

مطالعه تطبیقی مدل‌های تخصیص ترافیک تصادفی لوجیت - مینا

مقاله علمی - پژوهشی

هادی قلی، دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
امیررضا ممدوحی*، دانشیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
عباس بابازاده، دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: armamdoohi@modares.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۲۳ - پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۰۵

صفحه ۸۹-۱۱۰

چکیده

پس از کاربرد مدل‌های لوجیت و پروبیت به عنوان مدل انتخاب مسیر در فرمول‌بندی‌های اولیه تخصیص ترافیک تصادفی، مدل‌های دیگری برای غلبه بر ضعف نظری لوجیت در به حساب آوردن همپوشانی مسیرها توسعه یافته‌اند. این مدل‌ها فرم بسته و راحتی محاسباتی لوجیت را حفظ می‌کنند، در حالی که نیازی به شبیه‌سازی و تلاش‌های محاسباتی پروبیت ندارند. هدف از این مقاله، ارزیابی مهمترین این مدل‌ها در مقایسه با یکدیگر است. مدل‌های مورد بررسی عبارتند از: مدل لوجیت چندگانه (MNL)، دو مدل MNL اصلاح‌شده با نام‌های C-logit و PS-logit، و دو مدل از خانواده مقدارحدی تعمیم‌یافته با نام‌های لوجیت آشیانه‌ای متقاطع (CNL) و لوجیت ترکیبی دوتایی (PCL). این مقایسه‌ها در سطوح مختلف ازدحام شبکه (تقاضای مبدأ - مقصد) و مقادیر متفاوت پراکنش درک کاربران شبکه (پارامتر مقیاس) انجام شده و نیز با نتایج تخصیص ترافیک قطعی مقایسه شد. نتایج برای یک شبکه نه‌گره‌ای و شبکه نیوین نشان می‌دهد که با افزایش سطح ازدحام، الگوهای کلی جریان‌های کماتی تخصیص‌های تصادفی به جریان‌های کماتی تخصیص قطعی نزدیک می‌شوند؛ در حالی که اختلاف این جریان‌های کماتی در چهار مدلی که تأثیر همپوشانی مسیرها را در نظر می‌گیرند، نسبت به مدل MNL افزایش می‌یابد. همچنین، با افزایش پراکنش درک کاربران، اختلاف جریان‌های کماتی در تخصیص‌های تصادفی نسبت به مدل MNL و نیز نسبت به تخصیص قطعی زیاد می‌شود. به علاوه، نتایج مدل‌های مورد بررسی برای شبکه سوافلز نشان می‌دهد که جریان‌های مسیری در تخصیص‌های تصادفی نسبت به تخصیص قطعی دارای انحرافی به مراتب بیشتری بوده و از این نظر، مدل‌های تصادفی جواب‌های محتمل‌تری تولید می‌کنند.

واژه‌های کلیدی: تخصیص ترافیک تصادفی، مدل انتخاب مسیر، مدل لوجیت، مقدارحدی تعمیم‌یافته، همپوشانی مسیرها

۱- مقدمه

1998). تخصیص ترافیک قطعی بر این فرض‌ها استوار است که: (۱) تمام کاربران اطلاع کامل از زمان سفر تمام مسیرهای شبکه دارند تا تصمیمی صحیح و سازگار با هم بگیرند، (۲) همه آن‌ها به صورت یکسان رفتار می‌کنند (Sheffi, 1985). با وجود گسترش نرم‌افزارهای مسیریاب در سال‌های اخیر و استفاده از آن توسط برخی کاربران شبکه، به نظر می‌رسد

مسئله تخصیص ترافیک آخرین مرحله از فرآیند چهار مرحله‌ای برنامه‌ریزی حمل و نقل بوده و مطالعات بسیار زیادی به آن پرداخته‌اند. بر اساس فرض انجام شده در رابطه با رفتار انتخاب مسیر کاربران، دو رویکرد کلی قطعی و تصادفی در مدل‌سازی تخصیص ترافیک وجود دارد (Bashirinia & Mamdoohi, 2019; J. N. Prashker & Bekhor,

نیز مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است (Rassafi & Barzegar-Ganji, 2019; Xiao & Xie, 2019; Y. Xu, Zhou, & Xu, 2020).

مدل لوجیت چندجمله‌ای^۶ (MNL)، با وجود داشتن فرم بسته و راحتی محاسباتی، فرض‌های محدودکننده‌ای دارد که باعث می‌شود برای مدل‌سازی انتخاب مسیر مناسب نباشد. به علت فرض ثابت و یکسان بودن پراکنش (واریانس) خطا، این مدل نمی‌تواند پراکنش درک افراد نسبت به سفرهای با طول متفاوت را به حساب آورد. هم‌چنین، در اثر فرض استقلال گزینه‌ها، نمی‌تواند شباهت و همبستگی بین گزینه‌ها به علت همپوشانی مسیرها را در نظر بگیرد. در نتیجه این محدودیت‌ها، خروجی این مدل از رفتار واقعی کاربران فاصله خواهد داشت. مدل پروبیت، هیچ یک از فرض‌های محدودکننده مدل لوجیت را ندارد و با ساختار کوواریانس انعطاف‌پذیری که دارد، می‌تواند مسایل گفته‌شده را در نظر بگیرد و نتایج واقعی‌تری به دست دهد. اما این مدل فرم بسته نداشته و حجم محاسبات آن، به خصوص در شبکه‌های بزرگ و با افزایش تعداد مسیرها (گزینه‌ها)، قابل توجه است (Castaldi et al., 2019; Chen et al., 2003).

مدل‌های انتخاب گسسته مختلفی به منظور رفع ناتوانی مدل لوجیت چندگانه برای در نظر گرفتن همبستگی گزینه‌ها پیشنهاد شده‌اند که هر کدام تا اندازه‌ای این فرض محدودکننده را آزاد می‌کنند. از اواخر دهه ۱۹۹۰، این مدل‌ها برای مدل‌سازی انتخاب مسیر توسعه یافته و در فرآیند تخصیص ترافیک تصادفی به کار گرفته شدند. هرچند مدل‌های توسعه‌یافته از نظر پیچیدگی با یکدیگر متفاوتند، اما مهم‌ترین آن‌ها را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم کرد: (۱) مدل‌های MNL اصلاح‌شده مانند C-logit و PS-logit^۷: این مدل‌ها ضمن حفظ ساختار MNL، مسئله همپوشانی گزینه‌ها را لحاظ می‌کنند. در این مدل‌ها، با اضافه کردن یک فاکتور در بخش قطعی تابع مطلوبیت، شباهت بین مسیرها مدل می‌شود. به این ترتیب، فرم بسته و سادگی تحلیلی مدل‌های لوجیت نیز حفظ می‌شود، (۲) مدل‌های مقدارحدی تعمیم‌یافته^۸ (GEV): این مدل‌ها عام‌تر از لوجیت چندگانه بوده و در واقع، MNL عضوی از خانواده مدل‌های GEV است. تفاوت اساسی بین مدل‌های انتخاب مسیر این دسته و دسته قبلی این است که در مدل‌های این دسته، شباهت بین مسیرها، در ساختار بخش تصادفی تابع مطلوبیت در نظر گرفته می‌شود. با وجود پیچیده‌تر

همچنان این فرض‌ها نسبتاً غیرواقعی بوده و برای توصیف رفتار سفر افراد در شبکه کفایت نمی‌کند. زیرا، لزوماً تمام کاربران شبکه از این نرم‌افزارها استفاده نکرده و بخش قابل توجهی، بر اساس اطلاعات و درک قبلی خود از شبکه، انتخاب مسیر می‌کنند (Castaldi, Delle Site, & Filippi, 2019). از سوی دیگر، هرچند زمان سفر معیار اصلی در انتخاب مسیر است، اما تنها معیار نیست. به عبارتی، حتی در صورت اطلاع کامل و دقیق از زمان سفر، محتمل است که بخشی از کاربران به دلایل و عوامل مختلف از مسیرهایی غیر از کوتاهترین مسیر بین مبدأ و مقصد استفاده کنند (Gentile, 2004; J. N. Prashker & Bekhor, 2018). در رویکرد تصادفی، با اضافه کردن عبارت خطا به زمان سفر اندازه‌گیری شده، زمان سفر درک شده^۱ کاربران شبکه به جای زمان سفر واقعی مدل می‌شود. به این ترتیب، با توجه به درک متفاوت افراد از زمان سفرهای شبکه در اثر عدم اطلاع کامل از شرایط شبکه یا سایر متغیرهای دیده‌نشده، مسیرهایی غیر از مسیرهای با حداقل هزینه نیز احتمال انتخاب خواهند داشت (Bashirinia & Mamdoohi, 2019; Sheffi, 1985).

با توجه به فرض‌های فوق در رابطه با تخصیص ترافیک قطعی و تصادفی، مدل‌های بارگذاری شبکه^۲ (انتخاب مسیر) متفاوتی در هر رویکرد به کار رفته است. در تخصیص تعادل کاربر قطعی^۳ (DUE)، در هر مرحله از فرآیند حل، بارگذاری شبکه توسط تخصیص همه یا هیچ انجام می‌شود که در آن، تمام جریان بین هر مبدأ و مقصد به کوتاه‌ترین مسیر متصل‌کننده آن دو تخصیص داده می‌شود (Sheffi, 1985). بارگذاری شبکه در تخصیص تعادل کاربر تصادفی^۴ (SUE) توسط مدل‌های احتمالی انتخاب مسیر انجام می‌شود. با توجه به فرض انجام شده بر روی توزیع عبارت خطای زمان سفر درک شده کاربران، مدل‌های انتخاب مسیر مختلفی را می‌توان در فرآیند تخصیص تصادفی استفاده کرد. فرض‌های متداول و اولیه برای توزیع عبارت خطا، فرض توزیع مستقل و یکسان^۵ گامبل و فرض توزیع نرمال بوده که به ترتیب، مدل‌های انتخاب مسیر لوجیت و پروبیت را به دست می‌دهند (Chen, Kasikitwiwat, & Ji, 2003; Sheffi, 1985). این مدل‌ها بر اساس تئوری پیشینه‌سازی مطلوبیت (RUM) هستند. اما در سال‌های اخیر، توسعه مدل‌های انتخاب مسیر و تخصیص تصادفی مبتنی بر تئوری کمینه‌سازی تأسّف (RRM)

گرفتن همپوشانی مسیرها بر نتایج تخصیص تصادفی خواهد بود. برای مقایسه بین روش‌های قطعی و تصادفی می‌توان از شاخص انتروپی^{۱۱} جواب نیز استفاده کرد. بیشینه شدن انتروپی یک شرط وسیعاً پذیرفته‌شده است که موجب رسیدن به جواب‌های مبتنی بر مسیر با بیشترین احتمال (یا بیشترین بی‌نظمی) می‌شود (Bar-Gera, 2010). بر اساس اطلاعات نویسندگان، هرچند انتروپی برای فرمول‌بندی تخصیص‌های تصادفی به کار رفته (Gentile, 2018)، تاکنون مقایسه‌ای بین مقدار انتروپی حاصل از مدل‌های قطعی و تصادفی انجام نشده است. البته به نظر می‌رسد که مدل‌های تصادفی با توزیع کردن جریان بین مسیرهای بیشتر، باعث افزایش انتروپی شده و جواب‌های مسیری محتمل‌تری تولید می‌کنند.

ادامه مقاله به این صورت است: در بخش دوم، پس از معرفی مختصر مدل‌سازی انتخاب مسیر، مبانی نظری پنج مدل SUE لوجیت- مبنای مورد بررسی در این مطالعه شامل: MNL, C-logit, PS-logit, CNL و PCL. به همراه کاربرد آن‌ها در ادبیات رایج می‌شود. در بخش سوم، نتایج اجرای این مدل‌ها و مدل تعادل کاربر قطعی بر روی سه شبکه متداول در ادبیات رایج شده و با مقایسه نتایج، پیرامون اثرات نوع مدل انتخاب مسیر، ازدحام و پراکنش درک مسافران و هم‌چنین مقایسه انتروپی جواب‌ها بحث می‌شود. بخش چهارم و آخر نیز به جمع‌بندی نتایج و ارائه پیشنهادات اختصاص یافته است.

۲- پیشینه تحقیق

در این بخش، پس از ارائه مبانی مدل‌های انتخاب مسیر، انواع مدل‌های انتخاب مسیر مورد استفاده برای تخصیص تعادل کاربر تصادفی در این پژوهش، معرفی می‌شوند. این مدل‌ها شامل مدل لوجیت چندگانه، مدل‌های لوجیت چندگانه اصلاح‌شده و مدل‌های مقدار حدی تعمیم‌یافته هستند. در نهایت، یک الگوریتم متداول برای انجام فرآیند تخصیص تعادل کاربر تصادفی نیز ارائه می‌شود.

۲-۱- مدل‌های انتخاب مسیر

برای حل مسئله انتخاب مسیر با در نظر گرفتن درک متفاوت رانندگان از هزینه (زمان سفر) مسیرها، C_k^{PS} به صورت یک متغیر تصادفی و نمایانگر زمان سفر درک‌شده

بودن، این مدل‌ها نیز فرم بسته دارند. متداول‌ترین مدل‌های این دسته، لوجیت آشیانه‌ای متقاطع^۹ (CNL) و لوجیت ترکیبی دوتایی^{۱۱} (PCL) هستند (Castaldi et al., 2019; J. N., Prashker & Bekhor, 2004).

با وجود کاربرد نسبتاً گسترده مدل‌های پیشرفته انتخاب گسسته^{۱۱} در ادبیات تخصیص ترافیک تصادفی، تاکنون مطالعات اندکی و به صورت محدود به ارزیابی و مقایسه نتایج برخی از این مدل‌ها پرداخته‌اند. پراشکر و بکه‌هور (J. N., Prashker & Bekhor, 2000) به بررسی اثر میزان تصادفی بودن (پراکنش درک) بر نتایج بعضی تخصیص‌های تصادفی (MNL، CNL و PCL) پرداختند. آن‌ها هم‌چنین در مطالعه‌ای مروری (J. N., Prashker & Bekhor, 2004)، پس از معرفی جامع مدل‌های انتخاب مسیر به کار رفته در تخصیص SUE، نتایج محدودی را با اجرای مثال‌هایی ساده ذکر کرده و پیشنهاداتی را نیز برای مطالعات آینده مطرح کردند. چن و همکاران (Chen, Pravinvongvuth, Xu, Ryu, & Chootinan, 2012) با در نظر گرفتن بیشتر مدل‌های تخصیص تصادفی (MNL، C-logit، PS-logit و PCL)، دیگر فرض لوجیت که در بالا اشاره شد یعنی پراکنش ثابت عبارت خطا را به طور محدود آزاد کرده و تأثیر آن را بررسی کردند. حقانی و همکاران (Haghani, Shahhosseini, & Z Ashtyani, 2014) نیز به ارزیابی جامع این مدل‌ها، با تمرکز بر کالیبره کردن مدل انتخاب مسیر (تک متغیره و چندمتغیره) پرداختند. آن‌ها تأثیر ازدحام را در قالب دو و سه برابر شدن تقاضا، بر روی تخصیص قطعی و تصادفی از نوع PCL بررسی کردند. هم‌چنین با بررسی نتایج مدل‌های MNL و PCL در دو مقدار پارامتر مقیاس برابر با ۱ و ۰/۱۵، بر اهمیت کالیبره کردن این پارامتر تأکید کردند. به این ترتیب، مطالعه تطبیقی جامع بین انواع روش‌های تخصیص تصادفی لوجیت- مبنای چندان مورد توجه قرار نگرفته است. در پژوهش حاضر، یک ارزیابی مقایسه‌ای جامع بین روش‌های تخصیص SUE لوجیت- مبنای تحت تأثیر شرایط مختلف ازدحام (از طریق مقادیر مختلف تقاضای مبدأ- مقصد) و پراکنش درک کاربران (با اعمال مقادیر مختلف پارامتر مقیاس در تابع مطلوبیت گزینه‌ها) انجام شده و در ضمن، با نتایج تخصیص قطعی نیز مقایسه صورت می‌گیرد. در این میان، تفاوت نتایج مدل MNL با سایر مدل‌های SUE، نشان‌دهنده اثر در نظر

۲-۲- مدل لوجیت چندگانه

فرمول لوجیت بر مبنای این فرض است که مطلوبیت تمام گزینه ها (مسیرها) در مجموعه انتخاب، دارای توزیع یکسان و مستقل گامبل^{۱۳} هستند. فرض می شود که مطلوبیت استفاده از مسیر k بین مبدأ r و مقصد s طبق رابطه (۵) است:

$$U_k^{rs} = -\theta c_k^{rs} + \varepsilon_k^{rs} \quad \forall k, r, s \quad (5)$$

که در آن، c_k^{rs} زمان سفر اندازه گیری شده، θ پارامتر مقیاس^{۱۴} (با مقدار مثبت) و ε_k^{rs} عبارت تصادفی با تابع چگالی گامبل است. با این فرض ها، احتمال انتخاب مسیر فوق، از رابطه (۶) به دست می آید:

$$P_k^{rs} = \frac{e^{-\theta c_k^{rs}}}{\sum_l e^{-\theta c_l^{rs}}} \quad \forall k, r, s \quad (6)$$

می توان نشان داد که پارامتر مقیاس (θ)، به طور معکوس متناسب با خطای استاندارد توزیع زمان سفر درک شده مسیر است ($\text{var}(C_k^{rs}) = \pi^2 / 6\theta^2$). اگر θ خیلی بزرگ باشد، خطای درک خیلی کوچک بوده و کاربران تمایل دارند مسیر با کوتاه ترین زمان سفر اندازه گیری شده را انتخاب کنند. به این ترتیب، انتظار می رود جریان در شبکه به جریان حاصل از تخصیص قطعی نزدیک شود. مقدار کوچک θ نشان دهنده پراکنش زیاد درک کاربران بوده که موجب می شود افراد، مسیرهای دیگری را که حتی زمان سفرشان بیشتر از کوتاه ترین مسیر است نیز استفاده کنند. در حالت حدی، وقتی θ به سمت صفر میل می کند، سهم جریان بر روی تمام مسیرها و صرف نظر از زمان سفر آن ها، برابر خواهد بود (Gentile, 2018; Sheffi, 1985).

۲-۳- مدل های لوجیت اصلاح شده

همان طور که در مقدمه ذکر شد، فرض استقلال گزینه ها در مدل لوجیت چندگانه، برای مسئله انتخاب مسیر کافی نبوده و در بیشتر موارد به علت همپوشانی مسیرها، نقض می شود. به منظور غلبه بر این ضعف مدل MNL، مدل هایی توسعه یافتند که با استفاده از یک ضریب تصحیح در بخش قطعی یا سیستماتیک تابع مطلوبیت، احتمال انتخاب مسیرها را تعدیل می کنند. به این ترتیب، ضمن حفظ فرم بسته و راحتی محاسباتی مدل لوجیت چندگانه، اثر همپوشانی مسیرها را نیز

بر روی مسیر k بین مبدأ r و مقصد s که $k \in K_{rs}$ و K_{rs} مجموعه مسیرهای بین مبدأ r و مقصد s است، در نظر گرفته می شود. هم چنین، c_k^{rs} نمایانگر زمان سفر واقعی یا اندازه گیری شده بر روی مسیر k بین r و s است. زمان سفر درک شده مسیر k به شکل رابطه (۱) نوشته می شود (Sheffi, 1985):

$$C_k^{rs} = c_k^{rs} + \xi_k^{rs} \quad \forall k, r, s \quad (1)$$

که ξ_k^{rs} یک عبارت خطای تصادفی مربوط به زمان سفر مسیر مورد نظر است. علاوه بر این، فرض می شود که $E[\xi_k^{rs}] = 0$ یا $E[C_k^{rs}] = c_k^{rs}$. به عبارت دیگر، متوسط زمان سفر درک شده برابر است با زمان سفر واقعی. سهم افرادی که مسیر k را برای رسیدن از مبدأ r به مقصد s انتخاب می کنند، P_k^{rs} ، بر اساس رابطه (۲) به دست می آید (Sheffi, 1985):

$$P_k^{rs} = \Pr(C_k^{rs} \leq C_l^{rs}, \forall l \in K_{rs}) \quad \forall k, r, s \quad (2)$$

احتمال انتخاب مسیر در رابطه (۲) را می توان در چارچوب مدل های انتخاب گسسته تفسیر کرد. با توجه به توزیع فرض شده برای زمان سفر درک شده، انواع مدل های بارگذاری شبکه تصادفی (انتخاب مسیر) به دست آمده، احتمال انتخاب هر مسیر و سپس جریان تخصیص یافته به آن را می توان محاسبه کرد. جریان در مسیر k f_k^{rs} ، به صورت رابطه (۳) محاسبه می شود (Sheffi, 1985):

$$f_k^{rs} = q_{rs} P_k^{rs} \quad \forall k, r, s \quad (3)$$

که q_{rs} نرخ سفر بین مبدأ r و مقصد s است. جریان در کمان ها، x_a با کمک جریان مسیرها و طبق رابطه (۴) محاسبه می شود (Sheffi, 1985):

$$x_a = \sum_{rs} \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} \quad \forall a \quad (4)$$

که $\delta_{a,k}^{rs}$ برابر با یک است اگر کمان a بر روی مسیر k بین مبدأ-مقصد r و s قرار داشته باشد، و در غیر این صورت برابر با صفر خواهد بود. در ادامه، انواع مدل های انتخاب مسیر در این پژوهش برای محاسبه احتمال انتخاب هر مسیر بین یک مبدأ و مقصد مشخص (رابطه (۲))، معرفی و توضیح داده خواهند شد.

مدل C-logit است. با این تفاوت که احتمال انتخاب آن، به جای کاستن فاکتور اشتراک، از افزودن لگاریتم اندازه مسیر^{۱۷} به بخش قطعی تابع مطلوبیت مسیر در مدل MNL به دست می آید. اندازه هر مسیر، بر مبنای طول کمان‌ها در آن مسیر و تعداد مسیرهایی که از هر کمان آن می‌گذرد، محاسبه می‌شود. مسیری که هیچ کمان مشترکی با سایر مسیرها ندارد، نیاز به تعدیل نداشته و اندازه‌ای برابر با یک خواهد داشت. به عبارت دیگر، بزرگترین اندازه‌ای که یک مسیر می‌تواند داشته باشد، یک است. مسیری که حداقل یک کمان مشترک با سایر مسیرها داشته باشد، اندازه‌ای کمتر از یک خواهد داشت. فرم احتمال انتخاب در مدل PS-logit به صورت رابطه (۹) است:

$$P_k^{rs} = \frac{e^{V_k + \ln(S_k)}}{\sum_{l \in K_{rs}} e^{V_l + \ln(S_l)}} \quad \forall k, r, s \quad (9)$$

که V_k مطلوبیت قطعی یا مشاهده شده مسیر k و S_k اندازه مسیر k است. این اندازه، می‌تواند به شکل‌های مختلفی محاسبه شود که یکی از آن‌ها در رابطه (۱۰) ارایه شده است (Ben-Akiva & Bierlaire, 1999):

$$S_k = \sum_{a \in \Gamma_k} \frac{l_a}{L_k} \sum_{j \in K_{rs}} \delta_{aj} \quad (10)$$

که L_k طول مسیر k ، l_a طول کمان a ، Γ_k مجموعه کمان‌ها در مسیر k ، δ_{aj} متغیر ساختگی وقوع کمان-مسیر است که اگر مسیر j از کمان a استفاده کند برابر با یک و در غیر اینصورت برابر با صفر است، و K_{rs} مجموعه مسیرهای بین مبدأ-مقصد r و s است.

در شبکه‌های واقعی، مسیرهای زیادی با طول بسیار زیاد وجود دارند. این‌ها مسیرهای غیرمعقولی هستند که تأثیر منفی بر روی احتمال انتخاب مسیرهای معقولی که با آن‌ها کمان مشترک دارند می‌گذارند. دونکان و همکاران (Duncan et al., 2020) یک مدل PS-logit تعمیم‌یافته توسعه دادند که برای محاسبه اندازه مسیر، از یک فاکتور مشارکت برای وزن‌دهی به میزان مشارکت مسیرها در اندازه مسیر استفاده می‌شود. آن‌ها فاکتور مشارکتی بر مبنای نسبت هزینه سفر بین مسیرها پیشنهاد دادند. به این ترتیب، اثر منفی مسیرهای با هزینه سفر بسیار بالا بر روی عبارت تصحیح و احتمال انتخاب از بین می‌رود (Duncan et al., 2020).

در برآورد احتمال انتخاب آن‌ها لحاظ می‌کنند (Duncan, Watling, Connors, Rasmussen, & Nielsen, 2020; J. N. Prashker & Bekhor, 2004). در ادامه، دو مدل از گروه مدل‌های لجیت اصلاح‌شده معرفی می‌شوند.

۲-۳-۱- مدل C-logit

این مدل که اولین بار توسط کستا و همکاران (Cascetta, Nuzzolo, Russo, & Vitetta, 1996) ارایه شد، از فرم رابطه (۷) پیروی می‌کند:

$$P_k^{rs} = \frac{e^{V_k - CF_k}}{\sum_{l \in K_{rs}} e^{V_l - CF_l}} \quad \forall k, r, s \quad (7)$$

که V_k مطلوبیت قطعی یا مشاهده شده مسیر k و CF_k فاکتور اشتراک^{۱۸} مسیر k معیاری از میزان شباهت مسیر k با سایر مسیرهای بین یک مبدأ-مقصد است. رابطه به کار رفته توسط کستا و همکاران برای تعیین فاکتور اشتراک، به صورت رابطه (۸) است (Cascetta, Russo, & Vitetta, 1997):

$$CF_k = \beta \ln \sum_l \left(\frac{L_{kl}}{L_k^{1/2} L_l^{1/2}} \right)^\gamma \quad (8)$$

که L_{kl} طول (هزینه) کمان‌های مشترک مسیر k و l و L_k و L_l طول (هزینه) کلی مسیر k و l هستند. β و γ پارامترهای مثبت هستند که باید کالیبره شوند.

ژو، چن و بکهور (Zhou, Chen, & Bekhor, 2012)، اولین بار فرمول‌بندی ریاضی معادل برای تخصیص تعادل کاربر تصادفی بر مبنای مدل C-logit را ارایه کردند. نتایج عددی بر روی دو شبکه، حاکی از تفاوت معنی‌دار بین مدل MNL-SUE و مدل‌های C-logit-SUE، برحسب جریان در مسیرها بود. سو و همکاران (X. Xu, Chen, Zhou, & Bekhor, 2012)، تأثیر تصریح‌های^{۱۹} مختلف فاکتور اشتراک (مستقل یا وابسته به جریان) را بررسی کرده و نشان دادند بسته به تصریح فاکتور اشتراک، نتایج تخصیص تعادل کاربر تصادفی MNL و C-logit می‌توانند کاملاً متفاوت باشند.

۲-۳-۲- مدل Path-size logit (PS-logit)

مدل PS-logit توسط بن‌آکیوا و بیرلیر (Ben-Akiva & Bierlaire, 1999) پیشنهاد شده است و فرم تابعی آن مشابه

۲-۴- مدل‌های مقدارحدی تعمیم‌یافته

این خانواده از مدل‌ها بر مبنای قضیه مقدارحدی تعمیم‌یافته (GEV) مک‌فادن توسعه یافته و ساختارهای آشیانه‌ای منعطفی را در مدل‌سازی انتخاب، اجازه می‌دهند. از لحاظ نظری، این مدل‌ها با در نظر گرفتن شباهت بین مسیرها از طریق بخش تصادفی تابع مطلوبیت، بر کمبودهای نظری مدل MNL غلبه می‌کنند. رابطه کلی برای محاسبه احتمال انتخاب گزینه i در مدل‌های GEV، به شکل رابطه (۱۱) است (Train, 2009):

$$P_i = \frac{Y_i G_i}{G} \quad (11)$$

که در آن $Y_i = \exp(V_i)$ و V_i مطلوبیت قطعی یا مشاهده‌شده گزینه i است. تابع G به تمام Y_j ‌ها وابسته بوده و به صورت $G = G(Y_1, \dots, Y_j)$ نمایش داده می‌شود. G_i نیز بیان‌گر مشتق G نسبت به Y_i است: $G_i = \partial G / \partial Y_i$. تابع G که به آن تابع مولد گفته می‌شود، باید شرایط زیر را برآورده کند (Train, 2009):

$$1. \text{ برای همه مقادیر مثبت } Y_j (\forall j), G \geq 0.$$

۲. G همگن از درجه ۱ باشد. به عبارتی، اگر Y_j به نسبت ρ افزایش یابد، G نیز به همان نسبت افزوده شود:

$$G(\rho Y_1, \dots, \rho Y_j) = \rho G(Y_1, \dots, Y_j)$$

$$3. \text{ به ازای هر } j, \text{ اگر } Y_j \rightarrow \infty \text{ آن‌گاه: } G \rightarrow \infty.$$

۴. مشتقات جزئی ضربدری G ، به طور منظم تغییر علامت

دهند. به عبارتی، برای هر $i: G_i \geq 0$ ، برای هر $j (j \neq i): G_{ij} = \partial G_i / \partial Y_j \leq 0$ ، برای هر i, j و k مجزا: $G_{ijk} = \partial^2 G_{ij} / \partial Y_k \geq 0$ و همین‌طور برای مراتب بالاتر (مرتبه فرد، مثبت و مرتبه زوج، منفی).

به این ترتیب، با تعریف مناسب یک تابع مولد با ویژگی‌های فوق، می‌توان به یک تابع احتمال انتخاب متناسب با شرایط موقعیت انتخاب موردنظر دست یافت. در واقع با این روش همان‌گونه که می‌توان مدل لوجیت چندگانه، آشیانه‌ای و سایر مدل‌های شناخته‌شده GEV را تولید کرد، می‌شود مدل‌های جدیدی با ویژگی‌هایی که نیاز تحقیق مورد نظر را برآورده می‌کند نیز ایجاد نمود (Train, 2009).

۲-۴-۱- مدل لوجیت آشیانه‌ای متقاطع (CNL)

مدل CNL با ساختار درختی دوسطحی که اولین بار توسط ووشا (Vovsha, 1997) ارائه شد، تابع مولدی به شکل رابطه (۱۲) دارد (J. Prashker & Bekhor, 1999):

$$G(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_m \left(\sum_k \alpha_{mk} y_k \right)^\mu \quad (12)$$

m آشیانه، k گزینه، $y_k = \exp(V_k)$ ، V_k مطلوبیت قطعی یا مشاهده‌شده گزینه k ، μ ضریب آشیانه $1 \leq \mu \leq 0$ و α_{mk} ضریب تخصیص $1 \leq \alpha_{mk} \leq 0$ است. m به آشیانه k به ضریب تخصیص $1 \leq \alpha_{mk} \leq 0$ است. همچنین، ضرایب تخصیص باید در محدودیت رابطه (۱۳) صدق کنند:

$$\sum_m \alpha_{mk} = 1 \quad (13)$$

با در نظر گرفتن کمان‌ها به عنوان آشیانه‌ها (m)، و مسیرها به عنوان گزینه‌ها (k)، احتمال انتخاب گزینه (مسیر) k از رابطه (۱۴) به دست می‌آید (J. N. Prashker & Bekhor, 1998):

$$P_k = \frac{e^{V_k + \ln \sum_m \alpha_{mk} \left(\sum_l \alpha_{ml} e^{V_l} \right)^{\mu-1}}}{\sum_j e^{V_j + \ln \sum_m \alpha_{mj} \left(\sum_l \alpha_{ml} e^{V_l} \right)^{\mu-1}}} \quad (14)$$

ضریب تخصیص α_{mk} در مدل CNL، اجازه می‌دهد تا یک گزینه (مسیر) به بیش از یک آشیانه (کمان) تعلق داشته باشد. مدل لوجیت آشیانه‌ای $1 \leq \mu \leq 0$ که از مدل‌های متداول خانواده GEV است، حالت خاصی از لوجیت آشیانه‌ای متقاطع است که در آن، ضریب تخصیص تنها می‌تواند مقادیر صفر یا یک را بپذیرد و در نتیجه هر گزینه فقط به یک آشیانه تعلق دارد. با توجه به این نکته، ساختار آن برای مدل‌سازی انتخاب مسیر در مسایل تخصیص ترافیک مناسب نیست. هم‌چنین، ضریب آشیانه μ نشان‌دهنده استقلال گزینه‌های آشیانه‌ها است و با افزایش آن به سمت یک، از همبستگی گزینه‌ها کاسته می‌شود. در حالت حدی $\mu = 1$ (استقلال کامل)، مدل CNL تبدیل به مدل MNL می‌شود (J. N. Prashker & Bekhor, 1998, 2004). به علاوه، ضریب آشیانه اندیس نداشته و برای همه آشیانه‌ها، یک مقدار فرض می‌شود.

J. N. Prashker & Bekhor,) زمینه پیشنهاد دادند (2004). حقانی و همکاران (Haghani et al., 2014) نیز با مرور این مدل‌ها، نتیجه گرفتند که برآورد دقیق پارامترهای مدل و تابع مطلوبیت، مهم‌تر از به کار بردن مدل‌های انتخاب پیشرفته مانند لوجیت اصلاح شده و GEV است. هم‌چنین، تفاوت الگوی جریان حاصل از تخصیص UE و SUE را حتی در سطوح بالای ازدحام نیز قابل توجه دانستند. بکهور، رزنیکووا و تولدو (Bekhor, Reznikova, & Toledo, 2009; Bekhor, Toledo, & Reznikova, 2007) نیز تأثیر پارامترهای مدل CNL-SUE شامل پارامتر مقیاس و ضریب آشیانه را با توجه به نتایج اجرا بر روی شبکه‌های سوفالز و وینینگ^{۱۱}، بررسی کردند. نتایج نشان داد که بسته به پارامترهای مدل، به خصوص ضریب آشیانه، نتایج این مدل و مدل MNL-SUE، بر حسب جریان مسیر، می‌تواند کاملاً متفاوت باشد.

۲-۴-۲- مدل لوجیت ترکیبی دو تایی (PCL)

این مدل، در ابتدا توسط چو (Chu, 1989) پیشنهاد شد و سپس کاپلمن و ون (Koppelman & Wen, 2000) آن را توسعه دادند. هم‌چنین پراشکر و بکهور (J. N. Prashker & Bekhor, 1998) این مدل را برای انتخاب مسیر به کار بردند. تابع مولد این مدل، به صورت رابطه (۱۹) است (J. N. Prashker & Bekhor, 1999):

$$G(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=k+1}^{n-1} (1 - \sigma_{kj}) \left(y_k^{\frac{1}{1-\sigma_{kj}}} + y_j^{\frac{1}{1-\sigma_{kj}}} \right)^{(1-\sigma_{kj})} \quad (19)$$

احتمال انتخاب گزینه (مسیر) k با استفاده از این مدل، از رابطه (۲۰) به دست می‌آید (J. N. Prashker & Bekhor, 1998):

$$P_k = \frac{\sum_{j \neq k} e^{\frac{V_k}{1-\sigma_{kj}}} (1 - \sigma_{kj}) \left(e^{\frac{V_k}{1-\sigma_{kj}}} + e^{\frac{V_j}{1-\sigma_{kj}}} \right)^{-\sigma_{kj}}}{\sum_{l=1}^{n-1} \sum_{m=l+1}^n (1 - \sigma_{lm}) \left(e^{\frac{V_l}{1-\sigma_{lm}}} + e^{\frac{V_m}{1-\sigma_{lm}}} \right)^{1-\sigma_{lm}}} \quad (20)$$

که $y_k = \exp(V_k)$ V_k مطلوبیت قطعی یا مشاهده شده گزینه k و σ_{kj} شاخص شباهت^{۲۲} بین دو گزینه k و j بوده و در واقع همان ضریب آشیانه است. زیرا در این مدل، هر دو گزینه یک

احتمال انتخاب رابطه (۱۴) را می‌توان به شکل رابطه (۱۵) بازنویسی کرد (J. N. Prashker & Bekhor, 1998):

$$P_k = \sum_m P(m) P(k | m) \quad (15)$$

که احتمال شرطی انتخاب مسیر k در کمان (آشیانه) m به صورت رابطه (۱۶) است:

$$P(k | m) = \frac{(\alpha_{km} e^{-\alpha_k})^{\frac{1}{\mu}}}{\sum_l (\alpha_{lm} e^{-\alpha_l})^{\frac{1}{\mu}}} \quad (16)$$

و احتمال حاشیه‌ای انتخاب کمان (آشیانه) m از قرار رابطه (۱۷) است:

$$P(m) = \frac{\left(\sum_k (\alpha_{km} e^{-\alpha_k})^{\frac{1}{\mu}} \right)^{\mu}}{\sum_b \left(\sum_k (\alpha_{kb} e^{-\alpha_k})^{\frac{1}{\mu}} \right)^{\mu}} \quad (17)$$

که c_k هزینه مسیر k و θc_k بخش مشاهده شده تابع مطلوبیت مسیر k (V_k) است. بنابراین، احتمال انتخاب مسیر k به فاکتورهای پارامتر مقیاس θ ، هزینه تعمیم یافته مسیر c_k ، ضریب تخصیص مسیر به آشیانه‌ها α_{mk} و ضریب آشیانه μ بستگی دارد (J. N. Prashker & Bekhor, 2004).

پراشکر و بکهور (J. N. Prashker & Bekhor, 1998) برای محاسبه ضرایب تخصیص، فرم تابعی رابطه (۱۸) را پیشنهاد دادند:

$$\alpha_{km} = \frac{L_m}{L_k} \delta_{mk} \quad (18)$$

که L_m طول کمان و L_k طول مسیر است. اگر کمان m بر روی مسیر k باشد $\delta_{mk} = 1$ و در غیر اینصورت صفر خواهد بود. به این ترتیب، می‌توان ضرایب تخصیص را به طور مستقیم و از روی توپولوژی شبکه به دست آورد.

ابتدا، پراشکر و بکهور (J. N. Prashker & Bekhor, 1998) مدل CNL را برای انتخاب مسیر به کار بردند. آن‌ها فرمول‌بندی SUE معادل مدل CNL را پیشنهاد داده (J. N. Prashker & Bekhor, 1999)، سپس اثرات ازدحام، تصادفی بودن (پارامتر مقیاس) و همپوشانی مسیرها را بر روی نتایج تخصیص تعادل کاربر تصادفی بررسی کردند (J. N. Prashker & Bekhor, 2000). آن‌ها در مطالعه‌ای دیگر، مروری بر روی انواع مدل‌های انتخاب مسیر به کار رفته در SUE انجام داده و نکاتی را برای پژوهش‌های آتی در این

پراشکر و بکهور (J. N. Prashker & Bekhor, 1998)، شبیه ضریب اشتراک C-logit، فرم تابعی رابطه (۲۴) را برای محاسبه شاخص شباهت تعریف کردند:

$$\sigma_{kj} = \left(\frac{L_{kj}}{L_k^{1/2} L_j^{1/2}} \right)^\gamma \quad (24)$$

که L_{kj} طول بخش مشترک مسیرهای k و j ، L_k و L_j طول مسیرهای k و j و γ پارامتری است که باید کالیبره شود.

مانند مدل CNL، ابتدا پراشکر و بکهور (J. N. Prashker & Bekhor, 1998) مدل PCL را برای انتخاب مسیر به کار بردند. آن‌ها فرمول‌بندی SUE معادل مدل PCL را پیشنهاد داده (J. Prashker & Bekhor, 1999)، سپس اثرات ازدحام، تصادفی بودن (پارامتر مقیاس) و همپوشانی مسیرها را بر روی نتایج تخصیص تعادل کاربر تصادفی بررسی کردند (J. N. Prashker & Bekhor, 2000). ریو و همکاران (Ryu, Chen, Xu, & Choi, 2014) نیز فرض تقاضای ثابت در این مدل (و اکثر مدل‌های تخصیص) را آزاد کرده و با در نظر گرفتن تقاضای کشسان، مدل PCL-SUE را حل کردند. در شکل ۱، فرمول‌بندی و ساختار شماتیک انواع مدل‌های انتخاب مسیر، برای شبکه نمونه شکل ۱-الف (J. Prashker & Bekhor, 1999) نمایش داده شده است. ساختار کلی مدل MNL و مدل‌های C-logit و PS-logit به صورت شکل ۱-ب است. ساختار دو سطحی مدل CNL مطابق شکل ۱-پ است. سطح بالا (آشپانه‌ها)، کمان‌های شبکه بوده و سطح پایین (گزینه‌ها)، مسیرها هستند در حالی که هر گزینه می‌تواند به آشپانه‌های مختلف تعلق داشته باشد (ضرایب α نمایانگر ضرایب تخصیص هستند). ساختار مدل PCL نیز در شکل ۱-ت نشان داده شده است. سطح پایین، مسیرها بوده و سطح بالا، ترکیبات دوتایی آن‌ها هستند (ضرایب σ نمایانگر شاخص‌های شباهت هستند). به منظور جامعیت، رابطه مربوط به مدل پروبیت چندجمله‌ای^{۳۳} (MNP) نیز ارایه شده است.

آشپانه را شکل می‌دهند. بنابراین در مجموعه انتخاب با n گزینه، $n(n-1)/2$ ترکیب دوتایی (آشپانه) متفاوت وجود خواهد داشت. با توجه به شاخص شباهت ویژه هر زوج گزینه، مدل PCL اجازه می‌دهد که زوج گزینه‌ها، همبستگی‌های متفاوتی داشته باشند که باعث انعطاف‌پذیری این مدل می‌شود. هرچه σ_{kj} به صفر نزدیک شود، حاکی از همپوشانی کمتر (یا استقلال بیشتر) دو مسیر k و j است. اگر برای تمام زوج‌های k و j داشته باشیم: $\sigma_{kj} = 0$ ، مدل PCL به مدل MNL تبدیل می‌شود. هم‌چنین هر گزینه به نسبت مساوی بین $n-1$ آشپانه تقسیم می‌شود. به عبارتی، پارامتر تخصیص α برای همه گزینه‌ها برابر با مقدار ثابت $1/(n-1)$ بوده و بنابراین، از رابطه نهایی حذف می‌شود (J. N. Prashker & Bekhor, 2004; Train, 2009).

مشابه مدل CNL، احتمال انتخاب مدل PCL را نیز می‌توان به صورت رابطه (۲۱) بازنویسی کرد (J. N. Prashker & Bekhor, 1998):

$$P_k = \sum_{k \neq j} P(kj)P(k | kj) \quad (21)$$

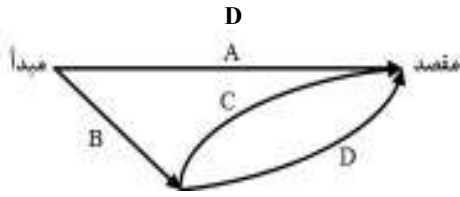
که احتمال شرطی انتخاب گزینه k از بین زوج گزینه (k, j) از رابطه (۲۲) به دست می‌آید:

$$P(k | kj) = \frac{e^{\frac{V_k}{1-\sigma_{kj}}}}{e^{\frac{V_k}{1-\sigma_{kj}}} + e^{\frac{V_j}{1-\sigma_{kj}}}} \quad (22)$$

و احتمال حاشیه‌ای انتخاب زوج گزینه (k, j) نیز از قرار رابطه (۲۳) است:

$$P(kj) = \frac{(1-\sigma_{kj}) \left(e^{\frac{V_k}{1-\sigma_{kj}}} + e^{\frac{V_j}{1-\sigma_{kj}}} \right)^{1-\sigma_{kj}}}{\sum_{l=1}^{n-1} \sum_{m=l+1}^n (1-\sigma_{lm}) \left(e^{\frac{V_l}{1-\sigma_{lm}}} + e^{\frac{V_m}{1-\sigma_{lm}}} \right)^{1-\sigma_{lm}}} \quad (23)$$

مسیر ۱. کمان A، مسیر ۲: کمانهای B و C، مسیر ۳: کمانهای B و D

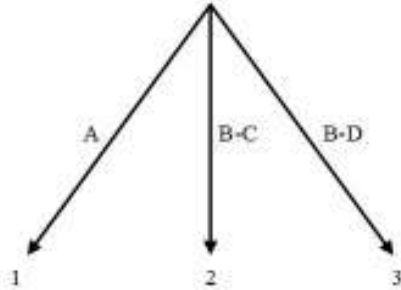


الف

$$MNP^*: P_k = \int I(\varepsilon_j - \varepsilon_k < V_k - V_j, \forall j \neq k) \phi(\varepsilon) d\varepsilon$$

$$\phi(\varepsilon) = \frac{1}{(2\pi)^{J/2} |\Omega|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2} \varepsilon' \Omega^{-1} \varepsilon}, \varepsilon' = \langle \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_J \rangle$$

لوجیت چندگانه استاندارد و اصلاح شده



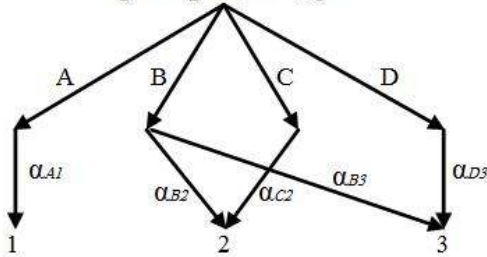
ب

$$MNL: P_k = \frac{e^{-\theta_k}}{\sum_{l=1}^3 e^{-\theta_l}}$$

$$C\text{-logit}: P_k = \frac{e^{-\theta_k - CF_k}}{\sum_{l=1}^3 e^{-\theta_l - CF_l}}, CF_k = \beta \ln \sum_{l=1}^3 \left(\frac{L_{kl}}{L_k^{1/2} L_l^{1/2}} \right)^\gamma$$

$$PS\text{-logit}: P_k^{rs} = \frac{e^{-\theta_k + \ln(S_k)}}{\sum_{l=1}^3 e^{-\theta_l + \ln(S_l)}}, S_k = \sum_{a \in \Gamma_k} \frac{l_a}{L_k} \frac{1}{\sum_{l=1}^3 \delta_{al}}$$

لوجیت آشیانه‌های متقاطع



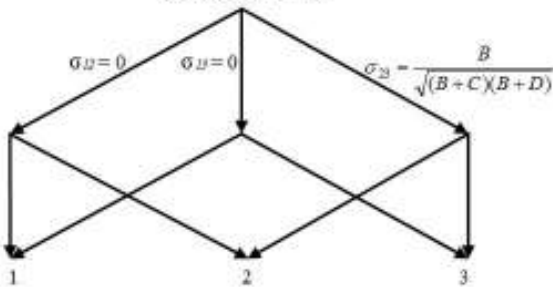
ب

$$CNL: P_k = \sum_m P(m) P(k | m)$$

$$\text{سطح بالا: } P(m) = \frac{\left(\sum_k (\alpha_{km} e^{-\theta_k})^\mu \right)^\mu}{\sum_b \left(\sum_k (\alpha_{kb} e^{-\theta_k})^\mu \right)^\mu}$$

$$\text{سطح پایین: } P(k | m) = \frac{(\alpha_{km} e^{-\theta_k})^\mu}{\sum_l (\alpha_{lm} e^{-\theta_l})^\mu}, \alpha_{km} = \frac{L_m}{L_k} \delta_{mk}$$

لوجیت ترکیبی دوتایی



ت

$$PCL: P_k = \sum_{k \neq j} P(kj) P(k | kj)$$

$$\text{سطح بالا: } P(kj) = \frac{(1 - \sigma_{kj}) \left(e^{\frac{-\theta_k}{1 - \sigma_{kj}}} + e^{\frac{-\theta_j}{1 - \sigma_{kj}}} \right)^{1 - \sigma_{kj}}}{\sum_{l=1}^2 \sum_{m=l+1}^3 (1 - \sigma_{lm}) \left(e^{\frac{-\theta_l}{1 - \sigma_{lm}}} + e^{\frac{-\theta_m}{1 - \sigma_{lm}}} \right)^{1 - \sigma_{lm}}}$$

$$\text{سطح پایین: } P(k | kj) = \frac{e^{\frac{-\theta_k}{1 - \sigma_{kj}}}}{e^{\frac{-\theta_k}{1 - \sigma_{kj}}} + e^{\frac{-\theta_j}{1 - \sigma_{kj}}}}, \sigma_{kj} = \left(\frac{L_{kj}}{L_k^{1/2} L_j^{1/2}} \right)^\gamma$$

* برای توضیح مدل پروبیت چند جمله‌ای، به مرجع (Train, 2009) مراجعه شود. برای توضیح سایر معادلات مربوط به مدل‌های لوجیت-مبنای شکل، به روابط (۶) تا (۲۴) این مقاله مراجعه شود.

شکل ۱. فرمول‌بندی و ساختار انواع مدل‌های انتخاب مسیر برای یک شبکه نمونه

۲-۵- الگوریتم حل: روش میانگین‌های متوالی (MSA)

تاکنون الگوریتم‌های مختلفی برای حل مسئله تخصیص تعادل کاربر تصادفی (SUE) پیشنهاد شده است. در ابتدا، فرمول‌بندی و روش حل کمان-مینا بیشتر استفاده می‌شد. زیرا به شمارش صریح مسیرها نیاز نداشته و می‌تواند بدون نیاز به حافظه ذخیره‌سازی زیاد، بر روی شبکه‌های بزرگ به کار رود. اما در سال‌های اخیر که مسئله کمبود حافظه نیز چندان مطرح نیست، فرمول‌بندی و الگوریتم‌های مسیر-مینا بیشتر مورد توجه قرار گرفته‌اند (Tan, Yu, & Du, 2020). این الگوریتم‌ها، به دلیل تعریف صریح مسیرها، با مدل‌های نامبرده انتخاب مسیر در این پژوهش نیز سازگار هستند. در این مطالعه، از الگوریتم معروف MSA استفاده می‌شود. این روش بر مبنای اندازه گام (α_n) ثابت در هر تکرار و در راستای جهت نزولی تابع هدف است. روش‌های مختلف دیگری نیز در ادبیات به منظور بهینه‌سازی اندازه گام پیشنهاد شده‌اند (Bekhor et al., 2007; Du, Tan, & Chen, 2021). گام‌های این الگوریتم را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد (Sheffi, 1985):

گام صفر (مقداردهی اولیه): یک بارگذاری شبکه تصادفی بر مبنای زمان سفرهای اولیه $\{t_a^0\}$ انجام دهید. جریان کمان‌ها $\{x_a^1\}$ به دست می‌آید. قرار دهید: $n=1$

گام ۱ (به‌روزرسانی): قرار دهید: $t_a^n = t_a(x_a^n), \forall a$.
گام ۲ (جهت‌یابی): یک بارگذاری شبکه تصادفی بر مبنای زمان سفرهای کنونی کمان‌ها $\{t_a^n\}$ انجام دهید. این، جریان کمان کمکی $\{y_a^n\}$ را به دست می‌دهد.

گام ۳ (حرکت): الگوی جریان جدید را به دست آورید:
$$x_a^{n+1} = x_a^n + \left(\frac{1}{n}\right)(y_a^n - x_a^n)$$

گام ۴ (معیار همگرایی): اگر همگرایی حاصل شد، توقف کنید. وگرنه، قرار دهید: $n=n+1$ و به گام ۱ بروید.

می‌توان تنظیم کرد تا الگوریتم MSA بعد از تعداد تکرار مشخص و ثابتی، متوقف شود. علاوه بر این، می‌توان یک معیار همگرایی بر اساس میزان کاهش مقدار تابع هدف یا میزان تغییر جریان کمان‌ها در تکرارهای متوالی در نظر گرفت.

۲-۶- انتروپی جریان‌های مسیری

رابطه (۴) نتیجه می‌دهد که جریان‌های مسیری f_k^{rs} می‌توانند جابه‌جا شوند بدون آنکه تغییری در جریان‌های کمائی x_a ایجاد شود. بنابراین، برای هر جواب کمائی $x = (x_a)$ که در شرایط SUE (یا DUE) صدق کند، بیشمار جواب مسیری $f = (f_k^{rs})$ وجود دارند که آن شرایط را ارضاء کنند. از بین تمام این جواب‌های مسیری، جوابی که دارای بیشترین انتروپی (بی‌نظمی) باشد دارای بیشترین احتمال وقوع نیز می‌باشد (Bar-Gera, 2010). انتروپی هر جواب مسیری f از رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود (Bar-Gera, 2010):

$$E(h) = -\sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} h_k \cdot \ln \left(\frac{h_k}{q_{rs}} \right) \quad (25)$$

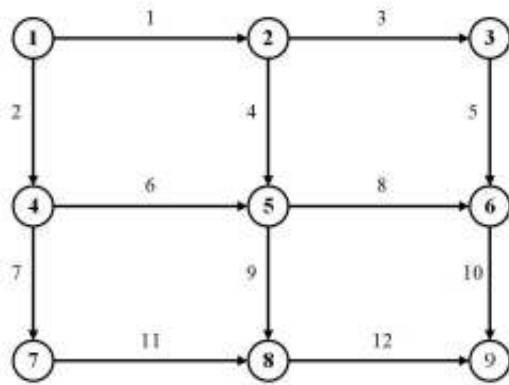
که $E(h)$ مقدار انتروپی جواب مسیری بوده و h_k جریان در مسیر k است. با استفاده از رابطه (۲۵) می‌توان مقایسه‌ای بین جواب‌های مسیری حاصل از مدل‌های قطعی و تصادفی انجام داد، به این صورت که جواب دارای انتروپی بیشتر محتمل‌تر بوده و در نتیجه ارزش بیشتری دارد.

۳- نتایج عددی و بحث

هدف از این بخش، مقایسه عملکرد مدل‌های مختلف SUE معرفی شده در بخش قبل است. در این مقایسه، اثرات ازدحام (تقاضای مبدأ-مقصد)، تصادفی بودن (پارامتر مقیاس) و همپوشانی مسیرها بر نتایج مدل‌ها، بررسی می‌شود. به علاوه، نتایج مدل‌های تصادفی از نظر جریان‌های کمائی و انتروپی جریان‌های مسیری، با مدل قطعی مقایسه می‌شوند. برای این منظور، از سه شبکه شناخته‌شده استفاده شد: یک شبکه چهارخانه ۹ گره‌ای، شبکه نیون^{۲۴} و شبکه سوفالز^{۲۵}. مدل‌های مورد استفاده در این مقاله در محیط برنامه‌نویسی شیء‌گرای پایتون^{۳۶} نوشته شده و روی رایانه‌ای با پردازشگر دو هسته‌ای ۲/۵ GHz و حافظه ۸ GB اجرا شده‌اند. تخصیص‌های مورد استفاده عبارتند از:

۱. تخصیص تعادل کاربر قطعی (مدل انتخاب کوتاه‌ترین مسیر)
۲. تخصیص تعادل کاربر تصادفی با مدل انتخاب مسیر

MNL



شکل ۲. شمایی از شبکه ۹ گره‌ای

تابع تأخیر رابطه (۲۶) برای همه کمان‌های شبکه و در تمام آزمون‌ها مورد استفاده قرار گرفت (J. N. Prashker & Bekhor, 2004):

$$c_a = c_{0a} \times \left(1 + 0.6 \left(\frac{x_a}{s_a} \right)^4 \right) \quad (26)$$

که c_a هزینه کمان a ، c_{0a} هزینه جریان آزاد روی کمان a و s_a ظرفیت کمان a است. مقدار c_{0a} و s_a پارامترهای ورودی هستند که قبل از فرآیند تخصیص تعیین می‌شوند. در این مثال، هزینه جریان آزاد برای کمان‌های ۶ و ۸ برابر با ۱ واحد و برای بقیه کمان‌ها برابر با ۲ واحد در نظر گرفته شد. ظرفیت هر کمان برابر با ۱۰۰۰ واحد، و تقاضای پایه از گره ۱ به گره ۹ نیز ۱۰۰۰ واحد فرض شد. الگوی جریان در شبکه شکل ۲ برحسب جریان در کمان، در جدول ۱ ارایه شده است. الگوی جریان در تخصیص تعادل کاربر قطعی (DUE) با روش‌های تخصیص تصادفی کاملاً متفاوت است. طبق جدول ۱، در تمام مدل‌های تصادفی و در شرایط تعادل کاربر تصادفی، همه کمان‌ها دارای جریان غیر صفر هستند. زیرا در این مدل‌ها، احتمال انتخاب تمام مسیرهای بین مبدأ و مقصد، غیر صفر است. با توجه به اینکه این مسیرها از تمام کمان‌های شبکه استفاده می‌کنند، حجم جریان تمام کمان‌ها غیر صفر است.

نتایج جدول ۱، به ازای تقاضای ثابت ۱۰۰۰ واحدی و پارامتر مقیاس ثابت ($\theta = 1$) به دست آمده است. با ثابت بودن این عوامل (ازدحام و پراکنش درک کاربران)، تفاوت بین نتایج تخصیص‌های تصادفی، تنها مربوط به اثر همپوشانی مسیرها می‌شود که در مدل MNL لحاظ نشده، اما در چهار مدل تصادفی دیگر (C-logit, PS-logit, CNL و PCL) به روش‌های مختلف اعمال می‌شود. زیرا همان‌طور که در بخش قبل به تفصیل بیان شد، احتمال انتخاب گزینه (مسیر) در چهار مدل اخیر، علاوه بر هزینه تعمیم‌یافته (در این جا زمان سفر)، به

۳. تخصیص تعادل کاربر تصادفی با مدل انتخاب مسیر C-logit
 ۴. تخصیص تعادل کاربر تصادفی با مدل انتخاب مسیر PS-logit
 ۵. تخصیص تعادل کاربر تصادفی با مدل انتخاب مسیر CNL ($\mu = 0.5$)
 ۶. تخصیص تعادل کاربر تصادفی با مدل انتخاب مسیر PCL
 برای تخصیص قطعی، الگوریتم شناخته‌شده فرانک-ولف و برای تخصیص‌های تصادفی، الگوریتم متداول MSA که در بخش ۲-۵ توضیح داده شد، به کار رفت (Sheffi, 1985). در هر تکرار از الگوریتم MSA، سهم هر مسیر (در مجموعه مسیرهای فعال بین هر مبدأ و مقصد) توسط مدل موردنظر محاسبه شده و با تخصیص تقاضای مبدأ-مقصد مطابق با این سهم‌ها، بارگذاری شبکه تصادفی انجام می‌شود. برای محاسبه احتمال انتخاب، پارامتر مقیاس در تابع مطلوبیت تمام مدل‌های انتخاب مسیر برابر با $\theta = 1$ ، ضرایب β و γ در محاسبه فاکتور اشتراک مدل C-logit (رابطه (۸)) برابر با ۱، ضریب آشیانه در مدل CNL برابر با $\mu = 0.5$ و ضریب γ در محاسبه شاخص شباهت مدل PCL (رابطه (۲۴)) برابر با ۱ فرض شدند. اثرات ازدحام بر روی نتایج مدل‌ها با تغییر مقدار تقاضای مبدأ-مقصد شبکه تحلیل می‌شود. برای بررسی اثرات تصادفی بودن به علت پراکنش درک کاربران، از تغییر مقدار پارامتر مقیاس θ استفاده می‌شود. اثر همپوشانی مسیرها نیز با مقایسه نتایج انواع مدل‌های تصادفی ارزیابی می‌شود.

۳-۱- شبکه ۹ گره‌ای

شکل ۲، یک شبکه چهارخانه ساده را، با ۹ گره و ۱۲ کمان (خیابان یک‌طرفه) نشان می‌دهد. اعداد داخل دایره‌ها شماره گره، و اعداد روی کمان‌ها، شماره کمان را نشان می‌دهند. گره‌های ۱ و ۹، تنها مبدأ-مقصد این شبکه بوده که بین مبدأ (گره ۱) و مقصد (گره ۹) شش مسیر متفاوت وجود دارد.

MNL-SUE نزدیک به نتایج دیگر مدل‌های تخصیص تعادل کاربر تصادفی است، اما در سطح کمان‌ها، مقدار حجم جریان از یک مدل به مدل دیگر تفاوت دارد. این، با نتیجه پراشکر و بکهور (J. N. Prashker & Bekhor, 2000) در مقایسه بین نتایج MNL، CNL و PCL نیز منطبق است. هم‌چنین، میزان تفاوت حجم حاصل از مدل‌های مختلف نیز، از یک کمان به کمان دیگر متفاوت است. این، ناشی از نحوه اعمال یا عدم اعمال اثر همپوشانی مسیرها در مدل‌های SUE است.

میزان همپوشانی مسیرها نیز بستگی دارد. اثر همپوشانی مسیرها، در مدل C-logit با اعمال فاکتور اشتراک و در مدل PS-logit با اعمال فاکتور اندازه مسیر در بخش قطعی تابع مطلوبیت مسیر، در نظر گرفته می‌شود. در مدل‌های CNL و PCL، اثر همپوشانی از طریق بخش تصادفی تابع مطلوبیت مسیر دیده می‌شود. برای این منظور، در مدل CNL ضریب آشیانه و ضریب تخصیص، و در مدل PCL شاخص شباهت به کار می‌رود. بنابراین، تفاوت نتایج مدل MNL با سایر مدل‌های تصادفی، نشان‌دهنده اثر همپوشانی مسیرها بر روی نتایج تخصیص است. با نگاه به نتایج جدول ۱، ملاحظه می‌شود که اگر چه الگوی کلی جریان شبکه برای مدل

جدول ۱. نتایج حجم جریان در کمان‌های شبکه ۹ گره‌ای به ازای مدل‌های مختلف

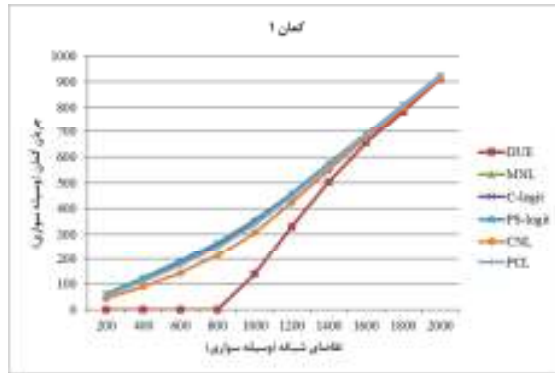
شماره کمان	حجم کمان						تعداد مسیرهای عبوری از کمان
	PCL	CNL ($\mu=0.5$)	PSL	C-logit	MNL	DUE	
۱	۳۳۷/۱۹۵	۳۰۷/۳۸۱	۳۵۵/۹۱	۳۵۱/۷۸۶	۳۴۸/۷۴۹	۱۴۰	۳
۲	۶۶۲/۸۰۵	۶۹۲/۶۱۹	۶۴۴/۰۹	۶۴۸/۲۱۴	۶۵۱/۲۵۱	۸۶۰	۳
۳	۷۴/۹۶۷	۶۸/۱۴	۱۰۶/۰۶۷	۸۷/۹۹۲	۷۳/۷۶	۰	۱
۴	۲۶۲/۲۲۷	۲۳۹/۲۴۱	۲۴۹/۸۴۲	۲۶۳/۷۹۴	۲۷۴/۹۸۹	۱۴۰	۲
۵	۷۴/۹۶۷	۶۸/۱۴	۱۰۶/۰۶۷	۸۷/۹۹۲	۷۳/۷۶	۰	۱
۶	۵۸۷/۸۳۸	۶۲۴/۴۷۹	۵۳۸/۰۲۳	۵۶۰/۲۲۲	۵۷۷/۴۹۱	۸۶۰	۲
۷	۷۴/۹۶۷	۶۸/۱۴	۱۰۶/۰۶۷	۸۷/۹۹۲	۷۳/۷۶	۰	۱
۸	۵۸۷/۸۳۸	۶۲۴/۴۷۹	۵۳۸/۰۲۳	۵۶۰/۲۲۲	۵۷۷/۴۹۱	۸۶۰	۲
۹	۲۶۲/۲۲۷	۲۳۹/۲۴۱	۲۴۹/۸۴۲	۲۶۳/۷۹۴	۲۷۴/۹۸۹	۱۴۰	۲
۱۰	۵۸۷/۸۳۸	۶۲۴/۴۷۹	۵۳۸/۰۲۳	۵۶۰/۲۲۲	۵۷۷/۴۹۱	۸۶۰	۳
۱۱	۷۴/۹۶۷	۶۸/۱۴	۱۰۶/۰۶۷	۸۷/۹۹۲	۷۳/۷۶	۰	۱
۱۲	۳۳۷/۱۹۵	۳۰۷/۳۸۱	۳۵۵/۹۱	۳۵۱/۷۸۶	۳۴۸/۷۴۹	۱۴۰	۳

شکل‌های ۳- الف تا ۳- ت ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که در بیشتر کمان‌ها و در سطح ازدحام کم تا متوسط، نتایج تخصیص تعادل کاربر قطعی تفاوت چشمگیری با انواع تخصیص‌های تعادل کاربر تصادفی دارد. اما در سطح ازدحام بالا، نتایج تخصیص‌های قطعی و تصادفی به یکدیگر نزدیک می‌شوند. این، به این دلیل است که با افزایش تقاضا، تخصیص

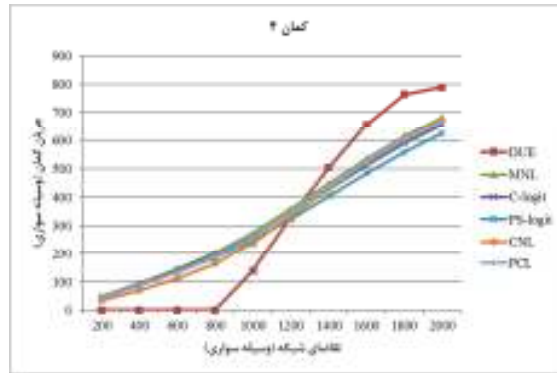
با تغییر مقدار تقاضا از مبدأ (گره ۱) به مقصد (گره ۹)، می‌توان اثر ازدحام را بر روی نتایج مدل‌ها بررسی کرد. برای این منظور، مقادیر مختلف تقاضا از ۲۰۰ تا ۲۰۰۰ واحد (وسیله سواری)، توسط هر یک از مدل‌ها به شبکه شکل ۲ تخصیص داده شد. نتایج حجم برخی کمان‌های نمونه شبکه که سایر کمان‌ها نیز الگوی تغییرات حجمشان مشابه آن‌ها است، در

حقانی و همکاران (Haghani et al., 2014) در بررسی بین DUE و PCL-SUE نیز هماهنگ است.

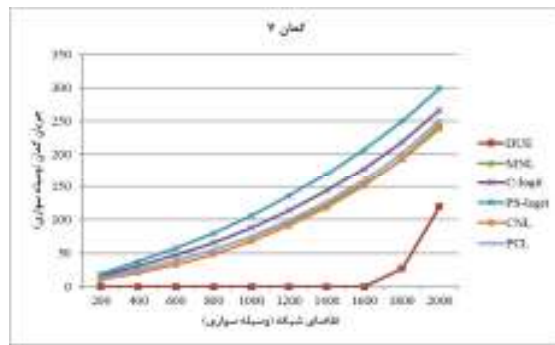
قطعی از مسیرهای بیشتری بین مبدأ و مقصد استفاده می‌کند. البته در برخی از کمان‌ها نتایج این دو نوع تخصیص در سطوح بالای ازدحام نیز با یکدیگر تفاوت‌هایی دارند. این، با نتیجه



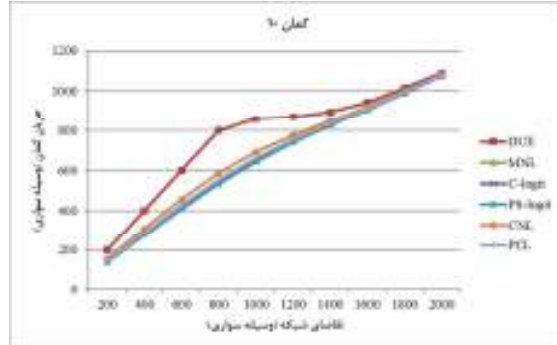
الف



ب



پ

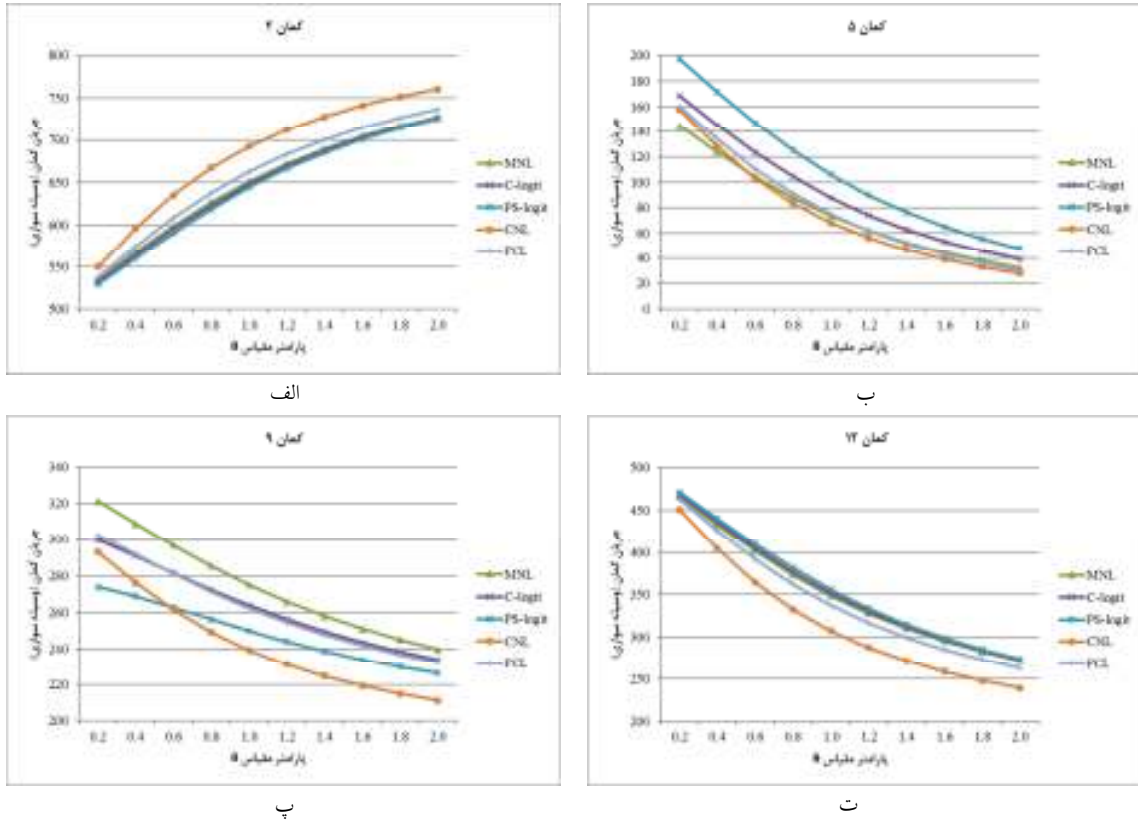


ت

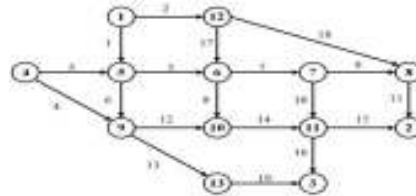
شکل ۳. نتایج حجم جریان در برخی کمان‌های شبکه ۹ گره‌ای به ازای مقادیر مختلف تقاضای شبکه

پراشکر و بکهور (J. N. Prashker & Bekhor, 2000) نیز منطبق است. به عنوان مثال، در شبکه مورد بررسی، سه مسیر از شش مسیر بین مبدأ-مقصد از کمان ۲ استفاده می‌کنند. بنابراین، با کاهش θ به سمت صفر، حجم این کمان به حدود ۵۰۰ واحد (نیمی از کل تقاضا) نزدیک می‌شود (شکل ۴-الف). هم‌چنین، اختلاف بین نتایج مدل‌های مختلف، بسته به کمان انتخابی، در بعضی کمتر و در بعضی بیشتر و معنی‌دارتر است. در مجموع، ملاحظه می‌شود که پارامتر مقیاس θ اثر قابل توجهی بر روی نتایج تخصیص‌های SUE داشته و کالیبره کردن آن بر اساس شرایط واقعی، اهمیت زیادی دارد. این، با نتایج حقانی و همکاران (Haghani et al., 2014) نیز هماهنگ است.

با تغییر پارامتر مقیاس θ ، می‌توان اثرات تصادفی بودن ناشی از پراکنش در درک مسافران از هزینه (زمان) سفر را ارزیابی کرد. مقادیر مختلف θ از ۰/۲ تا ۲، در تابع مطلوبیت هر یک از مدل‌های SUE اعمال شد. نتایج حجم برخی کمان‌های شبکه، به ازای تقاضای ثابت ۱۰۰۰ واحد (وسیله سواری)، در شکل‌های ۴-الف تا ۴-ت ارائه شده است. همان‌گونه که قبلاً ذکر شد، پارامتر θ به طور معکوس با پراکنش درک مسافران رابطه دارد. بنابراین، وقتی θ افزایش می‌یابد، پراکنش میان رانندگان کم شده و تقاضا بیشتر به سمت کوتاه‌ترین مسیر تمایل پیدا می‌کند. به این ترتیب، نتایج تخصیص با مدل‌های SUE به نتایج تخصیص DUE (جدول ۱) نزدیک می‌شوند. اما با کاهش θ به سمت صفر، پراکنش به حدی زیاد می‌شود که تقاضا، صرف‌نظر از هزینه مسیرها، به طور مساوی میان آن‌ها توزیع می‌شود. این، با نتایج



شکل ۴. نتایج حجم جریان در برخی کمان‌های شبکه ۹ گره‌ای به ازای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس θ



شکل ۵. شمایی از شبکه نیوین

۳-۲- شبکه نیوین

شبکه نیوین با ۱۳ گره، ۱۹ کمان و چهار زوج مبدأ- مقصد، در شکل ۵ نمایش داده شده است. گره‌های ۱ و ۴ مبدا و سفرها، و گره‌های ۲ و ۳ مقاصد سفرها در این شبکه هستند. تابع تأخیر کمان‌ها خطی بوده و مطابق با رابطه (۲۷) است:

$$t_a(x_a) = \alpha_a + \beta_a x_a \quad \forall a \in A \quad (27)$$

که A مجموعه کمان‌های شبکه، x_a و t_a به ترتیب زمان سفر و حجم کمان a و α_a و β_a پارامترهای ثابتی هستند که در مطالعه نیوین (Nguyen & Dupuis, 1984) ارایه شده و در این مطالعه نیز از همان مقادیر استفاده شده است. هم‌چنین، میزان تقاضای مبدأ- مقصد بین زوج مبدأ- مقصد‌های (۱ و ۲)، (۱ و ۳)، (۲ و ۳) و (۴ و ۳) به ترتیب برابر با ۶۰۰، ۸۰۰ و ۲۰۰ واحد (وسیله سواری) در نظر گرفته شده است.

به ازای میزان تقاضای ذکرشده و پارامتر مقیاس ثابت $(\theta=1)$ ، الگوی جریان کمان‌های شبکه شکل ۵، در جدول ۲ نمایش داده شده است. الگوی کلی جریان در روش DUE و روش‌های SUE به هم نزدیک است، اما در سطح کمان‌ها، تفاوت‌هایی در مقدار حجم هر کمان بین روش‌های مختلف وجود دارد. این تفاوت، در بعضی موارد کمتر و در بعضی موارد بیشتر است که در ستون آخر جدول ۲ ارایه شده است. اعداد این ستون نشان‌دهنده اختلاف حجم به دست آمده از روش DUE با میانگین حجم به دست آمده از روش‌های مختلف SUE، نسبت به حجم DUE، برحسب درصد است. در این میان، کمان‌های شماره ۳، ۸، ۹ و ۱۷ اختلاف نسبتاً قابل توجهی را نشان می‌دهند.

جدول ۲. نتایج حجم جریان در کمان‌های شبکه نیوین به ازای مدل‌های مختلف

شماره کمان	حجم کمان						اختلاف نسبی نتایج DUE (%)	تعداد مسیرهای عبوری از کمان	با میانگین مدل‌های SUE (%)
	PCL	CNL ($\mu=0.5$)	PSL	C-logit	MNL	DUE			
۱	۶۷۷/۶۱۸	۶۸۳/۹۹۸	۶۷۶/۱۸۱	۶۷۵/۴۹۹	۶۷۶/۶۵۴	۷۰۶	۸	۳/۹۷	
۲	۵۲۲/۳۸۲	۵۱۶/۰۰۲	۵۲۳/۸۱۹	۵۲۴/۵۰۱	۵۲۳/۳۴۶	۴۹۴	۶	۵/۶۷	
۳	۱۳۴/۵۰۷	۱۳۱/۱۱۲	۱۴۵/۱۲۹	۱۴۲/۶۰۴	۱۴۳/۰۶۹	۱۰۲	۸	۳۶/۵۵	
۴	۶۶۵/۴۹۳	۶۶۸/۸۸۸	۶۵۴/۸۷۱	۶۵۷/۳۹۶	۶۵۶/۹۳۱	۶۹۸	۳	۵/۳۴	
۵	۴۴۹/۴۱۸	۴۵۴/۶۵۰	۴۵۰/۴۹۶	۴۵۰/۹۰۱	۴۶۱/۱۴۹	۴۴۰	۱۰	۳/۰۳	
۶	۳۶۲/۷۰۸	۳۶۰/۴۶۰	۳۷۰/۸۱۴	۳۶۷/۲۰۳	۳۵۸/۵۷۴	۳۶۸	۶	۱/۱۰	
۷	۳۶۶/۷۱۳	۳۶۵/۴۲۵	۳۶۵/۶۸۷	۳۶۵/۲۳۹	۳۶۵/۴۰۸	۳۵۶	۹	۲/۷۲	
۸	۲۰۹/۵۳۰	۲۰۹/۴۸۶	۲۱۲/۹۰۳	۲۱۴/۶۱۰	۲۲۴/۱۵۷	۱۸۲	۶	۱۷/۶۶	
۹	۱۱۹/۳۵۷	۱۱۹/۱۷۶	۱۱۶/۹۵۲	۱۱۵/۸۲۶	۱۱۳/۱۲۸	۱۰۴	۳	۱۲/۳۹	
۱۰	۲۴۷/۳۵۶	۲۴۶/۲۴۹	۲۴۸/۷۳۵	۲۴۹/۴۱۳	۲۵۲/۲۸۰	۲۵۲	۶	۱/۲۷	
۱۱	۵۱۴/۹۱۳	۵۱۴/۹۱۷	۵۱۲/۶۷۷	۵۱۱/۳۷۹	۵۰۸/۰۵۷	۵۰۰	۴	۲/۴۸	
۱۲	۴۶۹/۳۷۸	۴۷۳/۰۸۸	۴۶۳/۷۱۸	۴۶۴/۸۵۷	۴۶۵/۵۱۶	۴۹۸	۶	۶/۱۶	
۱۳	۵۵۸/۸۲۲	۵۵۶/۲۶۰	۵۶۱/۹۶۸	۵۵۹/۷۴۲	۵۴۹/۹۸۹	۵۶۸	۳	۱/۸۷	
۱۴	۶۷۸/۹۰۸	۶۸۲/۵۷۴	۶۷۶/۶۲۰	۶۷۹/۴۶۶	۶۸۹/۶۷۴	۶۸۰	۱۲	۰/۲۱	
۱۵	۴۸۵/۰۸۷	۴۸۵/۰۸۳	۴۸۷/۳۲۳	۴۸۸/۶۲۱	۴۹۱/۹۴۳	۵۰۰	۹	۲/۴۸	
۱۶	۴۴۱/۱۷۸	۴۴۳/۷۴۰	۴۳۸/۰۳۲	۴۴۰/۲۵۸	۴۵۰/۰۱۱	۴۳۲	۹	۲/۴۶	
۱۷	۱۲۶/۸۲۵	۱۲۰/۲۶۱	۱۲۸/۰۹۴	۱۲۸/۹۴۸	۱۲۸/۴۱۶	۹۸	۵	۲۹/۰۹	
۱۸	۳۹۵/۵۵۷	۳۹۵/۷۴۱	۳۹۵/۷۲۵	۳۹۵/۵۵۳	۳۹۴/۹۳۰	۳۹۶	۱	۰/۱۳	
۱۹	۵۵۸/۸۲۲	۵۵۶/۲۶۰	۵۶۱/۹۶۸	۵۵۹/۷۴۲	۵۴۹/۹۸۹	۵۶۸	۳	۱/۸۷	

تقاضای پایه شبکه ثابت در نظر گرفته شد و با پارامترهای مقیاس ۰/۲، ۰/۴، ... و ۲/۰ به شبکه تخصیص داده شد. مدل MNL-SUE به عنوان تخصیص پایه انتخاب شد و تفاوت نتایج تخصیص‌های تعادل کاربر تصادفی C-logit، PS-، logit و CNL، توسط معیار مجذور میانگین مربعات خطا^{۲۸} (RMSE) کمی شد. مقادیر RMSE بر مبنای نتایج

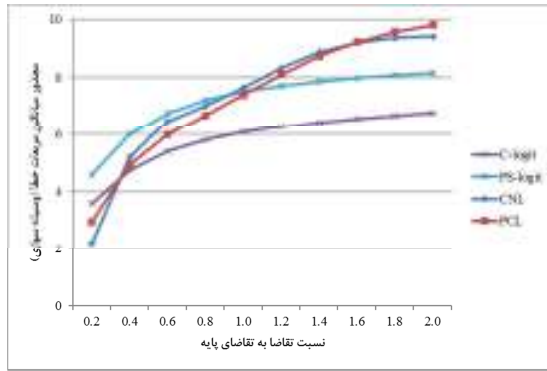
شکل‌های ۶- الف و ۶- ب، تأثیر سطوح مختلف تقاضا و مقادیر مختلف پارامتر مقیاس را بر تفاوت نتایج مدل‌های SUE نشان می‌دهند. برای بررسی تأثیر تقاضا (شکل ۶- الف)، پارامتر مقیاس $\theta = 1$ در نظر گرفته شد و تقاضای پایه شبکه در ضرایب ۰/۲، ۰/۴، ... و ۲/۰ ضرب شده و به شبکه تخصیص داده شد. برای بررسی تأثیر پارامتر مقیاس (شکل ۶- ب)،

حجم کمان و با استفاده از رابطه (۲۸)، محاسبه شده است (X. Xu et al., 2012):

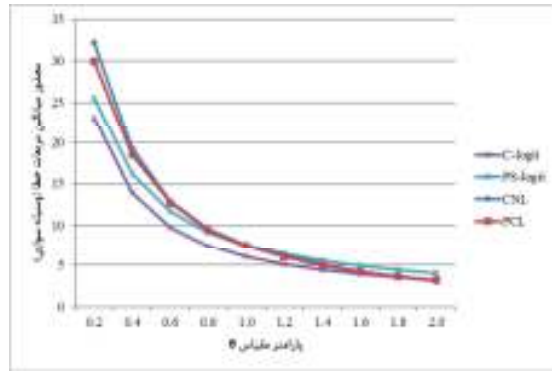
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{|A|} \sum_{a \in A} (x_a - x_a^{MNL})^2} \quad (28)$$

که A مجموعه کمان‌های شبکه، x_a^{MNL} حجم کمان a ناشی از تخصیص SUE-MNL و x_a حجم کمان a است که از هر یک از چهار تخصیص دیگر SUE به دست می‌آید.

شکل ۶- الف نشان می‌دهد که با افزایش تقاضا، مقدار RMSE تمامی مدل‌ها بالا می‌رود. به عبارتی، فاصله نتایج تخصیص تعادل کاربر تصادفی MNL از چهار روش دیگر، افزایش می‌یابد. این، به این دلیل است که جریان کمان‌ها از جریان مسیره‌ها و آن نیز از حاصلضرب تقاضای مبدأ- مقصد در احتمال انتخاب مسیر به دست می‌آید (روابط (۳) و (۴)).



الف



ب

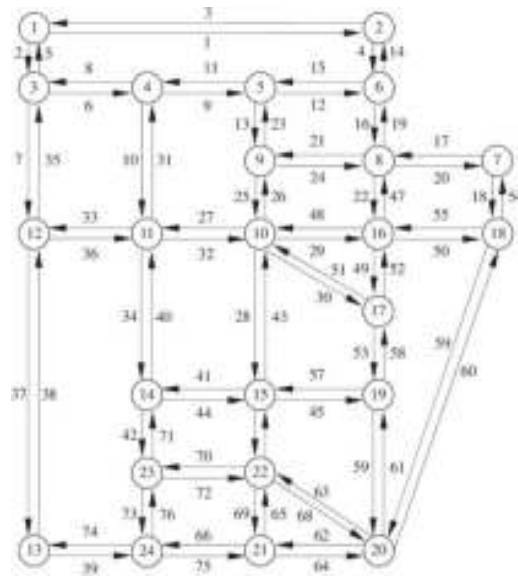
شکل ۶. تأثیر سطوح تقاضا و پارامتر مقیاس بر روی جریان‌های کمانی تخصیص‌های SUE در شبکه نیوین

مثال قبل نیز بیان شد، افزایش این پارامتر به معنی کاهش پراکنش درک کاربران بوده که موجب می‌شود تقاضا، بیشتر بر روی کوتاه‌ترین مسیر متمرکز شود.

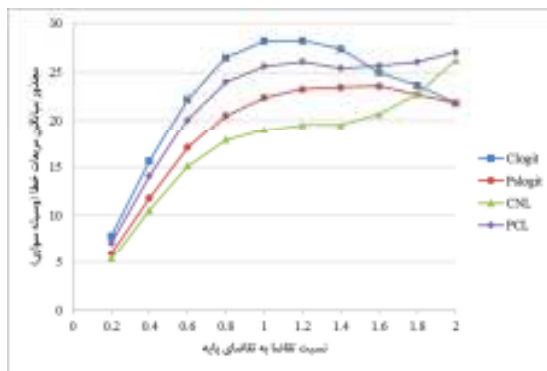
شکل ۶- ب نیز نشان می‌دهد که با افزایش پارامتر مقیاس θ ، مقدار RMSE تمامی مدل‌ها کاهش یافته و به یکدیگر نزدیک می‌شود. به عبارتی، هر چه θ بیشتر شود، احجام تولیدی مدل‌های SUE به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند. همان‌طور که در شکل ۶- الف نشان می‌دهد که با افزایش پارامتر مقیاس θ ، مقدار RMSE تمام مدل‌ها کاهش یافته و به یکدیگر نزدیک می‌شود. به عبارتی، هر چه θ بیشتر شود، احجام تولیدی مدل‌های SUE به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند. همان‌طور که در

۳-۳- شبکه سوفالز

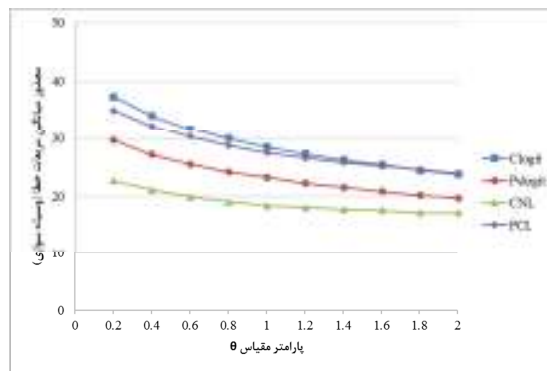
شبکه شکل ۷ موسوم به سوفالز، شامل ۲۴ گره، ۷۶ کمان و ۵۵۰ زوج مبدأ- مقصد با تقاضای مثبت است. با توجه به اینکه در مثال‌های قبلی به مقایسه روش‌های مختلف بر مبنای جریان‌های کمانی پرداخته شد، در این مثال، بر مقایسه مدل‌های قطعی و تصادفی بر مبنای جریان‌های مسیری تأکید شده است. با این حال، به منظور تکمیل نتایج مثال قبلی، نمودار تغییرات RMSE در انواع تخصیص‌های SUE نسبت به تخصیص SUE-MNL، بر اساس تغییرات تقاضا و پارامتر مقیاس، در شکل ۸ نشان داده شده است.



شکل ۷. شمایی از شبکه سوفالز



الف



ب

شکل ۸. تأثیر سطوح تقاضا و پارامتر مقیاس بر روی جریان‌های کم‌انرژی تخصیص‌های SUE در شبکه سوفالز

تصادفی با افزایش قابل توجه به ۵ برابر حالت قطعی رسیده است. این نتیجه نشان می‌دهد که احتمال وقوع جواب‌های تخصیص‌های تصادفی، فارغ از نوع آن‌ها، به مراتب بیشتر از جواب‌های تخصیص قطعی است. جدول ۳، همچنین، مقدار کل زمان سفر کاربران در شبکه (جمع حاصل ضرب زمان سفر در جریان کمان‌ها) و مقدار تابع هدف بکمن^{۲۹} (جمع مساحت زیر نمودار زمان سفر- حجم کمان‌ها (Sheffi, 1985)) را برای مدل‌های مختلف نشان می‌دهد. افزایش کل زمان سفر و تابع بکمن در حالت تصادفی نسبت به حالت قطعی، نتیجه طبیعی تفاوت در تعاریف DUE و SUE است. زمان اجرای

مشابه نتایج شبکه نیوین (شکل ۶)، مقدار RMSE مدل‌های تصادفی با افزایش پارامتر مقیاس θ کاهش یافته و با افزایش تقاضا افزایش می‌یابند. به عبارتی، جریان کمان‌ها در مدل‌های مختلف تصادفی، با افزایش پارامتر مقیاس به مدل MNL نزدیک می‌شوند، در حالی که با افزایش تقاضا از مدل MNL فاصله می‌گیرند. سایر نتایج اجرای مدل‌های قطعی و تصادفی روی شبکه سوفالز، در جدول ۳ ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود تعداد مسیرهای فعال در حالت تصادفی حدود ۲۰ تا ۲۵ درصد نسبت به حالت قطعی افزایش یافته است. اما در ازای این افزایش، انتروپی جواب‌های

مسئله تخصیص تعادل کاربر تصادفی (SUE) به کار رفته‌اند. برای این منظور، از تفاوت نتایج روش‌های تصادفی با خروجی تخصیص تعادل کاربر قطعی (DUE) نیز استفاده شد. به غیر از مدل انتخاب مسیر اولیه در ادبیات تخصیص تصادفی یعنی لوجیت استاندارد، چهار مدل مطرح دیگر در این مطالعه بررسی شد. این مدل‌ها ضمن اینکه تا اندازه‌ای بر نقص نظری مدل MNL در مسئله انتخاب مسیر (در نظر نگرفتن همپوشانی مسیرها) غلبه می‌کنند، ویژگی مدل MNL یعنی فرم بسته محاسباتی را نیز حفظ کرده و ساختار تحلیلی نسبتاً ساده‌ای برای محاسبه احتمال انتخاب گزینه‌ها ارائه می‌دهند.

مدل‌های تصادفی نیز بیشتر از مدل قطعی است. مدل MNL که محاسبات مربوط به همپوشانی مسیرها را ندارد، زمان اجرای کمتری نسبت به دیگر روش‌های تصادفی دارد. همچنین، مدل‌های تصادفی که روابط پیچیده‌تری در محاسبات مربوط به همپوشانی مسیرها دارند، زمان بیشتری نیز برای حل آن‌ها صرف می‌شود.

۴- نتیجه‌گیری

هدف از این مقاله، ارزیابی مقایسه‌ای جامع بین مهم‌ترین مدل‌های انتخاب مسیر از نوع لوجیت است که تاکنون در حل

جدول ۳. نتایج اجرای الگوریتم‌های مختلف برای شبکه سوفالز در ساعت اوج

شاخص	مدل					
	PCL	CNL ($\mu=0.5$)	PSL	C-logit	MNL	DUE
تعداد مسیرهای فعال	۱۷۲۵	۱۷۲۷	۱۷۶۸	۱۷۳۰	۱۷۲۶	۱۳۹۳
انتروپی	۲۹۹/۷۷۰	۳۰۳/۴۷۶	۳۰۷/۸۶۰	۲۹۸/۲۵۲	۲۹۹/۲۶۸	۵۹/۸۴۳
کل زمان سفر کاربران (هزار وسیله-ساعت)	۱۳/۲۱۰	۱۳/۱۶۲	۱۳/۷۰۴	۱۳/۶۴۹	۱۳/۷۸۵	۷/۴۷۳
مقدار تابع بکمن (هزار وسیله-ساعت)	۵/۹۹۶	۶/۰۴۶	۶/۱۹۱	۶/۰۳۹	۵/۹۹۶	۴/۲۳۱
زمان اجرای الگوریتم (ثانیه)	۱/۶۶۲	۱/۹۸۹	۱/۸۰۳	۱/۱۵۹	۰/۸۶۹	۰/۷۹۷

دیدن تأثیر همبستگی گزینه‌ها (همپوشانی مسیرها) را اعمال کند. هر یک از این مدل‌ها، پارامترها و ضرایبی دارند که یا با استفاده از توپولوژی شبکه محاسبه می‌شوند و یا باید با توجه به شرایط واقعی کالیبره شوند. در غیر اینصورت، معمولاً با فرض یک مقدار ثابت برای آن‌ها، محاسبات مدل انجام می‌شود. عملکرد این مدل‌ها در شرایط مختلف، بر روی یک شبکه ساده ۹ گره‌ای، شبکه نیوین و شبکه سوفالز آزموده شد. در این آزمون‌ها، تأثیر سطح ازدحام (تقاضای مبدأ-مقصد)، میزان پراکنش درک کاربران (پارامتر مقیاس θ) و نحوه اعمال همپوشانی مسیرها (نوع مدل انتخاب مسیر) تحلیل شد. همچنین از شاخص انتروپی، برای مقایسه جواب‌های مسیری

چهار مدل مورد بررسی در کنار مدل MNL، عبارتند از: مدل‌های C-logit و PS-logit از خانواده مدل‌های MNL اصلاح شده، و مدل‌های لوجیت آشیانه‌ای متقاطع (CNL) و لوجیت ترکیبی دوتایی (PCL) از خانواده مدل‌های مقدارحدی تعمیم‌یافته (GEV). دسته اول، با اضافه یا کم کردن یک فاکتور در مطلوبیت قطعی یا سیستماتیک گزینه‌ها (مسیرها)، تأثیر همپوشانی مسیرها را بر احتمال انتخاب آن‌ها اعمال می‌کنند. اما دسته دوم، از طریق مطلوبیت تصادفی گزینه‌ها (عبارت خطا) و در نظر گرفتن ساختار سلسله‌مراتبی، فرض استقلال گزینه‌ها در لوجیت چندگانه را به طور نسبی آزاد کرده و به محقق اجازه می‌دهند ساختار کواریانس موردنظر برای

در پژوهش های آینده و به منظور تکمیل یا تصحیح نتایج به دست آمده، کاربرد مدل های مطالعه شده بر روی شبکه های با ابعاد و داده های واقعی، مورد نیاز خواهد بود. همان طور که ذکر شد، پارامترهای مهمی چون ازدحام و پراکنش درک کاربران می توانند بر نتایج روش های تخصیص بررسی شده در این پژوهش تأثیر بگذارند. از این رو، نیاز بود تا با حل مثال هایی نحوه تأثیر شرایط مختلف ناشی از تغییرات این پارامترها بر نتایج انواع روش های تصادفی و تفاوت آن ها با یکدیگر، بررسی شود. با توجه به اینکه این ارزیابی جامع بر روی روش های موجود انجام نشده بود، تلاش این مقاله صرف این هدف شد. از طرف دیگر، این که در هر یک از شرایط (ناشی از سطح ازدحام یا میزان پراکنش درک کاربران)، کدام مدل بهتر عمل می کند همچنان مورد سؤال است. باید توجه داشت که اختلاف روش های تصادفی، مربوط به نحوه اعمال اثر همپوشانی مسیرها در انتخاب مسیر است و این نیز با ساختار و پیکرندی شبکه ارتباط تنگاتنگی دارد. به این صورت که ممکن است روش برتر تخصیص تصادفی، از یک شبکه به شبکه دیگر متفاوت باشد. بنابراین، به منظور انتخاب روش (های) برتر تخصیص تعادل کاربر تصادفی تحت شرایط گوناگون، باید شبکه های متنوعی براساس داده های واقعی بررسی شوند تا بتوان پیشنهادات عمومی در جهت انتخاب مناسب ترین روش در هر یک از شرایط ارائه داد.

ملاحظه شد که پارامتر θ تأثیر قابل توجهی بر روی نتایج مدل های SUE دارد. جهت انطباق بیشتر با واقعیت، نیاز است که این پارامتر با توجه به شرایط واقعی، کالیبره شود. اما در بسیاری از مطالعات، به علت نبود داده مناسب، مقدار مشخصی برای این پارامتر فرض می شود. هم چنین، در این پژوهش، اثرات ازدحام و پراکنش درک کاربران به صورت مجزا و با ثابت نگه داشتن دیگری تحلیل شد. برای ارزیابی اثر توأمان این پارامترها در کنار اثر همپوشانی مسیرها، باید نتایج انواع روش های تخصیص تصادفی، در ترکیبات مختلف سطح ازدحام و پراکنش درک کاربران بررسی و مشخص شود که در هر ترکیب از پارامتر مقیاس و تقاضا، اثر کدامیک بر دیگری غلبه دارد. به علاوه، در مقدمه اشاره شد که مدل لجیت چندگانه، علاوه بر فرض استقلال گزینه ها، فرض محدودکننده پراکنش درک یکسان را نیز اعمال می کند. در سال های اخیر، مدل های ویبیت^۳ برای آزاد کردن این فرض توسعه پیدا کرده اند که به جای پراکنش یکسان، پراکنش درک ویژه گزینه ها را ممکن می سازند (Ryu, Li, Chen, Kitthamkesorn, & Xu, 2019; Wang, Qi, & Chen, 2018). مقایسه انواع این مدل ها که بر مبنای مدل هایی چون PS-logit و PCL توسعه یافته اند، می تواند موضوع مطالعات آتی باشد.

مدل های تصادفی و قطعی استفاده شد. مهم ترین نتایج به دست آمده، به طور خلاصه به صورت زیر است:

- به ازای مقدار ثابت پارامتر مقیاس، با افزایش ازدحام شبکه، الگوی جریان کمان در مدل های SUE به مدل DUE نزدیک می شود. اما در سطح ازدحام کم تا متوسط، الگوی جریان آن ها می تواند کاملاً متفاوت باشد. در سطح ازدحام بالا نیز، هر چند الگوی جریان کلی SUE و DUE شباهت زیادی دارند، اما در برخی کمان ها اختلاف معنی داری بین آن ها وجود دارد.

- با افزایش تقاضای مبدأ-مقصد و ازدحام در سطح شبکه، اختلاف جریان کمان مدل های SUE که مسئله همپوشانی مسیرها را در نظر می گیرند (C-logit, PS-logit, CNL) و PCL با جریان های مدل MNL-SUE افزایش می یابد.

- هرچه پارامتر مقیاس θ کاهش یابد (پراکنش درک کاربران از هزینه (زمان) سفر در سطح شبکه افزایش یابد)، تفاوت جریان کمان مدل های SUE که همپوشانی مسیرها را اعمال می کنند با مدل SUE-MNL بیشتر می شود. از سوی دیگر، با افزایش θ و کاهش پراکنش، کاربران بیشتر به کوتاه ترین مسیر متمایل می شوند. در نتیجه، اختلاف نتایج مدل های SUE با یکدیگر کم تر شده و نیز به نتایج تخصیص تعادل کاربر قطعی (DUE) نزدیک می شوند.

- اتروپی جواب های مسیری در تخصیص های تصادفی نسبت به تخصیص قطعی به میزان ۵ برابر افزایش یافت، که نشان می دهد مدل های تصادفی جواب هایی به مراتب محتمل تر تولید می کنند.

با توجه به اینکه فرض اساسی در تمام روش های تصادفی یکسان است (کمینه کردن زمان سفر درک شده از سوی هر کاربر)، این روش ها تفاوت ماهوی با یکدیگر نداشته و همان طور که در خروجی ها ملاحظه شد، الگوی کلی جریان در مدل های SUE به یکدیگر نزدیک است. اما در سطح خرد، تفاوت بین مدل ها در برخی کمان ها، بسته به هزینه کمان و میزان همپوشانی آن با مسیرهای مختلف، می تواند معنی دار باشد. در انتخاب بین روش های مختلف تخصیص SUE، اگر تنها شاخص های کلان شبکه مانند الگوی کلی جریان مدنظر پژوهشگر باشد، می تواند از تخصیص تصادفی ساده تری مانند MNL استفاده کند. اما اگر جریان در هر یک از کمان های شبکه مورد نظر است، به خصوص در شبکه های با ازدحام زیاد یا پراکنش درک بالا (پارامتر مقیاس کم) که اختلاف مدل های SUE که اثر همپوشانی مسیرها را می بینند از مدل SUE-MNL افزایش می یابد، بهتر است روش مناسب را از بین انواع تخصیص های تصادفی انتخاب کرده تا از خطای مدل MNL اجتناب شود. برای این منظور، نیاز به داده های واقعی از شبکه خاص مورد ارزیابی وجود دارد.

-Bashirinia, M., & Mamdoohi, A. R., (2019), "Comparative Analysis of Deterministic and Stochastic Traffic Assignment Methods for Estimating the Actual Traffic Volume Case Study: Qazvin City", *Modares Civil Engineering journal*, 19(2), (in Persian), pp.27-39

-Bekhor, S., Reznikova, L., & Toledo, T., (2007), "Application of cross-nested logit route choice model in stochastic user equilibrium traffic assignment", *Transportation research record*, 2003(1), pp.41-49.

-Bekhor, S., Toledo, T., & Reznikova, L., (2009), "A pathbased algorithm for the cross nested logit stochastic user equilibrium traffic assignment", *Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 24(1), pp.15-25.

-Ben-Akiva, M., & Bierlaire, M., (1999), "Discrete choice methods and their applications to short term travel decisions", In *Handbook of transportation science*, Springer, pp. 5-33.

-Cascetta, E., Nuzzolo, A., Russo, F., & Vitetta, A., (1996), "A modified logit route choice model overcoming path overlapping problems. Specification and some calibration results for interurban networks", Paper presented at the Transportation and Traffic Theory. Proceedings of The 13th International Symposium On Transportation And Traffic Theory, Lyon, France.

-Cascetta, E., Russo, F., & Vitetta, A., (1997), "Stochastic user equilibrium assignment with explicit path enumeration: comparison of models and algorithms", *IFAC Proceedings Volumes*, 30(8), pp.1031-1037.

-Castaldi, C., Delle Site, P., & Filippi, F. (2019), "Stochastic user equilibrium in the presence of state dependence", *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 8(5), pp.535-559.

-Chen, A., Kasikitwiwat, P., & Ji, Z., (2003), "Solving the overlapping problem in route choice with paired combinatorial logit model", *Transportation research record*, 1857(1), pp.65-73.

-Chen, A., Pravinongvuth, S., Xu, X., Ryu, S., & Chootinan, P., (2012), "Examining the scaling effect and overlapping problem in logit-based stochastic user equilibrium models", *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 46(8), pp.1343-1358.

-Chu, C., (1989), "A paired combinatorial logit model for travel demand analysis", Paper

در مدل‌های SUE که به مسئله همپوشانی می‌پردازند، فاکتور یا شاخصی اضافی نیز محاسبه می‌شود که بعضی از آن‌ها، پارامترهایی دارند که باید کالیبره شوند یا مقداری برای آن‌ها فرض شود. تأثیر مقادیر مختلف این پارامترها بر نتایج تخصیص نیز به بررسی بیشتری نیاز دارد. هم‌چنین، میزان اهمیت اندازه مجموعه انتخاب مسیرهای بین مبدأ- مقصد، به مطالعه‌ای جداگانه نیاز دارد. به علاوه، در شبکه‌های واقعی و به منظور کاهش هزینه محاسبات، الگوریتم‌های ایجاد مسیر و بهینه‌سازی اندازه گام نیز مطرح است. در مطالعات آتی، بررسی تأثیر انواع الگوریتم‌های ایجاد مسیر و بهینه‌سازی اندازه گام بر روی نتایج و هزینه محاسبات نیز حایز اهمیت خواهد بود.

۵- پی‌نوشت‌ها

1. Perceived travel time
2. Network loading
3. Deterministic User equilibrium (DUE)
4. Stochastic user equilibrium (SUE)
5. Independently and identically distributed (IID)
6. Multinomial logit (MNL)
7. Path-size logit
8. Generalized extreme value
9. Cross nested logit
10. Paired combinatorial logit
11. Discrete choice
12. Entropy
13. Gumbel
14. Scaling parameter
15. Commonality factor
16. Specifications
17. Path size
18. Nesting coefficient
19. Allocation coefficient
20. Nested logit
21. Winnipeg
22. Similarity index
23. Multinomial probit (MNP)
24. Nguyen
25. Sioux Falls
26. Python
27. Free-flow cost
28. Root mean square error
29. Beckmann
30. Weibit

۶- مراجع

-Bar-Gera, H. (2010), "Traffic assignment by paired alternative segments", *Transportation Research Part B: Methodological*, 44(8-9), pp.1022-1046.

- International Journal of Civil Engineering", 17(7), pp.1107-1113.
- Ryu, S., Chen, A., Xu, X., & Choi, K., (2014), "Modeling demand elasticity and route overlapping in stochastic user equilibrium through paired combinatorial logit model", *Transportation Research Record*, 2429(1), pp.8-19.
- Ryu, S., Li, G., Chen, A., Kitthamkesorn, S., & Xu, X., (2019), "Stochastic User Equilibrium with Paired Combinatorial Weibit Route Choice Model".
- Sheffi, Y., (1985), "Urban transportation networks, Vol. 6, Prentice-Hall", Englewood Cliffs, NJ.
- Tan, H., Yu, C.-b., & Du, M., (2020), "A multiple-path gradient projection method for solving the logit-based stochastic user equilibrium model", *Journal of Transport and Land Use*, 13(1), pp.539-558.
- Train, K. E., (2009), "Discrete choice methods with simulation", Cambridge university press.
- Vovsha, P., (1997), "The cross-nested logit model: application to mode choice in the Tel-Aviv metropolitan area", *Transportation Research Board*.
- Wang, G., Qi, H., & Chen, A., (2018), "A path-size weibit stochastic user equilibrium model with a non-zero location parameter", Paper presented at the 23rd International Conference of Hong Kong Society for Transportation Studies: Transportation Systems in the Connected Era, HKSTS 2018.
- Xiao, G., & Xie, C., (2019), "Formulating and Solving the Regret-Based Stochastic User Equilibrium Problem".
- Xu, X., Chen, A., Zhou, Z., & Bekhor, S. (2012), "Path-based algorithms to solve C-logit stochastic user equilibrium assignment problem", *Transportation research record*, 2279(1), pp.21-30.
- Xu, Y., Zhou, J., & Xu, W., (2020), "Regret-based multi-objective route choice models and stochastic user equilibrium: a non-compensatory approach", *Transportmetrica A: Transport Science*, 16(3), pp.473-500.
- Zhou, Z., Chen, A., & Bekhor, S., (2012), "C-logit stochastic user equilibrium model: formulations and solution algorithm", *Transportmetrica*, 8(1), pp.17-41.
- presented at the Proceedings of the Fifth World Conference on Transportation Research.
- Du, M., Tan, H., & Chen, A., (2021), "A faster path-based algorithm with Barzilai-Borwein step size for solving stochastic traffic equilibrium models", *European Journal of Operational Research*, 290(3), pp.982-999.
- Duncan, L. C., Watling, D. P., Connors, R. D., Rasmussen, T. K., & Nielsen, O. A., (2020), "Path Size Logit route choice models: Issues with current models, a new internally consistent approach, and parameter estimation on a large-scale network with GPS data", *Transportation Research Part B: Methodological*, 135(C), pp.1-40.
- Gentile, G., (2018), "New formulations of the stochastic user equilibrium with logit route choice as an extension of the deterministic model", *Transportation science*, 52(6), pp.1531-1547.
- Haghani, M., Shahhosseini, Z., Samimi, A., & Z Ashtyani, H., (2014), "On Calibration and Application of Logit-Based Stochastic Traffic Assignment Models", *International Journal of Transportation Engineering*, 1(3), pp.151-172.
- Koppelman, F. S., & Wen, C. H., (2000), "The paired combinatorial logit model: properties, estimation and application", *Transportation Research Part B: Methodological*, 34(2), pp.75-89.
- Nguyen, S., & Dupuis, C., (1984), "An efficient method for computing traffic equilibria in networks with asymmetric transportation costs", *Transportation Science*, 18(2), pp.185-202.
- Prashker, J., & Bekhor, S., (1999), "Stochastic user-equilibrium formulations for extended-logit assignment models", *Transportation research record*, 1676(1), pp.145-152.
- Prashker, J. N., & Bekhor, S., (1998), "Investigation of stochastic network loading procedures", *Transportation Research Record*, 1645(1), pp.94-102.
- Prashker, J. N., & Bekhor, S., (2000), "Congestion, stochastic, and similarity effects in stochastic: User-equilibrium models", *Transportation Research Record*, 1733(1) , pp.80-87.
- Prashker, J. N., & Bekhor, S., (2004), "Route choice models used in the stochastic user equilibrium problem: a review", *Transport reviews*, 24(4), pp.437-463.
- Rassafi, A. A., & Barzegar-Ganji, M., (2019), "An Alternative Stochastic User Equilibrium Formulation Based on Regret Theory",

Comparative Analysis of Logit-Based Stochastic Traffic Assignment Models

Hadi Gholi, Ph.D., Candidate, Transportation Planning Dept., Civil & Envi., Engineering Faculty, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

Amir Reza Mamdoohi, Associate Professor, Transportation Planning Dept., Civil & Envi. Engineering Faculty, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

Abbas Babazadeh, Associate Professor, School of Civil Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

E-mail: armamdoohi@modares.ac.ir

Received: November 2021-Accepted: February 2022

ABSTRACT

After applying the logit and probit models as route choice models in the early formulations of stochastic traffic assignment, other models have been developed to overcome the theoretical weakness of logit in considering path overlap. These models maintain logit's closed-form and computational convenience while not requiring probit simulation and computational efforts. This paper aims to evaluate the most important of these models in comparison with each other. The models under consideration are Multinomial-logit (MNL) model, two modified MNL models called C-logit and PS-logit, and two models from the generalized extreme value family called Cross Nested logit (CNL) and Paired Combinatorial logit (PCL). These comparisons were performed at different levels of network congestion (origin-destination demand) and different values of perception variance of network users (scaling parameter). They were also compared with the results of deterministic traffic assignment. Results of a nine-node and the Nguyen network show that as the congestion level increases, general patterns of link flows of stochastic assignments approach the deterministic assignment link flows; While the difference of these link flows in four models that consider the effect of path overlap increases compared to MNL model. Also, as the variance of user perceptions increases, the difference of link flows of stochastic assignments relative to the MNL model and the deterministic assignment increases. Besides, the results of the studied models for the Sioux-falls network show that path flows in stochastic assignments have much more entropy than the deterministic assignment, and in this regard, stochastic models produce more probable answers.

Keywords: Generalized Extreme Value (GEV), Logit Model, Path Overlap, Route Choice Model, Stochastic Traffic Assignment