ارایه یک مدل چندهدفه مکان‌یابی هاب ظرفیت‌دار با ارتباطات سلسله‌مراتبی بین گره‌ها و حل با الگوریتم‌های فراابتکاری

مقاله پژوهشی

رامین صادقیان*، دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه پیام نور، ایران
زهرا قره داغی، دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه پیام نور، ایران
*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: sadeghian@pnu.ac.ir

دریافت: ۹۹/۱۰/۱۰- پذیرش: ١٤٠٠/٠٤/٢٦
صفحه ١٨٤-١٧١

چکیده

در این مقاله مساله‌ی مکان‌یابی هاب در یک شبکه غیر کامل با ساختار سلسله‌مراتبی بررسی شده‌است. تخصیص نقاط به هاب در شبکه به‌صورت تکی است. گره‌های هاب و مسیرها ظرفیت‌دار است. تابع هدف اول مساله از نوع "حداقل حداکثر" بوده و جهت حداقل‌سازی حداکثر زمان جابجایی در شبکه استفاده می‌شود و تابع هدف دوم از نوع "حداقل مجموع" بوده و جهت حداقل‌سازی مجموع هزینه‌های جابجایی در شبکه استفاده شده‌است. در نهایت مساله‌ی مکان‌یابی هاب چند هدفه با ساختار سلسله‌مراتبی، با تخصیص تکی و ظرفیت‌دار با استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مدل‌سازی می‌شود. جهت ارزیابی عددی مدل ایجاد شده ابتدا مساله در ابعاد کوچک جهت بررسی شدنی بودن توسط نرم‌افزار گمز و روش $LP-Metric$ حل شد. با توجه به $NP-Hard$ بودن مساله‌ی موجود جهت حل مساله در ابعاد متوسط و بزرگ از روش‌های فراابتکاری استفاده گردید. در این تحقیق از دو روش فراابتکاری به‌نام‌های ژنتیک نامغلوب چند هدفه (نسخه‌ی دوم) و بهینه‌ساز شیرمورچه‌ی چندهدفه استفاده شد. جهت مقایسه‌ی نتایج از شاخص‌های مقایسه‌ای به‌نام‌های تعداد جواب پارتو، بیشترین گسترش، فاصله‌ی متریک و زمان محاسبه استفاده‌شد. مقایسه‌ی نتایج توسط یک روش آماری انجام شد. نتایج نشان داد الگوریتم شیرمورچه‌ی چندهدفه جواب‌هایی با پراکندگی بیشتر نسبت به الگوریتم ژنتیک نامغلوب تولید کرده و در مقابل الگوریتم ژنتیک نامغلوب سرعت حل بالاتری نسبت به الگوریتم بهینه‌ساز شیرمورچه داشته است.

واژه‌های کلیدی: مکان‌یابی هاب، شبکه غیر کامل، ساختار سلسله‌مراتبی، تخصیص تکی، ظرفیت مسیر، الگوریتم فراابتکاری

۱-مقدمه

در سیستم‌های حمل‌ونقل امروزی به‌دلیل بالا بودن تعداد گره‌های ارتباطی، جابجایی و حمل‌ونقل کالا و مسافر بین بخش‌های مختلف آن‌ها زیاد است. در سیستم‌های ارتباطی پیچیده با تعداد نقاط تقاضا زیاد، ایجاد ارتباط مستقیم بین نقاط مختلف هزینه بالایی ایجاد می‌نماید و در برخی موارد امکان ایجاد ارتباط مستقیم بین تمام نقاط غیرممکن است. از این‌رو از نقاط هاب به عنوان واسطه توزیع در شبکه‌های ارتباطی استفاده می‌شود تا جابجایی با هزینه کمتر انجام یابد.مساله‌ی مکان‌یابی هاب دارای قدمت کوتاهی است. اولین مقاله‌ی انتشاریافته در این زمینه توسط حکیمی در سال ١٩٦٤ است (حکیمی، ١٩٦٤)، اولین مدل مکان‌یابی هاب در سال ١٩٦٩ توسط گلدمن ارائه‌شد (گلدمن، ١٩٦٩)، سپس مدل‌های هاب در سال ١٩٨٧ توسط اوکلی گسترش یافت (اوکلی، ١٩٨٧). ارنست و کریشنامورتی (١٩٩٦) یک فرمول‌بندی خطی عدد صحیح دیگری برای حل مسائل بزرگ‌تر ارائه کردند که محدودیت‌ها و متغیرهای کمتری نیاز داشت (ارنست و کریشنامورتی، ١٩٩٦). الماستاس (٢٠٠٦) شبکه‌ی حمل بار ترکیه را بررسی کرد و ساختار سه سطحی آن را در قالب مساله‌ی هاب میانه با ساختار ارتباطی ستاره- ستاره مدل‌سازی کرد. وی در این تحقیق علاوه بر حداقل‌سازی هزینه جابجایی با استفاده از مساله مکان‌یابی هاب میانه، محدودیت زمانی را نیز در مساله لحاظ نمود (الماستاس، ٢٠٠٦). سپس یامان (٢٠٠٩) این مدل را توسعه داد و یک تابع هدف برای هزینه‌ی ارسال به‌جای هزینه‌ی

تاسیس درنظرگرفت، و مدل مکان‌یابی هاب میانه، تخصیص تکی را ایجاد کرد. او همچنین با ایجاد اتصال بین هاب‌های سطح اول، مدل شبکه‌ی ستاره الماستاس را به ساختار شبکه کامل تبدیل‌کرد (یامان، ۲۰۰۹). کریمی و بشیری (۲۰۱۱) مسائل پوششی را در حوزه‌ی مکان‌یابی هاب بررسی نمودند. ایشان ضمن تمرکز بر روی سیستم حمل‌ونقل هوایی ایران، مساله را در حالت تخصیص چندگانه ومکان‌یابی هاب با حداکثر پوشش بررسی نمودند و جهت حل مدل ارائه شده از دو روش فراابتکاری استفاده نمودند (کریمی و بشیری، ۲۰۱۱). یامان (۲۰۱۱) یک شبکه‌ی هاب سه سطحی به‌صورت شبکه ارتباط کامل را با ملاحظات عوامل کیفی همچون زمان تحویل مورد مطالعه قرار داد و با هدف حداقل‌سازی مجموع هزینه‌های جابجایی و ایجاد یک مساله‌ی مکان‌یابی هاب میانه، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای آن ایجاد نمود. وی جهت اعتبار سنجی مدل ارائه شده با استفاده از داده‌های هواپیمایی ترکیه مساله را در ابعاد مختلف حل و مقایسه نمود (یامان، ۲۰۱۱). بزرگی و دیگران (۱۳۹۳) مساله‌ی مکان‌یابی هاب میانه را در قالب شبکه کامل با لحاظ کردن ظرفیت کمان به‌صورت دسته محدودیت برای جفت گره ابتدا و انتهای کمان بررسی نمودند. ایشان مدل عدد صحیح مختلط برای مساله ایجاد نمودند و در ابعاد مختلف مساله را حل نموده و تحلیل کردند (بزرگی و همکاران، ۱۳۹۳). مِی یِر و همکاران (۲۰۱۳) جهت حل مساله مکان‌یابی هاب مرکز با تخصیص تکی از یک روش دو مرحله‌ای استفاده کردند. در فاز اول مجموعه‌ای از گره‌های هاب بالقوه را با استفاده از روش کوتاهترین مسیر مشخص کرده. سپس جهت محاسبه قسمت تخصیص مساله، یک روش ابتکاری مبتنی بر الگوریتم کلونی مورچگان را استفاده نمودند. نتایج نشان داد این روش دو مرحله‌ای بهتر از روش‌های قبلی بوده و جواب‌های موثرتر تولید کرده‌اند (مِی یِر و همکاران، ۲۰۱۳). محمدی و همکاران (۲۰۱۵) نیز یک مدل ریاضی چندهدفه‌ی جدید برای مسائل مکان‌یابی هاب، ظرفیت‌دار، تخصیص تکی ارائه‌کردند. ایشان با لحاظ کردن عامل زمان در مساله‌ی مکان‌یابی هاب میانه با ساختار ارتباط کامل گره‌های شبکه، مساله‌ی جدید میانه- مرکز را ایجاد نموده و آن را با الگوریتم چندهدفه‌ی رقابت استعماری حل‌کردند، و درنهایت برای بهبود کارایی آن، نتایج به‌دست آمده را با نتایج حاصل از الگوریتم چندهدفه‌ی تکاملی به‌نام الگوریتم ژنتیک نامغلوب مقایسه کردند (محمدی و همکاران، ۲۰۱۵). بشیری و اسمی زاده (۲۰۱٦) مساله مکان‌یابی هاب پوششی- مرکز را با ساختار ارتباطی سلسله‌مراتبی برای سیستم حمل و نقل کالاهای فسادپذیر بررسی نمودند. ایشان نشان دادند کاربرد شبکه هاب برای سیستم حمل و نقل مناسب‌تر می‌باشد (بشیری و اسمی زاده، ۲۰۱٦). در این تحقیق شبکه‌های هاب با ساختار ارتباط سه سطحی که امکان ایجاد گره‌های هاب و هاب مرکزی را دارند را با تخصیص تکی و به‌صورت گره‌های ظرفیت‌دار انتخاب نموده و برای اولین بار از محدودیت ظرفیت مسیر در مدل‌سازی مسائل مکان‌یابی هاب استفاده شد و سعی گردیده یک مدل مناسب با شبکه‌های ارتباطی پیچیده ایجاد گردد. در این مقاله مدل‌سازی ریاضی برای شبکه ارتباطی با ساختار سلسله‌مراتبی سه سطحی انجام یافته و یک مدل ریاضی سه اندیسی به‌صورت عدد صحیح مختلط ایجاد گردید. در ادامه مدل‌سازی و روش‌های اعتبارسنجی مساله آورده‌شده‌است.

۲-پیشینه تحقیق

ابتدا اصطلاحات کاربردی در زمینه مسائل مکان‌یابی هاب بیان می‌شود.

مسائل مکان‌یابی هاب در قالب شبکه با ساختارهای زیر مورد بررسی قرار گرفته است.

- ساختار ستاره-ستاره
- ساختار ارتباط کامل-ستاره
- ساختار درخت-ستاره
- ساختار حلقه‌ای

در این تحقیق ساختار ارتباطی درخت- ستاره بصورت شبکه سلسله‌مراتبی از نوع تودرتومدل‌سازی می‌شود.

معیار انتخاب تابع هدف

- حداقل- مجموع: در این حالت مجموع هزینه جاجایی در شبکه حداقل‌سازی می‌شود.
- حداقل- حداکثر: این معیار جهت حداقل‌سازی حداکثر زمان جابجایی در شبکه استفاده می‌شود.

برای تابع هدف اول این تحقیق از معیار حداقل-حداکثر و تابع هدف دوم از معیار حداقل-مجموع استفاده گردید.

انواع تخصیص در مسائل مکان‌یابی هاب

- تخصیص تکی
- تخصیص چندگانه

تخصیص نقاط تقاضا به گره‌های هاب در این تحقیق از نوع تکی بوده و هر گره تقاضا تنها مجاز است به یک گره هاب یا هاب مرکزی وصل شود.

۲- مدل‌سازی

۱.۲ اندیس‌ها، پارامترها و متغیرها

i: اندیس نقاط هاب مرکزی

j: اندیس نقاط هاب مرکزی

k: اندیس نقاط هاب

k': اندیس نقاط هاب

L: اندیس نقاط تقاضا

m: اندیس نقاط تقاضا

i: مجموعه‌ای از گره‌ها

H: مجموعه‌ای از نقاط امکان‌پذیر برای هاب‌ها ($H \subseteq i$)

C: مجموعه‌ای از نقاط امکان‌پذیر برای هاب مرکزی ($C \subseteq H$)

P: تعداد هاب‌ها

P_0: تعداد هاب‌های مرکزی

f_{lm}: میزان جریان انتقالی بین گره‌های مجموعه‌ی i

d_{lm}: فاصله گره $l \in I$ از گره $m \in i$

T_{lm}: زمان جابجایی بین گره $l \in i$ و گره $m \in i$

α_H: فاکتور تخفیف جریان بین نقاط هاب و هاب مرکزی

α_C: فاکتور تخفیف جریان بین هاب‌های مرکزی ($\alpha_H > \alpha_C$)

D_l: مجموع جریانی که از گره $l \in i$ خارج می‌شود . ($D_l = \sum_{m \in i} f_{lm}$)

Γ_K: ظرفیت هاب $k \in H$

Γ_i: ظرفیت هاب مرکزی $i \in C$

θ: حد بالای مسیر

در این تحقیق از متغیرهای تصمیم دو سطحی g_{kj}^l و f_{ij}^l برای جریان و متغیر تخصیص سه اندیسی Z_{lkj} در شبکه استفاده گردید.

۲-۲- متغیرهای تصمیم

g_{kj}^l: مقدار جریانی که از گره $l \in i$ خارج یا به آن وارد می‌شود؛ به‌صورتی که از هاب $k \in H$ و هاب مرکزی $j \in C$ بگذرد.

f_{ij}^l: مقدار جریانی که از گره $l \in i$ خارج یا به آن وارد می‌شود؛ به‌صورتی که از هاب مرکزی $i \in C$ و هاب مرکزی $j \in C$ جریان یابد.

Z_{lkj}: برابر یک است هرگاه گره $l \in i$ به گره $k \in H$ و این گره به گره $j \in C$ تخصیص یابد، درغیراین‌صورت برابر صفر است.

β: حد بالای زمان

۲-۳- مفروضات مساله

- n گره در شبکه وجود دارد.
- تعداد هاب‌ها ثابت و برابر P است و این تعداد به‌صورت برونزا و قبل از حل مساله مشخص می‌شود.
- شبکه‌ی ارتباطی از نوع سلسله‌مراتبی است و هیچ یک از گره‌های غیر هاب به‌صورت مستقیم به‌هم وصل نشده‌اند. به عبارت دیگر تمام جریان‌ها باید از طریق هاب‌ها صورت گیرد.
- تخصیص به‌صورت تکی است و هر گره غیر هاب تنها می‌تواند به یک هاب وصل شود.
- مساله ایستا است و برای یک دوره‌ی زمانی تصمیم‌گیری می‌شود.
- نامساوی مثلثی برای تمام گره‌های شبکه برقرار است به عبارت دیگر به ازای تمام گره‌های شبکه $d_{ij}+d_{jk}\geq d_{ik}$.

برای ویژگی‌های بیان شده، یک مدل ریاضی بصورت عدد صحیح مختلط[1] سه اندیسی ایجادمی‌شود.

۲-٤- تشریح مدل

$$Minimum\ \beta \qquad (۱)$$

$$Minimum \qquad (۲)$$

$$\left(\sum_{l\in I}\sum_{m\in I}(f_{lm}+f_{ml})\sum_{k\in H}d_{lk}\sum_{i\in C}Z_{lkj} + \sum_{l\in I}\sum_{k\in H}\sum_{j\in C,j\neq k}\alpha_{H}\,d_{kj}\,g^{l}_{jk} + \sum_{l\in I}\sum_{i\in C}\sum_{j\in C,j\neq i}\alpha_{C}\,d_{ij}\,f^{l}_{ij} \right)$$

$$ST: \qquad (۳)$$

$$\sum_{k\in H}\sum_{i\in C}Z_{lki}=1 \qquad \forall_{l}\in I$$

$$Z_{lkj}\leq Z_{kkj} \qquad \forall_{l\in I,j\in C,j\neq l,k\in H} \qquad (٤)$$

$$\sum_{k'\in H}Z_{kk'i}\leq Z_{iii} \qquad \forall_{i\in C,k\in H,i\neq k} \qquad (۵)$$

$$\sum_{k\in H}\sum_{i\in C}Z_{kki}=P \qquad (٦)$$

$$\sum_{j\in C}Z_{jjj}=P_{0} \qquad (۷)$$

$$\sum_{j\in C,j\neq k}f^{l}_{jk}-\sum_{j\in C,j\neq k}f^{l}_{kj}=\sum_{m\in l}f_{lm}\sum_{k\in H}(Z_{lkj}+Z_{mkj}) \qquad \forall_{l\in l,\ j\in C} \qquad (۸)$$

$$\sum_{l\in I}\sum_{i\in c}D_{l}Z_{lki}\leq\Gamma_{k} \qquad \forall_{k\in H} \qquad (۹)$$

[1] Mixed Integer Programing (MIP)

$$\sum_{l\in I}\sum_{k\in H}(D_l - f_{lk})Z_{lkj} \le \Gamma_j \qquad \forall_{j\in c} \qquad (۱۰)$$

$$(f_{lk} + f_{kj} + f_{ij})Z_{lkj} \le \theta \qquad \forall_{i,j\in C,k\in H,l\in I} \qquad (۱۱)$$

$$g^l_{jk} \ge \sum_{m\in I}(f_{lm} + f_{ml})(Z_{lkj} - Z_{mkj}) \qquad \forall_{j\in C,k\in H,l\in I} \qquad (۱۲)$$

$$(T_{lk} + \alpha_H T_{kj} + \alpha_c T_{ij})Z_{lkj} \le \beta \qquad \forall_{l\in I,k\in H,j\in C} \qquad (۱۳)$$

$$Z_{lkj} \in \{0,1\} \qquad \forall_{l\in I,k\in H,j\in C} \qquad (۱۴)$$

$$g^l_{jk} \ge 0 \qquad \forall_{l\in I,k\in H,j\in C,j\neq k} \qquad (۱۵)$$

$$f^l_{ij} \ge 0 \qquad \forall_{l\in I,i\in C,j\in C,j\neq i} \qquad (۱۶)$$

$$\beta \ge 0 \qquad (۱۷)$$

تابع هدف اول به همراه محدودیت (۱۳) جهت حداقل‌سازی حداکثر زمان جابجایی استفاده شده و تابع هدف دوم مجموع هزینه‌های جابجایی در شبکه را حداقل می‌نماید. محدودیت اول مربوط به تخصیص تکی نقاط شبکه است. محدودیت دوم و سوم حالت سلسله مراتبی شبکه ارتباطی را نشان می‌دهند. محدودیت‌های (۹) و (۱۰) تعداد هاب و هاب مرکزی در مساله را مشخص می‌کنند. محدودیت (۱۱) مربوط به تعادل جریان در شبکه می‌باشد و نشان‌دهنده‌ی نحوه‌ی اتصال گره‌ها به یکدیگر و جریان انتقالی بین نقاط مختلف شبکه می‌باشد. به‌صورتی که برای انتقال جریان از یک گره در سطح سوم به سطح اول، اگر گره l به یک هاب در سطح دوم وصل شود که آن هاب به هاب مرکزی j وصل شده‌است، جریان از این طریق بین سطح های مختلف منتقل می‌شود. اما اگر ارتباطی بین گره سطح سوم و هاب مرکزی در سطح اول تعریف نشده باشد، آن‌گاه جریان از سایر گره‌ها و یا هاب‌هایی که به هاب مرکزی j وصل‌شده‌اند به سمت هاب مرکزی می‌رود. محدودیت (۱۲) و (۱۴) ظرفیت گره‌های هاب و هاب مرکزی در شبکه را نشان می‌دهند. محدودیت (۱۵) مسیر مربوط به جابجای جفت گره مبدا-مقصد را محدود می‌کند. محدودیت (۱۶) مربوط به کران پایین تعریف‌شده برای متغیر تخصیص دو سطحی g^l_{jk} است. این محدودیت جهت ایجاد فضای شدنی هنگام حل مساله الزامی است. سایر محدودیت‌ها نشان‌دهنده‌ی نوع متغیرهای تصمیم مساله هستند.

۳- حل مساله

جهت بررسی عددی ابتدا مساله در نرم‌افزار گمز حل گردید. به‌دلیل ابعاد بزرگ مساله و $NP-hard$ بودن آن، مساله را در ابعاد مختلف توسط دو الگوریتم فراابتکاری حل نموده و نتایج با استفاده از شاخص‌های مقایسه‌ای مقایسه گردید.

جدول١. نتایج حل مساله در ابعاد کوچک توسط نرم‌افزار گمز

تعداد گره	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	زمان حل مساله (ثانیه)
١٠	١٤.٦٥٩	١٠٤٧٩٣٠.٦	٢٦.٣
١٥	١٥.٧٠٦	٧٢٣٦٣٣٩.٩	٦٢.٨
٢٠	١٧.٢٥٠	٨٥٢٤٤٩٥.٢	٢١٥.٧

جدول٢. نتایج حل مساله در ابعاد کوچک توسط الگوریتم ژنتیک نامغلوب

تعداد گره	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	زمان حل مساله (ثانیه)
١٠	١١,٣٣	٢٤٤٤٢١٣,٢٩	٣٦.٧٣٨٦
١٥	١٣,٩٨	١١٥١٨٧٨,٠٨	٧٧.٦٠٧٣
٢٠	١٠,٢٦	٧٠٠٥٥٠,٥٠	١٩١.٧١١٩

جدول٣. نتایج حل مساله در ابعاد متوسط توسط نرم‌افزار گمز

تعداد گره	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	زمان حل مساله (ثانیه)
٢٥	٢١.٣٢١	١٢٣٢٣٧٤٥.٢٤	٤٨٥.٥٨٤
٣٠	٣٢.١٧٤	١٥٤٢٦٧٥١.٧٥	١١٦٢.٤٥٢
٣٥	٤٧.٥١٤	٢٩٣٤٧١٥٦.٨٢٤	٢٠٩٩.٥٤

جدول٤. نتایج حل مساله در ابعاد متوسط توسط الگوریتم ژنتیک نامغلوب

تعداد گره	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	زمان حل مساله (ثانیه)
٢٥	١٧,٣٥	٥٢٣٣٩٢٤,٤٦	٣٤٥.٥١٨٢
٣٠	٢٩,٨٣	٧٤٢٨٠٨٥,٢٢	٩٥٠.٨٩٨٦
٣٥	١٤,٣٤	٥٣٩٢٦٠٨,٦٤	١٣٦٤.٠٧٣٣

نتایج نشان‌دهنده افزایش زمان حل به ازای افزایش ابعاد مساله می‌باشد وبرای ابعاد بزرگ‌تر از ٣٥ گره نرم‌افزارگمز توانایی ایجاد جواب مناسب در زمان قابل قبول را ندارد. روند افزایش زمان حل در نرم‌افزار اکسل و توسط تحلیل رگرسیون برای مساله فوق بررسی شد. مساله در سایز کوچک با سه اندازه گره ١٠، ١٥ و ٢٠ و سایز متوسط با سه اندازه ٢٥، ٣٠ و ٣٥ گره در نرم‌افزار گمز به روش $LP-Metric$ و نرم‌افزار متلب و روش فراابتکاری ژنتیک نامغلوب حل گردید. در این مساله تعداد هاب برابر٥ و هاب مرکزی برابر ٢ درنظرگرفته شده و فاکتورهای تخفیف مساله $\alpha_H = 0.8$ و $\alpha_C = 0.6$ است.

شکل١. روند افزایش زمان حل با افزایش ابعاد مساله

نتایج نشان‌دهنده افزایش زمان حل به‌صورت نمایی بود، از این‌رو مساله از نوع $NP-hard$ است و جهت حل مساله در ابعاد بزرگ باید از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده شد. در این تحقیق از دو الگوریتم فراابتکاری به‌نام‌های، الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب و الگوریتم بهینه‌ساز شیرمورچه چندهدفه استفاده شده‌است. هر دو الگوریتم مبتنی بر مجموعه جواب اولیه بوده و با یک سری جواب اولیه تصادفی مساله را حل می‌نمایند.

۳-۱- ایجاد جواب اولیه الگوریتم‌های فراابتکاری

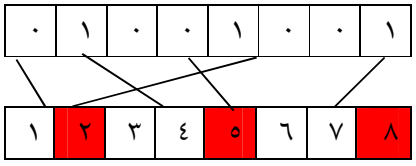
در مسائل مکان‌یابی هاب، اندازه گره یک پارامتر موثر در مساله می‌باشد. از این‌رو برداری شامل اعداد تصادفی مثبت بین صفرو یک به اندازه تعداد گره‌های مساله ایجاد نموده و برای انتخاب گره‌های هاب از بین خانه های با اعداد تصادفی، P خانه اول با بزرگترین مقدار عدد تصادفی را به عنوان گره هاب انتخاب شد و از میان هاب‌ها P0 خانه به تصادف به عنوان هاب مرکزی انتخاب گردید. جهت تخصیص نقاط تقاضا در شبکه به گره‌های هاب به‌صورت تصادفی اتصال بین گره‌ها ایجاد نموده و جواب‌های به‌دست آمده برای توابع هدف و متغیرها بررسی گردید. مراحل ایجاد جواب اولیه برای مساله‌ای با ۸گره و ۳ هاب و ۲ هاب مرکزی به ترتیب نشان داده‌شده‌است.

۰,٤	۰,۷	۰,٤	۰,۳	۰,۸	۰,٥	۰,٤٥	۰,٦٤

شکل۲. انتخاب هاب و هاب مرکزی در ایجاد جواب اولیه

۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۱

شکل۳. نمایش گره‌های هاب انتخاب شده



شکل٤. نمایش یک جواب تصادفی برای مساله با ۸گره

شکل ۱ تا ٤ جواب مساله‌ای با ۸ گره را به این‌صورت نشان می‌دهد؛ در شکل ۲ گره‌ها شماره ٥،۲ و ۸ گره هاب انتخاب شده و گره‌های هاب در شکل ۳ نشان داده شده‌است. سایر گره‌های تقاضا مطابق با شکل ٤ به گره‌های هاب وصل شده‌اند؛ گره شماره ۳ و٤ به هاب شماره ۲ و گره‌های ۱ و ۷ به هاب شماره ٥و در نهایت گره شماره ٦ به گره هاب در شماره ۸ وصل شده‌است.در این مرحله جواب اولیه مساله ایجاد شد و الگوریتم در مرحله بعد با عملگر مربوط به هر الگوریتم، جواب جدید ایجاد می‌کند و بهبود جواب‌ها تا سیدن به شرط توقف مساله انجام می‌شود.

۳-۲-مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک نامغلوب

جمعیت اولیه‌ای به نام P0 و به اندازه NPOP ایجاد می گردد. والدین با استفاده از روش چرخ رولت برای تولید فرزندان جدید انتخاب می‌گردند. بعد از تقاطع و جهش جمعیت فرزندان، Q0 به اندازهNPOP به دست می‌آید. جمعیت والدین و فرزندان با یکدیگر ترکیب می‌گردد و مجموعه R_t با اندازه 2NPOP به دست می‌آید. جمعیت به دست آمده با استفاده از روش مرتب سازی نامغلوب و در سطوح مختلفی از نامغلوب بودن دسته بندی می گردد. در برخی موارد باید اعضا یک مجموعه با دسته یکسان را با یکدیگر مقایسه و برخی را حذف نماییم. در این شرایط از پارامتر کنترلی فاصله ازدحامی استفاده نموده و جواب با فاصله ازدحامی بیشتر را وارد جواب جدید می‌نماییم. پر نمودن جمعیت P_{t+1} با بهترین دسته نامغلوب آغاز می گردد، سپس دومین دسته نامغلوب و به همین ترتیب ادامه می یابد تا زمانی که P_{t+1} پر شود، با این روش جمعیت به اندازه NPOP خواهد شد. فرایند فوق تا زمان محقق شدن شرط خاتمه ادامه می‌یابد و در صورت محقق نشدن آن به مرحله‌ی سوم می‌رویم.

۳-۳- مراحل اجرای الگوریتم بهینه‌ساز مورچگان

جواب اولیه شامل جمعیتی از مورچه‌ها به‌صورت M_{Aunt} ایجاد می‌نماییم. جهت حفظ حرکت تصادفی در محدوده فضای جستجو و جلوگیری از خطا رفتن مورچه‌ها جواب‌های به‌دست آمده نرمال می‌شوند. ایجاد جواب جدید با محاسبه میزان حداقل و حداکثر متغیرها برای تمام مورچه‌ها برای شبیه‌سازی شکار مورچه توسط شیرمورچه انجام می‌شود. شیرمورچه بزرگ‌تر شانس بیشتری برای شکار دارد و الگوریتم این امر را با استفاده از اوپراتور چرخ رولت

انجام می‌دهد و شیرمورچه را براساس ارزش تناسبی جهت شکار انتخاب می‌کند.با این روش شیرمورچه‌های مناسب‌تر مورچه‌های بیشتری متناسب با مقدار متغیرهای تصمیم مساله را شکار کرده و جواب‌های بهتر در هر مرحله تولید می‌شود. در این مرحله جواب‌های به‌دست آمده براساس برازندگی مرتب‌سازی می‌شوند و طبق خاصیت نخبگی در الگوریتم‌های فراابتکاری، بهترین جواب به‌دست آمده در مرحله قبل به عنوان جواب مساله گزارش می‌شود. مراحل فوق تا رسیدن به شرط توقف تعریف‌شده برای مساله تکرار می‌شوند.

٣-٤- تنظیم پارامتر

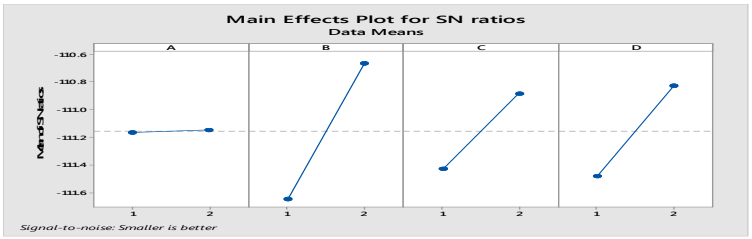
در روش‌های حل فراابتکاری، پارامترهای ورودی اولیه الگوریتم تاثیر به سزایی در سرعت حل و کیفیت جواب به دست آمده دارد. در این مقاله از طراحی آزمایش‌ها به روش تاگوچی در نرم‌افزار Minitab17 جهت تنظیم پارامتر الگوریتم ها استفاده گردیده‌است.

٣-٤-١- تنظیم پارامتر الگوریتم ژنتیک نامغلوب

الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب سازی نامغلوب شامل ٤ فاکتور (پارامتر) به‌نام‌های اندازه‌ی جمعیت در هر تکرار، حداکثر تعداد تکرار، نرخ ترکیب و نرخ جهش می باشد. برای هر پارامتر ٢ سطح مشخص نموده سپس از جدول طراحی آزمایش به روش تاگوچی، طرح آزمایش با ٨ طرح را انتخاب نموده و آزمایش‌های پیشنهاد شده برای مساله‌ی مکان‌یابی هاب ١٠ گره و ٤ هاب و ٢ هاب مرکزی اجرا گردید. جهت اعتبار نتایج هر آزمایش را ٥ بار تکرار نموده و میانگین نتایج را جهت تصمیم گیری استفاده شد.

جدول٥. سطوح پارامترها برای الگوریتم ژنتیک چند هدفه با مرتب‌سازی نامغلوب

ردیف	نام پارامتر	نماد در الگوریتم	سطح اول	سطح دوم
١	حداکثر تعداد دفعات اجرا	*Maxit*	٣٠	٥٠
٢	سایز جمعیت	*npop*	٣٠	٥٠
٣	احتمال تقاطع	*Pc*	٠.٣	٠.٦
٤	احتمال جهش	*Pm*	٠.١	٠.٣



شکل ٥. نتایج تحلیل آزمایش تاگوچی برای الگوریتم ژنتیک چند هدفه با مرتب‌سازی نامغلوب

با توجه به این‌که آزمایش‌ها با هدف حداقل‌سازی تفاوت‌ها انجام می‌شود، معیار کوچک‌تر –بهتر ار انتخاب نموده و مقدار بهینه پارامترها به‌صورت زیر مشخص گردید.

جدول ٦. مقدار بهینه پارامترها در الگوریتم ژنتیک چند هدفه با مرتب‌سازی نامغلوب

ردیف	نام پارامتر	نماد در الگوریتم	مقدار انتخاب شده
١	حداکثر تعداد دفعات اجرا	*Maxit*	٣٠
٢	سایز جمعیت	*npop*	٣٠
٣	احتمال تقاطع	*Pc*	٠.٣
٤	احتمال جهش	*Pm*	٠.١

٣-٤-٢- تنظیم پارامتر الگوریتم شیرمورچه چندهدفه

الگوریتم شامل سه پارامتر مهم به‌نام حداکثر تکرار، انـدازه جمعیت و حداکثر انـدازه آرشـیو بـود. دو سـطح بـرای هـر پارامتر در نظرگرفته و روش تاگوچی طرح بـا ٤ آزمـایش را معرفی نمود. آزمایش‌ها مشابه الگوریتم ژنتیک نامغلوب اجرا شد و مقادیر مناسب پارامترهای این الگوریتم به‌صورت زیـر تعیین گردید.

جدول ٧. مقدار بهینه پارامترها در الگوریتم بهینه‌ساز شیرمورچه چند هدفه

ردیف	نام پارامتر	نماد در الگوریتم	مقدار انتخاب شده
١	حداکثر تکرار	$Maxit$	٣٠
٢	اندازه جمعیت	$npop$	٣٠
٣	حداکثر اندازه آرشیو	$ArchiveMaxSize$	٣٠

٥-٣-شاخص‌های مقایسه‌ای

شـاخص بیشـترین گسـترش : ایـن معیـار گسـترش فضـا جواب‌های کارا را اندازه‌گیـری مـی‌کنـد. مقـدار بیشـتر ایـن شاخص، الگوریتم مناسب‌تر است.

شاخص تعداد جواب‌های کارا یا جبهه پارتو: مناسـب‌تـرین جواب به‌دست آمده بـرای مسـاله در تکرارهـای مختلـف را نشان می‌دهد. تعداد جواب پـارتو بیشـتر معیـار برتـری هـر الگوریتم است.

زمان حل مساله: این معیار مدت زمان اجـرای مـدل را بـرای رسیدن به جواب‌ها کارا نشان می‌دهد. هرچه این معیار کمتر باشد الگوریتم مناسب‌تر است.

شاخص فاصله گذاری: نحوه پراکندگی و توزیـع جـواب‌هـا پارتو را نشان می‌دهد.

شاخص فاصـله متریـک: یکنـواختی گسـترش جـواب‌هـای غیرمسلط را نشان می‌دهد هرچه ایـن شـاخص مقـدار کمتـر داشته باشد عملکرد الگوریتم بهتر است.

مساله مکان‌یابی هاب با ساختار سلسله‌مراتبی، بـا تخصـیص تکی و ظرفیت‌دار در سه سایز مختلـف بـا تعـداد گـره‌هـای متفـاوت توسـط دو الگـوریتم جداگانـه حـل شـد. میـزان شاخص‌های مقایسه‌ای را در هـر مرحلـه بـرای نتـایج ثبـت نموده و جهت مقایسـه الگـوریتم‌هـا آزمـون آمـاری مقایسـه میانگین برای شاخص‌های معرفی شده در سه سایز مختلـف انجام شد و الگوریتم برتر در هر سایز به‌صورت زیر مشخص گردید. در سایز کوچک مسائل با ١٥،١٠ و ٢٠ گـره بررسـی شدند و آزمون مقایسه میانگین بـرای چهـار شـاخص انجـام شـد. نتـایج در جـدول (٨) نشـان داده‌شـده‌اسـت. در تمـام شاخص‌ها آماره آزمون خارج از فاصله اطمینان قرار گرفته و برای دو شاخص بیشترین گسـترش و زمـان محاسـبه مقـدار $P-value$ کوچک‌تـر از $1-\alpha=0.05$ مـی‌باشـد. از این‌رو فرض برابری رفتار الگوریتم‌ها رد مـی‌شـود و جهـت انتخاب الگوریتم برتر از نمودارهای جعبه‌ای استفاده گردیـد. طبق معیار برتری هر شاخص الگوریتم برتـر در جـدول (٩) برای مساله سایز کوچک ژنتیک نـامغلوب انتخـاب شـد. در سایز متوسط برای مساله با تعـداد ٣٠،٢٥ و ٣٥ گـره و سـایز بزرگ برای مساله بـا ٤٠،٤٥ و ٥٠ گـره نیـز آزمـون مقایسـه میانگین شاخص‌ها اجرا شد، در هر دو اندازه، نتـایج آزمـون نشان‌دهنده رد فرض صفر و تفاوت عملکرد الگوریتم‌هـا در حل مساله بود. انتخاب الگوریتم برتر با توجه به نمودارهـای جعبه‌ای انجام شد و با توجه به معیـار برتـری هـر شـاخص عملکرد الگـوریتم‌هـا مقایسـه گردیـد. نمودارهـای جعبـه‌ای به‌دست آمده برای سایز بزرگ و جدول مقایسه شـاخص‌هـا بـه‌ترتیـب در شـکل‌هـای (٦) و جـداول (١٠) و (١١) آورده‌شده‌است.

جدول ۸. بررسی عملکرد الگوریتم‌ها برای مسائل اندازه کوچک

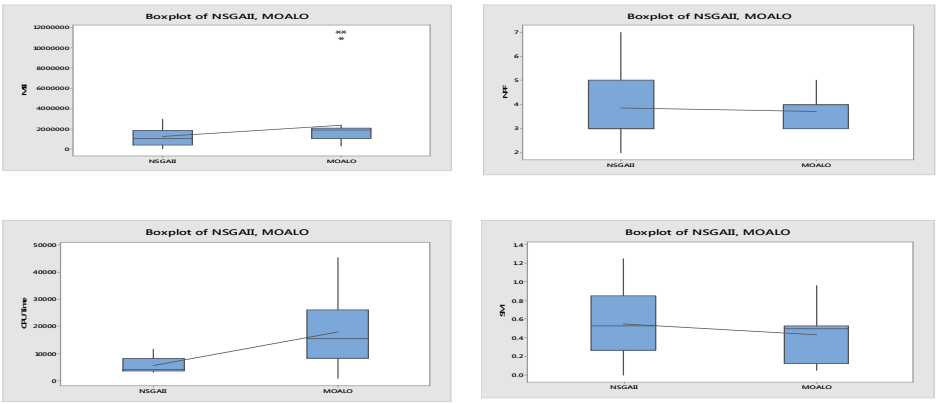
شاخص	معیار برتری	الگوریتم برتر
تعداد جواب پارتو	هرچه بیشتر باشد بهتر است	تقریبا برابر
بیشترین گسترش	هرچه بیشتر باشد بهتر است	*NSGAII*
فاصله متریک	هرچه کمتر باشد بهتر است	*NSGAII*
زمان محاسبه	هرچه کمتر باشد بهتر است	*NSGAII*

جدول۹. نتایج آزمون آماری برای مساله با اندازه کوچک

شاخص	الگوریتم	تعداد نمونه	میانگین نمونه	انحراف معیار نمونه	انحراف معیار میانگین	فاصله اطمینان		$T-value$	$P-value$
تعداد جواب پارتو	*NSGAII*	٣٦	٢,٧٥٠	٠,٨٤١	٠,١٤	٠,٤٦٢	-٠,٢٣٩	٠,٦٤	٠,٥٢٤
	MOALO	٣٦	٢,٦٣٩	٠,٧٦٢	٠,١٢٧				
	اختلاف	٣٦	٠,١١١	١,٠٣٦	٠,١٧٣				
بیشترین گسترش	*NSGAII*	٣٦	٤٥١٤١٢	٥٢١٨٣٠	٨٦٩٧٢	٣٥٠٠٩٣	٥٨٦٣٨	٢,٨٥	٠,٠٠٧
	MOALO	٣٦	٢٤٧٠٤٧	٣٥٣٤٤١	٥٨٩٠٧				
	اختلاف	٣٦	٢٠٤٣٦٢	٤٣٠٦٩٨	٧١٧٨٣				
فاصله متریک	*NSGAII*	٣٦	٠,٢٦٤٧	٠,٣٥٤١	٠,٠٥٩	٠,٠٨٣٩	-٠,٢٤٠	-٠و٩٨	٠,٣٣٤
	MOALO	٣٦	٠,٣٤٣١	٠,٣٥٦	٠,٠٥٩٤				
	اختلاف	٣٦	-٠,٠٧٨	٠,٤٧٩٤	٠,٠٧٩٩				
زمان محاسبه	*NSGAII*	٣٦	٩٥,٢	٦١,٧	١٠,٣	-١٠٣,٨	-٢٠٧,٤	-٦,١٠	٠,٠٠
	MOALO	٣٦	٢٥٠,٨	٢١٢,١	٣٥,٤				
	اختلاف	٣٦	-١٥٥,٦	١٥٣,١	٢٥,٥				

جدول ۱۰. بررسی عملکرد الگوریتم‌ها برای مسائل اندازه متوسط

شاخص	معیار برتری	الگوریتم برتر
تعداد جواب پارتو	هرچه بیشتر باشد بهتر است	*MOALO*
بیشترین گسترش	هرچه بیشتر باشد بهتر است	*MOALO*
فاصله متریک	هرچه کمتر باشد بهتر است	*MOALO*
زمان محاسبه	هرچه کمتر باشد بهتر است	*NSGAII*



شکل ٦. نمودار جعبه‌ای جهت مقایسه الگوریتم‌ها در مسائل اندازه بزرگ

جدول١١. بررسی عملکرد الگوریتم‌ها برای مسائل اندازه بزرگ

شاخص	معیار برتری	الگوریتم برتر
تعداد جواب پارتو	هرچه بیشتر باشد بهتر است	تقریبا برابر
بیشترین گسترش	هرچه بیشتر باشد بهتر است	*MOALO*
فاصله متریک	هرچه کمتر باشد بهتر است	*MOALO*
زمان محاسبه	هرچه کمتر باشد بهتر است	*NSGAII*

٤-نتیجه‌گیری

در این مقاله مساله مکان‌یابی هاب در حالت سلسله‌مراتبی مورد مطالعه قرار گرفت. شبکه‌ای با سه سطح ارتباطی ایجاد شده و گره‌های سطح اول و دوم به‌عنوان هاب مرکزی و هاب انتخاب گردید. هاب‌ها و هاب‌های مرکزی در مساله ظرفیت‌دار بوده و برای اولین بار در مسائل مکان‌یابی هاب مسیر ارتباطی بین مبدا–مقصد ظرفیت‌دار درنظر گرفته‌شد. تخصیص گره‌های تقاضا به هاب‌ها به‌صورت تکی بود. ابتدا مساله از لحاظ شدنی بودن بررسی گردید، سپس نتایج تحلیل پیچیدگی نشان داد مساله از نوع $NP-Hard$ است. ازاین‌رو مساله توسط دو الگوریتم فراابتکاری حل شد و جهت مقایسه عملکرد الگوریتم‌ها از آزمون آماری مقایسه میانگین جوامع استفاده شد.نتایج آزمون آماری با استفاده از نمودارهای جعبه‌ای تحلیل گردید. معیار برتری هر شاخص را در جداول ١٠،٩ و ١١ وارد کرده و الگوریتم برتر در آن شاخص برای سه سایز مختلف مشخص گردید. نتایج موجود در جداول نشان‌دهنده سرعت بالای محاسبه توسط الگوریتم ژنتیک نامغلوب جهت ایجاد جواب‌های پارتو در هر سه حالت مورد بررسی بوده‌است. شاخص‌های بیشترین گسترش و فاصله متریک در سایزهای مختلف عملکرد متفاوت داشتند و با توجه به معیار برتری هر شاخص در هر سایز الگوریتم برتر انتخاب گردید. نتایج نمودارهای جعبه‌ای با توجه به شاخص‌های بیشترین گسترش و فاصله متریک در سایز کوچک الگوریتم ژنتیک نامغلوب را به عنوان الگوریتم برتر معرفی نمود. مقدار این شاخص‌ها در مسائل سایز متوسط و بزرگ برتری را به الگوریتم شیرمورچه چندهدفه مربوط کردند. از این‌رو می‌توان نتیجه گرفت؛ الگوریتم ژنتیک نامغلوب با توجه به دو شاخص بیشترین گسترش و فاصله متریک، در مسائل سایز کوچک دارای پراکندگی بهتر بوده و جواب‌های بهتری تولید می‌کند ودر مسائل سایز متوسط و بزرگ الگوریتم شیرمورچه پراکندگی جواب‌های بهتری داشته و جواب‌های مناسب‌تری ایجاد نموده‌است. به‌طور کلی الگوریتم فراابتکاری ژنتیک نامغلوب در زمان کوتاه‌تر جواب‌های پارتو مساله را با پراکندگی مناسب ایجاد نموده‌است و می‌توان جهت حل مساله مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی با تخصیص تکی و ظرفیت‌دار در زمان قابل قبول از این روش فراابتکاری استفاده نمود. پیشنهاداتی برای مطالعات تکمیلی در زمینه مکان‌یابی هاب می‌تواند به صورت بررسی مساله در حالت‌های زیر باشد:١- تخصیص چندگانه ٢- حالت احتمالی ٣- تغییر روش حل مساله.

٥-مراجع

-بزرگی امیری، ع. پارسا، ایمان و یاوری، آرش، (١٣٩٣)، "طراحی شبکه محور میانه سلسله‌مراتبی ظرفیت‌دار با ملاحظه‌ی زمان تحویل"، فصلنامه‌ی علمی ترویجی مدیریت زنجیره‌ی تامین سال ١٦. شماره ٤٥.

-Hakimi, S. L., (1964), "Optimum Location of switching centers and the absolute centers and medians of a graph", Operations Research, 12, pp.450- 459

-Goldman, A. J., (1969), "Optimal location for center in a network", Transportation Science 3, pp.352- 360.

-O'Kelly, M. E., (1987), "Hub facility location with fixed costs". Papers in Regional Science, 71, pp.292–306.

-Ernst, A.T., Krishnamoorthy, M., (1996), "Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem", Location Science 4 (3), pp.139–154.

-Elmastas, S., (2006), "Hub location problem for air-ground transportation systems with time restrictions", Bilkent University.

-Yaman, H., (2009), "The hierarchical hub median problem with single assignment", Transportation Research Part B: Methodological, Vol. 43, No. 6, pp.643-65.

-Karimi, H., Bashiri, M., (2011), "Hub covering location problems with different Coverage types", Scientia Iranica, 18(6), pp.1571–1578.

-Yaman, H., (2011), "The hierarchical hub median problem with single assignment", Transportation Research Part B: Methodological, Vol. 43, No. 6, pp.643- 658.

-Meyer, T., Ernst, A. T., & Krishna moorthy, M., (2013), "A 2-phase algorithm for solving the single allocation p-hub center problem", Computers and Operations Research, 36, pp.3143–3151.

-Mohammadi, M., Tavakoli-Moghadam, R., Siadat, A., Rahimi, Y., (2015), "A game- based meta-heuristic for fuzzy bi-objective reliable hub location problem", Engineering Application of Artificial Intelligence 5, pp.1- 19.

-Bashiri.M, Esmizadeh. Y., (2016), "Applying hierarchical hub location problem on perishable good distribution"; CIE44 & IMSS'14 Proceedings.

A Multi Objective Model for Capacitated Hub Location Problem with Hierarchical Relations between Nodes, and its Solving by Meta heuristic Algorithm

Ramin Sadeghian, Associate Professor, Industrial Engineering Department, Engineering Faculty, Payame Noor University, Iran.

Zahra Ghareh Daghi, M.Sc., Student, Industrial Engineering Department, Engineering Faculty, Payame Noor University, Iran.

E-mail: sadeghian@pnu.ac.ir

Received: July 2021-Accepted: August 2021

ABSTRACT

In this research, Hub location problem was studied in an incomplete network with a Hierarchical structure. Allocation of nodes to the hub is single. Hub nodes and communication paths are capacitated. First objective function is as "Mini Max" type that used to minimize the maximum transfer time in the network. Second objective function is as "Mini Sum" type that considered to minimizing the total transfer cost in the network. Eventually multi objective hub location problem is modeled with hierarchical structure, single assignment and capacitated using mixed integer programing. For numerical survey of the model, in the first the problem was solved in small size to be checked feasibility of model with GAMZ software and LP-Metric method. Due to the NP-Hard of problem, to solve the problem in medium and large size used Meta-heuristic methods. In this study used two Meta heuristic method as Noun-dominated sorting genetic algorithm (II) and multi-objective Aunt Lion optimizer algorithms. To compare the results used comparative criteria as the number of Pareto answers, maximum spread index, spacing metric and CPU time. Comparison of the results was done with a statistical method. Results showed Multi-objective Aunt Lion optimizer algorithm produced solution with more dispersion than Noun-dominated sorting genetic algorithm (II). In return Noun-dominated sorting genetic algorithm had faster solving speed than Multi-objective Aunt Lion optimizer algorithm.

Keywords: Hub Location, Incomplete Network, Hierarchical Structure, Single Assignment, Path Capacity, Meta-Heuristic Algorithm