنامه ریزی آرمانی چند گزینه‌ای در مدل داریم.

تنها تفاوت حالت مینیمم سازی و ماکزیمم سازی در معادله‌ی بالاست. در اینجا به ترتیب مقدار انحراف مثبت و منفی مرتبط با  $|y_i - g_i|$  را نشان می‌دهند. یعنی در مسائل مینیمم سازی رسیدن به حد پایین آرمان در اولویت است؛ در حالی که،

$$\text{Min } w f = [w(d_{1(+)}+d_{1(-)})+\alpha_1(e_{1(+)}+e_{1(-)}) + w(d_{2(+)}+d_{2(-)})+\alpha_2(e_{2(+)}+e_{2(-)})] \quad (75)$$

$$f(p)-d_{1(+)}+d_{1(-)}=y_1 \quad \text{و} \quad i=1,2,\dots,n \quad (76)$$

$$y_1 - e_{1(+)} + e_{1(-)} = g_{1, \min} \quad i=1,2,\dots,n \quad (77)$$

$$g_{1, \min} \leq y_1 \leq g_{1, \max} \quad (78)$$

$$d_{1(+)}, d_{1(-)}, e_{1(+)}, e_{1(-)} \geq 0 \quad i=1,2,\dots,n \quad (79)$$

$$f(c)-d_{2(+)}+d_{2(-)}=y_2 \quad \text{و} \quad i=1,2,\dots,n \quad (80)$$

$$y_2 - e_{2(+)} + e_{2(-)} = g_{2, \min} \quad i=1,2,\dots,n \quad (81)$$

$$g_{2, \min} \leq y_2 \leq g_{2, \max} \quad (82)$$

$$d_{2(+)}, d_{2(-)}, e_{2(+)}, e_{2(-)} \geq 0 \quad i=1,2,\dots,n \quad (83)$$

صورت کمینه می‌باشد و از این رو هدف رسیدن به حد پایین آرمان تعریف شده برای این تابع هدف است به همین علت در محدودیت (۸۲)  $g_{i, \min}$  قرار داده ایم. محدودیت (۸۳) نیز مثبت بودن مقدار انحراف‌ها را نشان می‌دهد. مدلی که در این جا بر اساس روش برنامه‌ریزی آرمانی چند گزینه‌ای ارائه شد، مدل مسئله را در حالت کلی نشان می‌دهد.

معادله (۷۵) تابع هدف مسئله را نشان می‌دهد که مجموع انحراف‌ها را مینیمم می‌سازد. محدودیت‌های (۷۶)، (۷۷) و (۷۸) و (۷۹) محدودیت‌های ناشی از تابع هدف اول هستند که در آن  $f(p)$  نشان دهنده تابع هدف اول است. هدف رسیدن به حد پایین آرمان این تابع هدف می‌باشد. به همین دلیل در محدودیت (۷۸)  $g_{1, \min}$  را قرار داده شده است. محدودیت‌های (۸۰)، (۸۱) و (۸۲) ناشی از تابع هدف دوم می‌باشند. تابع هدف دوم نیز به

#### ۴- مطالعه موردی

(۱) مشاهده می‌کنید که نشان دهنده‌ی کمینه زمان حرکت قطار بین دو ایستگاه در خط گوانژو نشان می‌دهد. به طور کلی در این تحقیق زمان اضافی شتاب‌گیری (افزایش یا کاهش سرعت)

در این پژوهش جهت آزمودن مدل بر روی داده‌های مترو و سیستم قطار شهری دو شهر گوانژو و خط ۷ متروی تهران انجام شده است. مترو گوانژو دارای ۱۳ ایستگاه می‌باشد که در جدول

به صورت  $\tau_a = 25$  و  $\tau_d = 25$  برای همه خط‌ها و ایستگاه‌ها در نظر گرفته شده است. کمینه سرحد زمانی بین دو ایستگاه  $90s = h_s$ ، هر ایستگاه در جدول (۲) لیست شده است. در سرویس‌های فعلی اگر  $S_k=2$  شود یعنی قطار حداکثر می‌تواند از دو ایستگاه متوالی (بدون توقف) عبور کند به همین ترتیب اگر  $S_k=1$  گردد یعنی قطار می‌تواند از یک ایستگاه عبور کند. جدول (۱) نشان دهنده‌ی زمان توقف قطار در ایستگاه‌ها می‌باشد.

جدول ۱. زمان توقف قطار در هر ایستگاه

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<i>dw</i>	30	30	30	35	30	30	30	30	30	30	30	35	40

جدول ۲ نشان دهنده‌ی مدت زمان حرکت قطار بین دو ایستگاه را نشان می‌دهد. نرخ ورود مسافر به ایستگاه‌ها  $\lambda_i(t)$  از متروی پکن به دست آمده است که در جداول (۳) و (۴) نمایش داده می‌شود. به جهت ملاحظات امنیتی این اعداد، واقعی نیستند اما اندازه‌گیری شده‌اند. نرخ ورود به ایستگاه قطار در ساعات اوج صبح بین ۷:۰۰ تا ۱۰:۰۰ می‌باشد.

جدول ۲. مدت زمان حرکت بین ایستگاه *i* و *i+1*

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<i>Rt</i>	15	15	30	45	15	30	15	30	45	30	45	15	45

جدول ۳. نرخ ورودی مسافری به قطار

time station	Before 7:15	7:15-7:30	7:30-7:45	7:45-8:00	8:00-8:15	8:15-8:30	8:30-8:45	8:45-9:00	9:00-9:15	9:15-9:30	9:30-9:45	9:45-10:00	After 10:00
St_1	0.350	0.467	0.603	0.700	0.800	0.833	0.687	0.600	0.523	0.467	0.400	0.333	0.333
St_2	0.550	0.667	0.833	0.813	0.900	1.033	1.043	0.867	0.737	0.600	0.493	0.433	0.447
St_3	0.540	0.600	0.633	0.700	0.667	0.687	0.633	0.467	0.433	0.393	0.313	0.333	0.320
St_4	1.300	1.600	2.020	2.433	2.533	2.430	2.133	2.013	1.900	1.633	1.667	1.333	1.080
St_5	0.840	1.000	1.127	1.200	1.250	1.300	1.147	1.133	1.033	0.867	0.800	0.680	0.567
St_6	0.350	0.397	0.393	0.433	0.483	0.613	0.550	0.490	0.433	0.423	0.347	0.310	0.253
St_7	0.303	0.367	0.437	0.533	0.610	0.737	0.567	0.487	0.420	0.377	0.337	0.283	0.240
St_8	0.247	0.337	0.400	0.467	0.573	0.617	0.500	0.433	0.400	0.377	0.337	0.320	0.270
St_9	1.063	1.133	1.300	1.493	1.573	1.687	1.600	1.490	1.300	1.177	1.007	0.840	0.713
St_10	2.617	2.840	3.073	3.180	3.107	3.150	3.167	3.017	2.823	2.440	2.063	1.767	1.460
St_11	0.650	0.747	0.827	0.967	0.940	0.827	0.933	0.657	0.670	0.567	0.473	0.337	0.297
St_12	0.200	0.247	0.277	0.190	0.163	0.240	0.293	0.177	0.153	0.267	0.187	0.107	0.100
St_13	0.907	0.997	1.197	1.300	1.260	1.343	1.383	1.243	0.990	0.933	0.780	0.720	0.567

جدول ۴. ماتریس همگن

	St_1	St_2	St_3	St_4	St_5	St_6	St_7	St_8	St_9	St_10	St_11	St_12	St_13
St_1	0	0	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0.190	0.190	0.190	0.048
St_2	0.048	0	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0.190	0.190	0.190	0.048
St_3	0.091	0.045	0	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.182	0.182	0.182	0.045
St_4	0.130	0.043	0.043	0	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.174	0.174	0.174	0.043
St_5	0.130	0.043	0.043	0.043	0	0.043	0.043	0.043	0.043	0.174	0.174	0.174	0.043
St_6	0.136	0.045	0.045	0.045	0.045	0	0.045	0.045	0.045	0.136	0.182	0.182	0.045
St_7	0.136	0.091	0.045	0.045	0.045	0.045	0	0.045	0.045	0.136	0.136	0.182	0.045
St_8	0.182	0.091	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0	0.045	0.091	0.136	0.182	0.045
St_9	0.190	0.143	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0	0.048	0.095	0.190	0.048

St_10	0.200	0.100	0.100	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0	0.050	0.150	0.100
St_11	0.235	0.176	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0	0.059	0.059
St_12	0.125	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0	0.063
St_13	0.235	0.118	0.118	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0.059	0

قطار هستند ساده می باشد. زمانی که اختلال روی می دهد ما فرض می کنیم که تمامی قطارها در ایستگاهها توقف کردند. جدول (۵) مقادیر ماتریس OD همگن را نشان می دهد.

#### ۴- خط ۷ متروی تهران

پس از ارائه داده ها و اطلاعات مربوط به مترو گوانزو در این بخش داده های مربوط به خط ۷ متروی تهران ارائه می گردد. در خط ۷ متروی تهران تعداد ۷ ایستگاه موجود می باشد که در روزهای عادی تعداد ۱۷۰ حرکت صورت می گیرد که این تعداد در روزهای تعطیل به ۱۳۲ عدد کاهش می یابد. فاصله زمانی حرکت قطار در روزهای عادی ۱۲ دقیقه و در روزهای تعطیل ۱۵ دقیقه می باشد. در هر قطار ۳۰۶ صندلی موجود می باشد و ظرفیت نرمال هر قطار ۱۳۱۰ نفر تخمین زده می شود. به طور متوسط زمان توقف هر قطار در هر ایستگاه ۱۵ ثانیه می باشد.

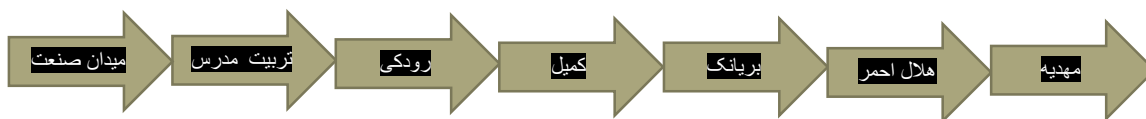
ماهیت ماتریس OD بر نتایج تحقیق اثر می گذارد. در اینجا ما از دو نوع ماتریس OD استفاده کردیم، ماتریس های همگن و ناهمگن که به ترتیب در جدول های (۷) و (۸) ارائه شده است. اگر ماتریس OD ناهمگن باشد این به این معناست که اکثر مسافرین به تعداد کمی ایستگاه می روند و اگر ماتریس OD همگن باشد یعنی هر ایستگاه به اندازه ای مساوی و مشخص دارای مسافر می باشد. ظرفیت هر قطار برای جابجایی مسافرین در تحقیق ما ۱۲۰۰ مسافر می باشد. ( $C=1200$ ). اگر هیچ گونه اختلالی صورت نپذیرد تعداد قطارها برای جابجایی مسافرین کافی خواهد بود و در حالت توقف استاندارد (بدون عبور) فرقی نمی کند که از ماتریس OD همگن یا ناهمگن استفاده شود. جهت به دست آوردن تعداد مسافرین در ایستگاه و قطار در زمان H ما نیاز داریم تا تعداد مسافرین را در زمان وقوع اختلال شبیه سازی کنیم. تعداد ۲۰ قطار با بازه زمانی حرکت ۳.۵ دقیقه موجود می باشد. قبل از وقوع اختلال مسافرین به اولین قطاری که به ایستگاه می رسد سوار می شوند. محاسبه ی مسافرینی که در

جدول ۵. ماتریس همگن

	St_1	St_2	St_3	St_4	St_5	St_6	St_7	St_8	St_9	St_10	St_11	St_12	St_13
St_1	۰	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳
St_2	۰,۰۸۳	۰	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳
St_3	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳
St_4	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳
St_5	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳
St_6	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳
St_7	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳
St_8	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳
St_9	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳
St_10	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳
St_11	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳
St_12	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰	۰,۰۸۳
St_13	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰,۰۸۳	۰

جدول ۶. فاصله بین ایستگاه های خط هفت بر حسب متر

ایستگاه	تربیت مدرس	رودکی	کمیل	پریانک	هلال احمر	مهدیه
میدان صنعت	۴۰۷۰					
تربیت مدرس		۴۱۹۱				
رودکی			۷۵۷			
کمیل				۹۳۸		
پریانک					۷۸۵	
هلال احمر						۱۰۳۸



شکل ۱. ترتیب بین ایستگاه‌های خط ۷ مترو

همچنین مدت زمان حرکت قطار بین دو ایستگاه  $i$  و  $i+1$  مانند جدول (۷) می‌باشد. با توجه به داده‌های ارائه شده مسئله حل شد. نتایج بدست آمده از حل مدل‌ها برای دو تابع هدف مساله تحت داده‌های اسمی ارائه شده است.

جدول ۷. عملکرد مدل‌های ارائه شده تحت داده‌های اسمی

رویکرد	مقدار بهینه تابع هدف اول	مقدار بهینه تابع هدف دوم	مقدار بهینه تابع هدف آرمانی	زمان حل
BPCCP( $\alpha=\beta=0.7$ )	164775.000	47439.900	2157.900	62
BPCCP( $\alpha=\beta=0.8$ )	164775.000	47476.600	2401.600	88
BPCCP( $\alpha=\beta=0.9$ )	164775.000	47354.300	2580.800	635
RPPI	335127.000	46948.000	990.500	1438
RPII	285694.500	46948.000	1098.000	431
RPIII	۳۱۵۵۴۸,۰۰۰	46948.000	765.500	627
MRPP	319967.700	46948.000	1213.000	2250
SWRPP	221102.700	47439.900	1023.000	۴۵۶

عملکرد مطلوب تری دارد. از طرف دیگر، مدل‌هایی مانند RPPI و RPII در شرایطی که جریمه انحراف کمتر باشد عملکرد بهتری دارد. در بین مدل‌های ارائه شده مدل HWRPP انحراف استاندارد کمتری دارد. همان‌طور که اشاره شد، مدل HWRPP یک مدل ریسک‌گریز و کاملاً محافظه‌کارانه است و انتظار می‌رود متوسط عملکرد آن در مقایسه با سایر مدل‌ها کیفیت کمتری داشته باشد. این مدل برای موقعیت‌ها و مدل‌های حساس و با ریسک بالا می‌تواند بسیار مناسب می‌باشد؛ چرا که تضمین می‌کند مقدار تابع هدف از مقدار بهینه حاصل از مدل HWRPP بدتر نخواهد بود. مدل MRPP نسبت به مدل‌های RPPI، RPII و RPIII عملکرد مناسبی ندارد. قابل توجه است از آنجا که مدل MRPP یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی است، نرم‌افزار گمز قادر به یافتن جواب بهینه اصلی نبوده و در جواب بهینه محلی متوقف می‌شود؛ که این موضوع ممکن است بر عملکرد آن تأثیرگذار باشد.

بر اساس پارامترهای تعریف شده و همچنین حدود بدست آمده مقدار بهینه تابع هدف اول، تابع هدف دوم و همچنین مقدار بهینه تابع هدف آرمانی مسئله به ازای هر یک از رویکردها نشان داده شده است. خروجی مدل‌های مختلف برنامه‌ریزی امکانی استوار نشان می‌دهد که مدل‌های RP عملکرد مطلوب‌تری نسبت به بقیه‌ی مدل‌ها دارند هستند که دارای رویکرد واقع‌گرایانه بوده و مشابه نتایج (بهرامی و همکاران، ۲۰۱۶) می‌باشد. همچنین مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار نرم نیز دارای جواب مطلوب‌تری نسبت به برنامه‌ریزی امکانی استوار اصلاح شده و برنامه‌ریزی امکانی استوار سخت بوده که مشابه نتایج (کلانتری و پیشوایی، ۲۰۱۶) می‌باشد. همچنین استفاده از مدل‌های واقع‌گرایانه باعث کاهش حدودا ۴ درصدی میزان سفر قطار (تابع هدف اول بخش نخست مدل) می‌گردد که می‌تواند نقش مهمی را در افزایش رضایت مندی مسافران ایفا کند. نتایج مدل همچنین نشان می‌دهند که عملکرد مدل‌های برنامه‌ریزی امکانی استوار امکانی به جریمه انحراف محدودیت‌های مبتنی بر شانس بستگی دارد. وقتی جریمه انحراف زیاد شود، مدل محافظه‌کارانه‌ای مانند HWRP

جدول ۸. زمان حرکت بین ایستگاه‌های خط هفت براساس ثانیه

ایستگاه	تربیت مدرس	رودکی	کمیل	بریانک	هلال احمر	مهدیه
میدان صنعت	۱۲۶					
تربیت مدرس		۱۶۸				
رودکی			۴۰			
کمیل				۴۵		
بریانک					۴۲	
هلال احمر						۵۰

خوشبینانه‌ترین مقدار اعداد فازی بر اساس معادلات (۸۴) و (۸۵) محاسبه می‌شود. در اینجا فرض می‌شود که  $\Gamma_1$  و  $\Gamma_2$  دارای توزیع یکنواخت در بازه (۰,۳۵, ۰,۴۵) هستند. برای حل مدل سه هدفه با استفاده از روش برنامه ریزی آرمانی چند گزینه ای لازم است که محدودی به عنوان آرمان برای هر یک از اهداف تعیین شود، بدین منظور در ابتدا تک تک اهداف را جداگانه بهینه کرده و مقدار دو هدف دیگر را به ازای این مقدار بهینه بدست آورده شود، سپس بر اساس نتایج بدست آمده محدودی را برای آرمان‌ها تعریف می‌کنیم.

برای تعریف هر پارامتر غیر قطعی به صورت عدد فازی مثلثی، بر اساس (لای و هوانگ، ۱۹۹۲) (به سه عدد محتمل ترین مقدار، بدبینانه ترین مقدار و خوشبینانه ترین مقدار) نیاز داریم. در این حالت، پارامتر غیر قطعی  $\xi$  به صورت  $(\xi^o, \xi^m, \xi^p)$  نشان داده شده که در آن  $\xi^m$  نشان دهنده محتمل ترین مقدار است. به منظور ساده سازی تولید پارامترهای فازی، ابتدا محتمل ترین مقدار هر پارامتر غیر قطعی به صورت تصادفی و با استفاده از توزیع یکنواخت تولید شده سپس، بدون از دست دادن کلیت مسئله دو عدد تصادفی  $(\Gamma_1, \Gamma_2)$  تولید می‌گردد. بدبینانه‌ترین و

$$\xi^o = (1 + r_1) \xi^m \quad (84)$$

$$\xi^p = (1 - r_2) \xi^m \quad (85)$$

اختلاف‌ها مربوط به تابع اول و سوم که دارای پارامتر غیر قطعی است؛ در حقیقت با افزایش مقدار  $r_1$  و  $r_2$  مقدار تابع از آرمان تعریف شده خود فاصله بیشتری می‌گیرد. همچنین جداول (۱۰) و (۱۱) زمان رسیدن قطارها به هر ایستگاه را برای ۱۰ قطار در خط ۷ مترو تهران و مترو گوانزو نشان می‌دهند.

همانطور که جدول (۸) نشان می‌دهد و انتظار نیز می‌رود با افزایش عدم قطعیت در همه مدل‌ها مقدار تابع هدف آرمانی مسئله بدتر می‌شود و این بدین معنی است که میزان انحراف هر یک از اهداف از آرمان‌های تعریف شده افزایش می‌یابد. بررسی‌ها نشان دادند که مقدار تغییر تابع هدف دوم و عمده

جدول ۹. بررسی عملکرد مدل‌های ارایه شده با افزایش عدم قطعیت

$\Gamma_1, \Gamma_2$ ~(0.55, 0.65)	$\Gamma_1, \Gamma_2$ ~(0.45, 0.55)	$\Gamma_1, \Gamma_2$ ~(0.35, 0.45)	$\Gamma_1, \Gamma_2$ ~(0.25, 0.35)	$\Gamma_1, \Gamma_2$ ~(0.15, 0.25)	رویکرد
7456.400	7142.900	6829.400	6515.900	6202.400	BPCCP( $\alpha=\beta=0.7$ )
6787.600	6578.600	6369.600	6160.600	5951.600	BPCCP( $\alpha=\beta=0.8$ )
6118.800	6014.300	5909.800	5805.300	5700.800	BPCCP( $\alpha=\beta=0.9$ )
397330.517	397166.517	397002.517	396838.517	396675.267	RPPI
396818.767	396736.767	396654.767	396572.767	396491.267	RPPII
395979.517	395897.517	395815.517	395733.517	395652.267	RPPIII
265403.167	251601.76	244014.767	233458.167	229116.467	MRPP
12138.000	11093.000	10048.000	9003.000	7958.000	SWRPP
537836.267	514258.267	494060.267	470482.267	450283.267	HWRPP

جدول ۱۰. زمان رسیدن به ایستگاه-خط ۷ مترو تهران

ایستگاه/سرویس	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱	۷:۰۰:۰۰	۷:۰۲:۴۶	۷:۰۴:۰۱	۷:۰۵:۵۱	۷:۰۶:۳۸	۷:۰۷:۳۳	۷:۰۹:۲۸
۲	۷:۰۱:۵۵	۷:۰۵:۰۶	۷:۰۷:۵۴	۷:۰۹:۳۹	۷:۱۱:۳۱	۷:۱۳:۱۶	۷:۱۵:۱۱
۳	۷:۱۸:۱۶	۷:۲۱:۲۷	۷:۲۳:۲۳	۷:۳۵:۵۹	۷:۳۶:۴۴	۷:۳۶:۳۱	۷:۳۸:۲۶
۴	۷:۲۱:۱۴	۷:۲۴:۲۵	۷:۲۸:۱۸	۷:۳۰:۰۳	۷:۳۱:۵۳	۷:۳۳:۵۸	۷:۳۵:۱۰
۵	۷:۳۳:۲۹	۷:۳۶:۴۰	۷:۴۰:۳۶	۷:۴۲:۱۸	۷:۴۳:۲۸	۷:۴۵:۲۳	۷:۴۷:۲۷
۶	۷:۳۵:۱۴	۷:۳۸:۲۵	۷:۵۵:۰۵	۷:۵۶:۵۰	۷:۵۸:۴۰	۸:۰۰:۲۷	۸:۰۱:۴۲
۷	۷:۵۸:۲۴	۸:۰۱:۳۴	۸:۰۴:۲۷	۸:۰۶:۱۲	۸:۰۸:۰۲	۸:۰۹:۱۳	۸:۱۱:۰۴
۸	۸:۱۰:۳۹	۸:۱۳:۵۰	۸:۱۷:۴۱	۸:۱۹:۲۸	۸:۲۱:۱۸	۸:۲۲:۰۵	۸:۲۲:۳۵
۹	۸:۱۲:۲۴	۸:۱۵:۳۴	۸:۲۹:۵۷	۸:۳۱:۴۲	۸:۳۳:۵۷	۸:۳۵:۱۹	۸:۳۶:۳۴
۱۰	۸:۳۲:۵۹	۸:۳۶:۱۰	۸:۴۰:۳۰	۸:۴۲:۴۰	۸:۴۴:۳۰	۸:۴۵:۱۲	۸:۴۷:۰۷

جدول ۱۱. زمان رسیدن به ایستگاه-مترو گوانگژو چین

ایستگاه/سرویس	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۱	۷:۰۰:۰۰	۷:۰۴:۳۰	۷:۰۷:۳۸	۷:۱۱:۱۰	۷:۱۳:۴۰	۷:۱۶:۳۰	۷:۱۹:۴۴	۷:۲۲:۴۷	۷:۲۵:۵۰	۷:۲۹:۵۶	۷:۳۲:۴۶	۷:۳۶:۰۱	۷:۴۰:۰۸
۲	۷:۰۲:۰۰	۷:۰۸:۱۸	۷:۱۱:۲۶	۷:۱۷:۲۳	۷:۲۱:۰۳	۷:۲۳:۵۳	۷:۲۷:۱۷	۷:۳۰:۵۵	۷:۳۲:۴۹	۷:۳۶:۵۵	۷:۴۰:۴۵	۷:۴۴:۰۰	۷:۵۱:۳۲
۳	۷:۰۴:۰۰	۷:۰۸:۳۰	۷:۱۳:۳۸	۷:۱۷:۴۰	۷:۲۵:۱۵	۷:۲۷:۴۰	۷:۳۰:۵۴	۷:۳۱:۱۴	۷:۳۵:۲۸	۷:۳۹:۳۴	۷:۳۳:۲۴	۷:۳۷:۰۴	۷:۴۰:۱۳
۴	۷:۰۶:۰۰	۷:۱۴:۳۰	۷:۱۷:۴۳	۷:۲۱:۴۵	۷:۲۵:۲۵	۷:۲۵:۵۰	۷:۲۹:۰۴	۷:۳۲:۵۲	۷:۳۵:۵۶	۷:۴۰:۰۰	۷:۴۳:۵۰	۷:۴۷:۳۵	۷:۵۰:۴۷
۵	۷:۱۲:۰۰	۷:۱۸:۳۵	۷:۱۹:۲۳	۷:۲۵:۵۰	۷:۲۸:۳۰	۷:۳۱:۲۰	۷:۳۴:۴۰	۷:۳۷:۱۸	۷:۳۸:۵۷	۷:۴۳:۰۳	۷:۴۶:۵۸	۷:۵۱:۱۳	۷:۵۳:۲۰
۶	۷:۱۶:۰۵	۷:۲۰:۳۵	۷:۲۰:۵۳	۷:۲۴:۵۵	۷:۲۸:۳۵	۷:۳۱:۳۵	۷:۳۴:۴۹	۷:۳۵:۰۷	۷:۳۹:۰۶	۷:۴۳:۲۷	۷:۴۸:۱۷	۷:۵۱:۰۲	۷:۵۴:۰۹
۷	۷:۱۸:۰۵	۷:۲۶:۴۵	۷:۲۹:۵۸	۷:۳۳:۰۰	۷:۳۶:۴۰	۷:۳۷:۱۰	۷:۴۰:۲۴	۷:۴۳:۵۷	۷:۴۷:۰۶	۷:۵۲:۳۷	۷:۵۵:۳۲	۷:۵۹:۲۲	۸:۰۲:۰۴
۸	۷:۲۴:۱۵	۷:۳۰:۵۰	۷:۳۱:۳۸	۷:۳۸:۰۵	۷:۴۱:۴۵	۷:۴۴:۳۵	۷:۴۷:۵۴	۷:۵۰:۳۲	۷:۵۳:۳۱	۷:۵۵:۵۵	۷:۵۹:۴۵	۸:۰۳:۰۰	۸:۰۵:۰۷
۹	۷:۳۰:۲۰	۷:۳۴:۵۰	۷:۴۰:۰۸	۷:۴۴:۱۰	۷:۴۷:۵۰	۷:۵۱:۳۰	۷:۵۴:۴۸	۷:۵۵:۰۶	۸:۰۰:۲۵	۸:۰۴:۳۱	۸:۰۷:۲۱	۸:۱۱:۰۶	۸:۱۴:۱۸
۱۰	۷:۳۲:۰۰	۷:۳۶:۵۳	۷:۳۹:۵۷	۷:۴۴:۰۳	۷:۴۷:۴۳	۷:۴۸:۰۸	۷:۵۱:۲۲	۷:۵۶:۱۵	۷:۵۹:۱۹	۸:۰۳:۲۳	۸:۰۷:۱۳	۸:۱۰:۵۸	۸:۱۴:۱۰

## ۵- نتیجه گیری

پیشنهادی در این پژوهش برای زمان بندی حرکت و توقف قطارها زمان سفر مسافران را ۴ درصد کاهش داد. نتایج حاصل از اعتبارسنجی نشان می‌دهد که در بین مدل‌های ارائه شده، مدل‌های امکانی استوار مبتنی بر رویکرد واقع‌گرایانه نسبت به سایر مدل‌ها عملکرد بهتری دارند و با در نظرگیری تمایلات تصمیم‌گیرنده مدل RPII به عنوان مدل برتر در مورد مطالعه شده انتخاب شد. اما، این موضوع برای همه مدل‌ها و مسائل صدق نمی‌کند و در مسائل مختلف ترجیحات تصمیم‌گیرنده است که از بین مدل‌ها برترین مدل را انتخاب می‌کند. به عنوان

در این پژوهش پس از بررسی پیشینه و مبانی نظری تحقیق، روشی به عنوان مدل‌سازی و بهینه‌سازی زمان بندی حرکت قطارهای مترو طراحی و پیشنهاد داده شد. این روش با هدف کاهش همزمان زمان سفر مسافران مترو و انرژی مصرف شده پیاده‌سازی شد. روش ارائه شده در این پژوهش مجموعه‌ای از راه‌حل‌های بهینه را در اختیار مدیر و تصمیم‌گیر قرار می‌دهد و با در اختیار داشتن طیف متنوعی از پاسخ‌ها، می‌تواند بسته به اهمیت هر کدام از معیارهای زمان سفر و انرژی مصرف شده در شرایط مختلف، راه‌حل ترجیح داده شده را برگزیند. راه‌حل

ریسک گریز مانند مدل برنامه ریزی امکانی پیشنهادی را معقول تر می نماید. در مطالعات آتی می توان تابع هدف هزینه مسافران و شرکت بهره برداری مترو را به مدل اضافه نمود. همچنین می توان از الگوریتم آزادسازی لاگرانژ جهت بهبود بیشتر جواب مساله استفاده نمود.

مثال در مسائل با ریسک بالا غالباً مدل HWRPP برای برخورد با عدم قطعیت استفاده می شود چرا که تضمین می کند مقدار تابع هدف از مقدار بهینه حاصل از مدل HWRPP بدتر نخواهد بود. بعلاوه، بررسی نتایج حاصل از حل مدلها نشان دادیم که با افزایش عدم قطعیت در همه مدلها، مقدار تابع هدف بدتر می شود. افزایش جریمه استفاده از مدلهای

## ۶- مراجع

- Dollevoet, T., Huisman, D., Kroon, L., Schmidt, M., Schöbel, A., (2015). Delay management including capacities of stations. *Transportation Science* 49(2), 185-203.
- Gao, Y., Kroon, L., Schmidt, M., Yang, L., (2016). Rescheduling a metro line in an overcrowded situation after disruptions. *Transportation Research Part B* 93, 425-449
- Harrod, S., (2011). Modeling network transition constraints with hypergraphs. *Transportation Science* 45(1), 81-97.
- Higgins, A., Kozan, E., Ferreira, L., (1997). Modelling the number and location of siding on a single line railway. *Computers & Operations Research* 24, 209-220.
- Hoffman, A.J., Kruskal, J., (2010). Introduction to Integral Boundary Points of Convex Polyhedra, in M. Jünger et al. (eds.), 50 Years of Integer Programming, 1958-2008, Springer-Verlag, 49-50.
- Kang, L., Wu, J., Sun, H., Zhu, X., Wang, B., (2015). A practical model for last train rescheduling with train delay in urban railway transit networks. *Omega: the International Journal of Management Science* 50, 29-42.
- Kroon, L., Mar'oti, G., Helmrich, M. R., Vromans, M., Dekker, R., (2008). Stochastic improvement of cyclic railway timetables. *Transportation Research Part B: Methodological* 42, 553-570.
- Kroon, L., Mar'oti, G., Nielsen, L., (2014). Rescheduling of railway rolling stock with dynamic passenger flows. *Transportation Science* 49(2), 165-184.
- Kroon, L., Peeters, L., Wagenaar, J., Zuidwijk, R., (2014). Flexible connections in pesp models for cyclic passenger railway timetabling. *Transportation Science* 48(1), 136-154.
- Lamorgese, L., Mannino, C., (2015). An exact decomposition approach for the real-time train
- Cacchiani, V., Caprara, A., Toth, P., (2010). Scheduling extra freight trains on railway networks. *Transportation Research Part B* 44, 215-231 .
- Cacchiani, V., Furini, F., Kidd, M. P., (2016). Approaches to a real-world train timetabling problem in a railway node. *Omega: the International Journal of Management Science* 58, 97-110.
- Cacchiani, V., Huisman, D., Kidd, M., Kroon, L., Toth, P., Veelenturf, L., Wagenaar, J., (2014). An overview of recovery models and algorithms for real-time railway rescheduling. *Transportation Research Part B: Methodological*. 63, 15-37.
- Caprara, A., Fischetti, M., Toth, P., (2002). Modeling and solving the train timetabling problem. *Operations Research* 50(5), 851-861.
- Carey, M., Lockwood, D., (1995). A model, algorithms and strategy for train pathing. *Journal of the Operational Research Society* 46, 988-1005.
- Corman, F., D'Ariano, A., Pacciarelli, D., Pranzo, M., (2010). A tabu search algorithm for rerouting trains during rail operations.) *Transportation Research Part B* 44 (1), 175-192.
- Corman, F., D'Ariano, A., Pranzo, M., Hansen, I.A., (2011). Effectiveness of dynamic reordering and rerouting of trains in a complicated and densely occupied station area. *Transportation Planning and Technology* 34 (4), 341-362.
- D'Ariano, A., Corman, F., Pacciarelli, D., Pranzo, M., (2008). Reordering and local rerouting strategies to manage train traffic in real time. *Transportation Science* 42 (4), 405-419.
- D'Ariano, A., Pranzo, M., Hansen, I.A., (2007). *Transactions on Intelligent Transportation Systems* 8 (2), 208-222.

- the effectiveness of time allowances. *Journal of Rail Transport Planning & Management*. 7, 101-113.
- Currie, G., Muir, C., (2017). Understanding Passenger Perceptions and Behaviors during Unplanned Rail Disruption. *Transportation Research Procedia* 25, 4392-4402.
- Liu, L., Dessouky, M., (2019). Stochastic passenger train timetabling using a branch and bound approach. *Computers & Industrial Engineering*. 127, 1223-1240.
- Li, S., Yang, L., Gao, Z., Li, K., (2016). Robust train regulation for metro lines with stochastic passenger arrival flow. *Information Sciences*. 373, 287-307.
- Barrena, E., Canca, D., Coelho, L., Laporte, G., (2014). Single-line rail rapid transit timetabling under dynamic passenger demand. *Transportation Research Part B*. 70, 134-150
- Yang, L., Zhang, Y., Li, S., Gao, Y., (2016). A two-stage optimization model for the transfer activity choice in metro network. *Transportation Research Part B*. 83, 271-297.
- Jamili, A., Pourseyed Aghaee, M., (2015). Robust stop-skipping patterns in urban railway operations under traffic alteration situation. *Transp. Res. Part C* 61, 63-74.
- Vuchic, V.R., (2005). Urban Transit: Operation, Planning and Economics. New Jersey: *John Wiley & Sons*, Inc, USA.
- Veelenturf, L., Kroon, L., Maróti, G., (2017). Passenger oriented railway disruption management by adapting timetables and rolling stock schedules. *Transportation Research Part C*. 80, 133-147.
- Wang, X., Wang, H., Zhang, X., (2016). Stochastic seat allocation models for passenger rail transportation under customer choice. *Transportation Research Part E*. 96, 95-112
- dell'Olio, L., Ibeas, A., Barreda, R., Sañudo, R. (2013). Passenger behavior in trains during emergency situations. *Journal of Safety Research*. 46, 157-166.
- Li, X., Tian, X., Li, X., (2016). Multi-mode Choice Behavior for Passenger in Comprehensive Transportation Corridor. *Procedia Engineering* 137, 849 – 857
- Wan, X., Schonfeld, P., Li, Q., (2016). What factors determine metro passengers' risky riding behavior? An approach based on an extended theory of planned behavior. *Transportation Research Part F*. 42, 125-139.
- dispatching problem. *Operations Research* 63(1), 48-64.
- Brännlund, U., Lindberg, P.O., Nou, A., Nillson, J.E., (1998). Railway timetabling using lagrangian relaxzation. *Transp. Sci.* 32 (4), 358-369.
- Zhou, X., Zhong, M., (2005). Bicriteria train scheduling for high-speed passenger railroad planning applications. *Eur. J. Oper. Res.* 167, 752-771.
- M. Inuiguchi, J. Ramik., (2000). Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem, *Fuzzy Sets Syst.* 111, 3-28.
- J. Mula, R. Poler, J.P. Garcia, (2006). MRP with flexible constraints: a fuzzy mathematical programming approach, *Fuzzy Sets Syst.* 157, 74-97.
- S.A. Torabi, E. Hassini., (2008). An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning, *Fuzzy Sets Syst.* 159 193-214.
- M. Binder, Y. Maknoon, M. Bierlaire, (2017). The multi-objective railway timetable rescheduling problem, *Transportation Research Part C*. 78, 78-94
- Charnes, A., Cooper, W.W., Ferguson, R.O., (1995). Optimal estimation of executive compensation by linear programming. *Manag. Sci.* 1, 138-151.
- Chang, C. T., (2007). Multi-choice goal programming. *Omega* 35, 389-396.
- Chang, C. T., (2008). Revised multi-choice goal programming. *Appl. Math. Model.* 32, 2587-2595.
- Niu, H., Zhou, X., (2013). Optimizing urban rail timetable under time-dependent demand and oversaturated conditions. *Transportation Research Part C*. 36, 212-230.
- Ma, Z., Koutsopoulos, H., Ferreira, L., Mesbah, M., (2017). Estimation of trip travel time distribution using a generalized Markov chain approach. *Transportation Research Part C*. 74, 1-21.
- Shang, P., Li, R., Yang, L., (2016). Optimization of Urban Single-Line Metro Timetable for Total Passenger Travel Time under Dynamic Passenger Demand. *Procedia Engineering*. 137, 151 – 160.
- Sahin, I., (2017). Markov chain model for delay distribution in train schedules: Assessing

# **A Bi Objective Robust Possibilistic Programming Metro Timetabling Based on Skip-Stop Strategy**

*Seyed Amir Nasri, M.Sc., Grad., Industrial Engineering Faculty, K. N. Toosi University of  
Technology, Tehran, Iran.*

*Farid Khoshalhan, Associate Professor, Industrial Engineering Faculty, K. N. Toosi  
University of Technology, Tehran, Iran.*

*E-mail: khoshalhan@kntu.ac.ir*

Received: June 2024- Accepted: September 2024

## **ABSTRACT**

In the case of a metro disruption, the planned timetable cannot be operated and a large number of passengers are left stranded in the stations. When the disruption is over, some stations may be skipped in the recovery period, which speeds up the circulation of trains and makes the number of stranded passengers reduce faster. Considering an over-crowded and time-dependent passenger flow, this paper proposes an optimization model to reschedule a metro line. To achieve a balance between theoretical validity and computational convenience, the optimization model is decomposed, and an iterative algorithm is proposed to solve the model. Numerical experiments based on the Beijing Metro are carried out, the results of which verify the effectiveness and efficiency of our method. We used different types of robust possibilistic programming (RPP) approaches for coping with uncertain parameters and multi-choice goal programming for solving multi-objective problem. Robust possibilistic approaches can be classified into three groups: hard worst case robust programming, soft worst case robust programming and realistic robust programming. By solving numerical example the value of goal programming objective function is compared in different approaches. Evaluation results illustrate the performance and applicability of the RPP models.

**Keywords:** Robust Possibilistic Programming, Multi-Choice Goal Programming, Rescheduling, Metro Line, Skip-Stop Pattern