تحلیل ارتعاشات غیرخطی یک واگن مسافری شش درجه آزادی و استفاده از جاذب دینامیکی در حالت تشدید اولیه و بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

مهدی کریمی، استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان، ایران

آرش نعیمی آبکناری، دانش آموخته کارشناسی‌ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان، ایران

نیما حق‌شناس، دانشجوی دکترا، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

پست الکترونیکی نویسنده مسئول: karimi_mh@yahoo.com

دریافت: 1395/10/12 – پذیرش: 1396/02/15

چکیده

طراحی سیستم تعلیق برای رفع اثرات نامطلوب ارتعاشات در وسایل نقلیه به عنوان یک چالش عمده مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله به تحلیل دینامیکی یک سیستم تعلیق شش درجه آزادی غیرخطی پرداخته می‌شود. بدین منظور معادلات دینامیکی با در نظر گرفتن شش درجه آزادی برای بررسی حرکت قائم واگن که شامل دو بوژی و بدنه اصلی واگن می‌باشد، با استفاده از روش لاگرانژ استخراج شده و با حل غیرخطی معادلات به روش مقیاس‌های چندگانه زمانی[1]، معادله‌ی پاسخ فرکانسی در حالت تشدید اولیه تحت تحریک خارجی بدست می‌آید. به منظور کنترل غیرفعال[2] ارتعاشات تشدید اولیه سیستم غیرخطی با میراگر و کمینه‌سازی دامنه سیستم، از یک جاذب دینامیک ارتعاشی در سیستم استفاده شده‌است. معادله‌ی پاسخ فرکانسی سیستم در حالت بدون جاذب و حالت اتصال جاذب دینامیکی روی سیستم اصلی با هم مورد مقایسه قرار می‌گیرند. با استفاده از الگوریتم ژنتیک[3] که براساس یک روند تصادفی هدایت شده استوار می‌باشد، به بررسی بهترین عملکرد جاذب دینامیکی در سیستم تعلیق شش درجه آزادی واگن پرداخته می‌شود. در طی فرآیند حل معادلات غیرخطی و بهینه‌سازی فرض بر این بوده که یک ورودی هارمونیک با دامنه بسیار کوچک به عنوان ورودی یکی از چرخ‌ها به سیستم وارد شده‌است.

واژه‌های کلیدی: ارتعاشات غیرخطی، مقیاس‌های چندگانه زمانی، تشدید اولیه، جاذب خطی، الگوریتم ژنتیک

۱- مقدمه

امروزه حمل و نقل ریلی از اقتصادی‌ترین روش‌های انتقال مسافر و بار در بیش‌تر کشورها است. راه آهن نسبت به دیگر روش‌های حمل و نقل از جهت فاکتورهای زیست محیطی مانند انرژی و آلودگی کمتر، برتری دارد و با آمدن نسل قطارهای

سرعت بالا، می‌تواند با حمل و نقل هوایی نیز رقابت کند. با ظهور قطارهای مسافری سرعت بالا، تعیین رفتار دینامیکی آن‌ها در سرعت بالا یکی از مسائل مهم مطرح شده‌است. دانستن رفتار دینامیکی وسیله نقلیه ریلی نه تنها برای طراحی ضروری است، بلکه می‌تواند معرف عملکرد وسیله نقلیه ریلی و نیروهای اعمالی بین ریل و وسیله نقلیه باشد. طراحی سیستم تعلیق برای رفع اثرات نامطلوب ارتعاشات در وسایل نقلیه به عنوان یک چالش عمده در این وسایل مورد بررسی قرار گرفته است. کیفیت حرکت[۴] یک وسیله‌ی نقلیه عمدتاً متأثر از سیستم تعلیق به کار رفته در آن وسیله، زبری سطح[۵] مسیر و سرعت حرکت است. بهبود زبری سطح مسیر و سرعت حرکت از دست طراح وسیله‌ی نقلیه خارج است اما طراحی و بهینه‌سازی سیستم تعلیق در دست طراح است و می‌تواند آن را برای یک عملکرد مناسب و بهینه در برابر ارتعاشات نامطلوب طراحی نماید. محدودیت‌های فیزیکی موجود برای سیستم‌ها، مقاومت آن‌ها در برابر بارهای اعمالی و ایجاد انعطاف‌پذیری مطلوب برای سیستم به منظور افزایش راحتی سفر[۶] و کاهش نوسانات اعمالی ناشی از مسیر بر وسیله‌ی نقلیه، مسئله‌ی طراحی سیستم‌های تعلیق را به یک مسئله‌ی مناسب برای تحلیل رفتار سیستم و بهینه‌سازی تبدیل می‌کند.

در سالیان اخیر مطالعات زیادی در زمینه‌ی رفتار دینامیکی واگن و اثرات ناشی از حرکت واگن و تحریکات طبیعی بر خطوط ریلی انجام شده است. اسماعیلی و همکارانش با مدلسازی عددی واگن با استفاده از نرم‌افزار دینامیکی ADAMSRAIL به ارزیابی پارامترهای مختلف مؤثر بر پدیده‌ی واژگونی یک واگن تک پرداختند و به این نتیجه دست یافتند که پارامترهای هندسی به ویژه، شعاع قوس و عرض خط بیش‌ترین تأثیر را در کنار سرعت عبوری واگن دارند (Esmaeli (et al.), 2013). اسماعیلی و حیدری با مدلسازی اجزا محدود سه‌بعدی ریل‌ها، تراورس‌ها با استفاده از المان‌های تیر خمشی به عنوان روساز خط و بالاست و زیر بالاست، به تحلیل لرزه‌ای ناشی از تحریک زلزله پرداخته‌اند (Esmaeli and Heydari, 2012). اسماعیلی و فشارکی با استفاده از روش عددی اجزا محدود در نرم‌افزار محیط پیوسته ABAQUS تأثیر پارامترهای خاکریز بر انتشار امواج ارتعاشی را در محیط اطراف خطوط ریلی بررسی نموده و به این نتیجه رسیدند که سرعت، بار محوری واگن و ارتفاع خاکریز بر سطح ارتعاشات در محیط اطراف خطوط ریلی تأثیر قابل ملاحظه‌ای دارند (Esmaeli and Fesharaki, 2012). میرمحمدصادقی و هاشمی با بررسی تأثیر سرعت بر نشست خط در راه‌آهن‌های سریع‌السیر در شرایط رفتار خطی و غیرخطی لایه‌های سیستم حائل ریل به این نتیجه دست یافتند که رفتار خط با فرض غیرخطی سیستم حائل ریل به طور قابل ملاحظه‌ای نسبت به فرض الاستیک خطی آن واقعی‌تر پیش‌بینی می‌گردد (Mir Mohammad Sadeghi and Hashemi, 2011). ملاطفی و ایزدبخش به بررسی نرخ زوال ارتعاشات و ارتباط آن با نویز ریل به کمک مدلسازی المان محدود و اندازه‌گیری میدانی پرداختند (Molatefi and Izadbakhsh, 2011).

مقالات متعددی در زمینه بررسی پایداری دینامیکی سیستم تعلیق وسیله نقلیه ریلی ارایه شده‌اند. نات و جواده به بررسی اثر سختی غیرخطی یاو بر خصوصیات دینامیکی چرخ و محور واگن (Nath and Javadeh, 2005)، و چنگ و همکارانش با در نظر گرفتن سیستمی با ۲۱ درجه آزادی و خزش غیرخطی، به مدلسازی و تحلیل پایداری هانتینگ وسیله نقلیه ریلی پرداختند (Cheng, Lee and Chen, 2009). علیزاده کاکلر و همکارانش، به مدلسازی و تحلیل دینامیک واگن مسافری سرعت بالا با ۲۱ درجه آزادی پرداختند و با تحلیل ارتعاشات عرضی واگن توانستند، سرعت بحرانی واگن را بررسی و به دست آورند (Alizadeh Kaklar, Ghajar and Tavakoli, 2011). یانگ و وو، به بررسی قابلیت اطمینان پویا برای یک واگن قطار روی یک پل تحت شرایط مختلف لرزه‌ای (Yang and Wu, 2002)، ژانگ و همکارانش، به بررسی ارتعاشات تصادفی یک واگن قطار در معرض امواج لرزه‌ای یک پل (Zhang (et al.), 2011)، و همچنین فرارا و همکارانش، با مدلسازی عددی و با استفاده از تئوری غیرخطی Hertzian به بررسی پیش بینی ارتعاشات ناشی از تعامل بین چرخ

مجموعه واگن و ریل راه آهن پرداختند (Ferrara, Leonardi and Jourdan, 2012).

برای ایزوله‌کردن ارتعاشی سیستم‌های مکانیکی، معمولا پایه‌های آنها را بصورت انعطاف‌پذیر طراحی می‌کنند تا فرکانس طبیعی دستگاه در مقایسه با فرکانس تحریک به اندازه کافی کوچک شود (Timoshenko and Young, 1995). توبیاس در سال ۱۹۹۵ به این نتیجه رسید که، به خاطر اجتناب از وقوع تشدیدهای چندگانه، پارامترهای تکیه‌گاهی طوری انتخاب می‌شوند که تمام فرکانس‌های طبیعی پایین سیستم، همانند شوند. در بسیاری از حالت‌ها، محاسبات مربوط به پایه‌ها شامل ترم‌های غیرخطی می‌باشد (Tobias, 1959). وجود این ترم‌های غیرخطی ممکن است منجربه بروز تشدید و تولید حرکت‌های ناخواسته‌ای شود که در تئوری خطی پیش‌بینی نشده‌است (Efstathiades, 1968). ناتسیواس و تراتسکار در زمینه ارتعاشات سیستم‌های تعلیق دو درجه آزادی غیرخطی، تحقیقاتی را انجام دادند، که در آن شرایطی را بررسی کردند که پاسخ فرکانسی را پایدار می‌نمود (Natsiavas and Tratskas, 1995).

در یک سیستم غیرخطی، اگر فرکانس تحریک به فرکانس طبیعی خطی متناظر سیستم غیرخطی بسیار نزدیک باشد، تشدید اولیه اتفاق می‌افتد. علاوه بر این، پاسخ اجباری حالت پایدار سیستم، رفتارهای دینامیکی غیرخطی شامل، چند شاخگی[۷]، پدیده‌های پرش[۸] و پسماند[۹] را از خود به نمایش خواهد گذاشت (Nayfeh and Mook, 1979). یکی از روش‌های کنترل غیرفعال، اضافه کردن یک سیستم ارتعاشی نوسانی دیگر به سیستم اصلی است (Hunt, 1979). هدف از اضافه کردن نوسان‌گر دوم، انتقال فرکانس تشدید ایجاد شده در سیستم مکانیکی، به نوسان‌گر دوم است (Rao, 2001). هانت و نیسن به این نتیجه رسیدند، که اگر فرکانس تشدید ثابت باشد، جاذب خطی راه مؤثری برای میرا کردن ارتعاشات سیستم‌های خطی است. از طرفی طی تحقیقاتی ثابت شده است که برای بالا بردن عملکرد جاذب‌ها می‌توان از فنرهای جاذب غیرخطی استفاده کرد (Hunt and Nissen, 1982). اما متأسفانه به دلیل وجود عوامل غیرخطی، گاهی اوقات استفاده از این فنرها ناپایداری دینامیکی را به همراه خواهد داشت و به جای کاهش ارتعاشات، باعث افزایش آن می‌شود.

تا به حال بحث اصلی، استفاده از جاذب‌های خطی و غیرخطی برای کنترل ارتعاشات سیستم‌های خطی و همچنین استفاده از جاذب‌های غیرخطی برای سیستم‌های ارتعاشی غیرخطی بوده‌است، اما اخیراً با یک مطالعه تجربی که توسط بونسل و همکارانش انجام شد، نشان داد که یک جاذب ارتعاشی خطی برای کنترل تشدیدهای اولیه و ثانویه یک تیر تکه‌ای خطی[۱۰]، توانا و قابل اعتنا است (Bonsel, Fey and Nijmeijer, 2004). بعد از این، جی و ژانگ، با در نظر گرفتن یک جاذب خطی این ادعا را بر روی یک سیستم غیرخطی ساده با میراگر اثبات کردند (Ji and Zhang, 2010). از ویژگی‌های سیستم‌های غیرخطی که جاذب خطی دارند می‌توان به تغییرات اندک در مقادیر فرکانس‌های خطی متناظر و ضریب میرایی و بازه فرکانسی برای حالت تشدید اولیه اشاره کرد.

پیشرفت‌های آینده در حوزه مهندسی مکانیک و انرژی باید به سمت و سویی حرکت کند که در آن فرآیندها، ابزار آلات و مواد به نحوی منابع طبیعی و انرژی ما را حفظ کرده و در عین حال از لحاظ فناوری نیز نیازهای ما را برآورده سازند. امروزه ساخت و تولید قطعات علاوه بر برآورد کارایی مورد نظر، باید از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه باشد بطوری که بتواند در بازار مصرف رقابت کند.

این امر باعث شده است که علم بهینه‌سازی اهمیت روز افزون پیدا کند. از آنجا که روش‌های بهینه‌سازی بر مبنای روش‌های ریاضی بسیار وقت‌گیر می‌باشد و بسیاری از مسائل با این روش غیرقابل حل می‌باشند، روش‌های فرا اکتشافی مورد توجه قرار گرفته است. روش‌های فرا اکتشافی را نتیجه‌ای از تحول شگرف در توسعه سخت افزاری باید دانست. ایده‌سازی در این روش‌ها برگرفته از پدیده‌های طبیعی می‌باشد که مطالعاتی توسط کمپ (Camp, 2004)، کمپ و همکارانش (Camp and Bichon, 2004) و کاوه (Kaveh and Shojaee, 2007) صورت گرفته است.

در دهه هفتاد میلادی دانشمندی از دانشگاه میشیگان به نام جان هلند ایده‌ی استفاده از الگوریتم ژنتیک را در بهینه‌سازی‌های مهندسی مطرح کرد. ایده اساسی این الگوریتم انتقال خصوصیات موروثی توسط ژن‌ها است.

در سالیان اخیر کارهای بسیار متنوعی در زمینه‌ی بهینه‌سازی سیستم تعلیق انجام گرفته است، باومال و همکارانش، با تحلیل یک سیستم تعلیق فعال پنج درجه آزادی، با استفاده از الگوریتم ژنتیک، سیستم فوق را بهینه کردند (Baumal, McPhee and Calamai, 1998). سون و همکارانش، یک سیستم تعلیق غیرفعال را به صورت غیرخطی در نظر گرفته و آن را بهینه نمودند (Sun, Cai and Yang, 2007) و اخیراً وی‌ژانگ و همکارانش، با ارائه یک روش بهینه‌سازی نوین به بهینه‌سازی راحتی سفر یک واگن قطار با مدلسازی واگن برروی مسیر راه‌آهن، بر اساس روش شبه تحریک، پرداختند (You-WeiZhang (et al.), 2013).

در این مقاله به بررسی و تحلیل مسایلی که مرتبط با ایزولاسیون ارتعاشی سیستم‌های غیرخطی است، پرداخته می‌شود. مقاله با هدف مدلسازی و تحلیل واقعی یک واگن شش درجه آزادی با سیستم تعلیق حاوی فنرهای غیرخطی به منظور بدست آوردن منحنی پاسخ فرکانسی در حالت تشدید اولیه تحت تحریک خارجی، تدوین شده‌است. با مدلسازی ریاضی واگن و استخراج معادلات حاکم با استفاده از روش لاگرانژ، و حل غیرخطی معادلات به روش مقیاس‌های چندگانه زمانی، منحنی پاسخ فرکانسی در حالت تشدید اولیه برای پارامتر Z_1 که در تأثیر مستقیم با فنر غیرخطی و تحریک خارجی است، بدست می‌آید. به منظور کنترل غیرفعال ارتعاشات تشدید اولیه سیستم غیرخطی با میراگر و کمینه‌سازی دامنه سیستم، از یک جاذب دینامیک ارتعاشی در سیستم استفاده شده‌است. جرم جاذب توسط یک فنر و میراگر کاملاً خطی به جرم دو بوژی متصل شده‌است. معادله‌ی پاسخ فرکانسی سیستم در حالت بدون جاذب و حالت اتصال جاذب دینامیکی روی سیستم اصلی به دست می‌آید، و با هم مورد مقایسه قرار می‌گیرند.

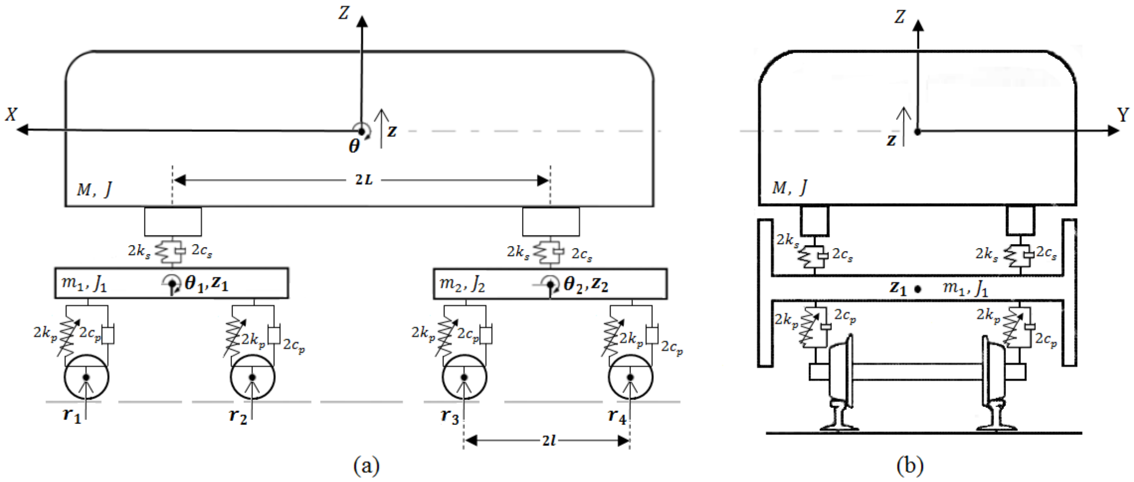
یکی از عیب‌هایی که در ریل راه آهن رخ می‌دهد، درجازدگی و لهیدگی ریل است. در حین تردد قطار، چرخ‌های واگن ضربات شدیدی به ریل وارد می‌کنند که این ضربات شدید باعث درجازدگی ریل می‌شود. همچنین بر اثر افزایش بار محوری و حمل بار بیش از حد توان دیزل و نداشتن فشار ترمز کافی هنگام مانور قطار در ایستگاه‌ها، و یا عدم کشش دیزل در فراز و یا ...، درجازدگی و لهیدگی روی ریل در طول خط و ایستگاه‌ها ایجاد می‌شود. شکل (1) نمونه‌ای از درجازدگی ریل را نشان می‌دهد، که موج ایجاد شده‌ی حاصل از لهیدگی و درجازدگی برروی ریل راه آهن، در این مقاله عامل ایجاد تحریک خارجی هارمونیک فرض شده است. به طوری که یک ورودی هارمونیک با دامنه بسیار کوچک به عنوان ورودی یکی از چرخ‌ها به سیستم وارد می‌شود. با استفاده از الگوریتم ژنتیک که براساس یک روند تصادفی هدایت شده استوار می‌باشد، ابتدا به بررسی بهترین انتخاب پارامترهای سیستم تعلیق واگن و سپس به بررسی بهترین عملکرد جاذب دینامیکی در سیستم تعلیق واگن پرداخته می‌شود. این جاذب کوچک خطی در کاهش ارتعاشات تشدید اولیه سیستم که شامل دو بوژی و بدنه اصلی واگن، که بوژی‌ها روی دو فنر غیرخطی از مرتبه سوم[11] و میراگر خطی می‌باشد، کاملاً مؤثر بوده است. این جاذب‌ها، حجم سیستم و هزینه‌ها را به شدت کاهش داده و از پیچیدگی‌های جاذب‌های ارتعاشی غیرخطی می‌کاهند.

شکل ۱. نمونه‌ای از درجازدگی و لهیدگی ریل

۲- مدل دینامیکی و تعیین معادلات حرکت واگن

در این بخش، مدلسازی سیستم مورد بررسی شامل دو بوژی و بدنه‌ی اصلی واگن مسافری ارائه شده‌است. بوژی و بدنه‌ی واگن توسط عناصر سیستم تعلیق و المان‌های نیرویی به یکدیگر

متصل شده‌اند. تمام قطعات صلب بوده و دارای درجات آزادی مشخص هستند. با توجه به تحلیل حرکت واگن در جهت قائم، محور X در جهت حرکت افقی واگن و محور Z در راستای حرکت قائم واگن است. هر کدام از بوژی‌ها و بدنه واگن دارای دو درجه آزادی یکی از نوع جابه‌جایی مرکز جرم و دیگری از نوع دورانی حول مرکز جرم می‌باشند. مختصه‌های تعمیم یافته برای این مدل عبارتند از: $\theta_2, \theta_1, z_2, z_1, \theta, z$. همانطور که در شکل (۲) دیده می‌شود، z_2, z_1 جابه‌جایی مراکز جرم بوژی‌ها در راستای قائم، θ_2, θ_1 تغییر زاویه‌ی بوژی‌ها در راستای عمود بر صفحه، Z جابه‌جایی مرکز جرم بدنه‌ی اصلی در راستای قائم و θ تغییر زاویه‌ی بدنه‌ی اصلی در راستای عمود بر صفحه است.



شکل ۲. سیستم شش درجه آزادی غیرخطی واگن بدون جاذب خطی

فنرها و دمپرهای به کار رفته در سیستم بدنه‌ی اصلی خطی بوده و در سیستم بوژی، دمپرها خطی بوده و فنرهای به کار رفته بصورت غیرخطی تعریف شده‌اند. نیروی ایجاد شده در فنرهای غیرخطی که منجر به تغییر مکان می‌شود به شکل $k(x+\delta x^3)$ است که k و δ ضرایب سختی فنر می‌باشند. پارامترهای سیستم تعلیق اولیه با اندیس p و پارامترهای سیستم تعلیق ثانویه با اندیس s بیان گردیده‌اند. چرخ‌ها توسط سیستم تعلیق اولیه با بوژی‌ها در ارتباط هستند و ناهمواری‌های مسیر حرکت از این طریق روی سیستم تعلیق واگن تأثیر می‌گذارند. جابه جایی قائم چرخ‌ها تحت تحریک خارجی در راستای قائم با $r_i(i=1,2,3,4)$ نمایش داده شده‌است. ضرایب فنرها و میراگرها روی شکل (۲) با ضریب ۲ نشان داده شده‌اند و این بدان معناست که در عرض واگن دو عدد از این فنر و دمپرها به کار رفته است. M جرم واگن، m_2, m_1 جرم بوژی‌ها، J ممان اینرسی واگن و J_2, J_1 ممان اینرسی بوژی‌ها همگی حول محور عمود بر صفحه (محور Y) را نشان می‌دهند. جابه جایی چرخ تحت تحریک خارجی هارمونیک با دامنه کوچک $\bar{k}$ و فرکانس Ω، در راستای قائم بر چرخ اولیه (r_1)، به سیستم اعمال می‌شود که به صورت رابطه (۱) بیان شده‌است.

$$r_1(t)=\bar{k}\cos(\Omega t) \tag{۱}$$

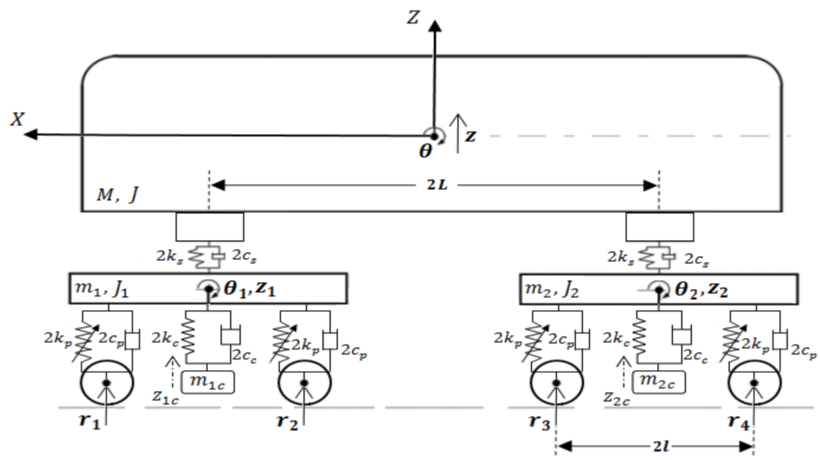
معادلات ارتعاشات قائم حاکم بر سیستم شکل (۲) (سیستم بدون جاذب)، که با استفاده از روش لاگرانژ استخراج شده، و با اعمال معادلات رابطه (۲) بصورت ساده‌تر در رابطه (۳) بیان شده‌است.

در شکل (۳) سیستم شش درجه آزادی واگن نشان داده شده‌است که دو جاذب دینامیکی به دو بوژی متصل شده و سیستم را به یک سیستم هشت درجه آزادی تبدیل نموده‌است.

همان‌طور که شکل (۳) قابل مشاهده است k_c سختی فنر جاذب، c_c ضریب میراگر و m_{2c}, m_{1c} جرم‌های جاذب‌های متصل به بوژی‌ها هستند و جابه جایی جاذب با z_{2c}, z_{1c} نشان داده شده‌است. معادلات ارتعاشات قائم حاکم بر سیستم شکل (۳)، در رابطه (۴) بیان شده‌است.

$$\begin{cases} u_3 = L\theta,\;\; u_2 = l\theta_2,\;\; u_1 = l\theta_1 \\ \omega_{01}^2 = \dfrac{2\left(2k_p+k_s\right)}{m_1}, \omega_2^2 = \dfrac{4k_p l^2}{J_1}, \omega_3^2 = \dfrac{4k_s}{M}, \omega_4^2 = \dfrac{4k_s L^2}{J}, \omega_{05}^2 = \dfrac{2\left(2k_p+k_s\right)}{m_2}, \omega_6^2 = \dfrac{4k_p l^2}{J_2} \\ \omega_7^2 = \dfrac{2k_c}{m_{1c}}, \omega_8^2 = \dfrac{2k_c}{m_{2c}},\;\; m_c = \dfrac{m_{1c}}{m_1},\;\; m_c' = \dfrac{m_{2c}}{m_2},\;\; m = \dfrac{M}{m_1},\;\; m' = \dfrac{M}{m_2} \\ \omega_1^2 = \dfrac{2\left(2k_p+k_s\right)}{m_1} + \dfrac{2k_c}{m_1} = \omega_{01}^2 + \omega_7^2 m_c,\;\; \omega_5^2 = \dfrac{2\left(2k_p+k_s\right)}{m_2} + \dfrac{2k_c}{m_2} = \omega_{05}^2 + \omega_8^2 m_c' \\ \mu_{01} = \dfrac{2c_p + c_s}{m_1}, \mu_2 = \dfrac{2c_p l^2}{J_1}, \mu_3 = \dfrac{2c_s}{M}, \mu_4 = \dfrac{2c_s L^2}{J}, \mu_{05} = \dfrac{2c_p + c_s}{m_2}, \mu_6 = \dfrac{2c_p l^2}{J_2}, \mu_j = \dfrac{2c_c}{m_{(j-6)c}} \quad (j=7,8) \\ \mu_1 = \mu_{01} + \mu_7 m_c,\;\; \mu_5 = \mu_{05} + \mu_8 m_c' \end{cases} \tag{۲}$$

$$\begin{cases} \ddot{z} + \omega_3^2 z = -2\mu_3\dot{z} + \left\{\left(\frac{\omega_3^2}{2}\right)\left(z_1+z_2\right) + \mu_3\left(\dot{z}_1+\dot{z}_2\right)\right\} \\ \ddot{u}_3 + \omega_4^2 u_3 = -2\mu_4\dot{u}_3 + \left\{\left(\frac{\omega_4^2}{2}\right)\left(z_1-z_2\right) + \mu_4\left(\dot{z}_1-\dot{z}_2\right)\right\} \\ \ddot{z}_1 + \omega_{01}^2 z_1 = -2\mu_{01}\dot{z}_1 + \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left(z+u_3\right) + \left(\mu_3 m\right)\left(\dot{z}+\dot{u}_3\right) + \frac{1}{2}\left(\omega_{01}^2 - \frac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left(r_1+r_2\right) \\ + \left(\mu_{01} - \frac{\mu_3 m}{2}\right)\left(\dot{r}_1+\dot{r}_2\right) - \frac{\delta}{2}\left(\omega_{01}^2 - \frac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left\langle\left[z_1+u_1-r_1\right]^3 + \left[z_1-u_1-r_2\right]^3\right\rangle\end{array}\right\} \\ \ddot{u}_1 + \omega_2^2 u_1 = -2\mu_2\dot{u}_1 + \left\{\left(\frac{\omega_2^2}{2}\right)\left(r_1-r_2\right) + \mu_2\left(\dot{r}_1-\dot{r}_2\right) - \frac{\delta}{2}\omega_2^2\left\langle\left[z_1+u_1-r_1\right]^3 - \left[z_1-u_1-r_2\right]^3\right\rangle\right\} \\ \ddot{z}_2 + \omega_{05}^2 z_2 = -2\mu_{05}\dot{z}_2 + \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{\omega_3^2 m'}{2}\right)\left(z-u_3\right) + \left(\mu_3 m'\right)\left(\dot{z}-\dot{u}_3\right) + \frac{1}{2}\left(\omega_{05}^2 - \frac{\omega_3^2 m'}{2}\right)\left(r_3+r_4\right) \\ + \left(\mu_{05} - \frac{\mu_3 m'}{2}\right)\left(\dot{r}_3+\dot{r}_4\right) - \frac{\delta}{2}\left(\omega_{05}^2 - \frac{\omega_3^2 m'}{2}\right)\left\langle\left[z_2+u_2-r_3\right]^3 + \left[z_2-u_2-r_4\right]^3\right\rangle\end{array}\right\} \\ \ddot{u}_2 + \omega_6^2 u_2 = -2\mu_6\dot{u}_2 + \left\{\left(\frac{\omega_6^2}{2}\right)\left(r_3-r_4\right) + \mu_6\left(\dot{r}_3-\dot{r}_4\right) - \frac{\delta}{2}\omega_6^2\left\langle\left[z_2+u_2-r_3\right]^3 - \left[z_2-u_2-r_4\right]^3\right\rangle\right\} \end{cases} \tag{۳}$$



شکل ۳. سیستم هشت درجه آزادی غیرخطی واگن با جاذب خطی

۳- معادلات پاسخ فرکانسی

معادلات غیرخطی حل دقیقی برای آن‌ها وجود ندارد، اما به ازای مقادیر کوچکی از پارامتر ε حل‌های تقریبی ممکن است، به دست آید. با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه زمانی برای حالت رزونانس اولیه، در حالی که روابط فرکانس تحریک با فرکانس‌های سیستم در رابطه (۵) نشان داده، که σ به پارامتر دتونینگ[12] معروف است، و با فرض $\mu_{01} = \varepsilon\bar{\mu}_{01}$، $\mu_{05} = \varepsilon\bar{\mu}_{05}$ ، $\mu_n = \varepsilon\bar{\mu}_n$ ، $k = \varepsilon\bar{k}$ و در نظر گرفتن دو گام زمانی برای پارامترهای سیستم ($z_i = v_i + \varepsilon w_i\,,\, i = 0,1,2$ ، $z_{jc} = N_j + \varepsilon M_j\,,\, j = 1,2$ ، $u_q = L_q + \varepsilon K_q\,,\, q = 1,2,3$)، و با تغییر متغیرهای رابطه (۶)، معادلات دیفرانسیل دامنه و زاویه فاز برای پارامترهای مورد نظر z_i $(i{=}0{,}1{,}2)$ برحسب دامنه و فاز پارامترهای دیگر بدست می‌آید (رابطه (۷) و (۸)).

$$\begin{cases}
\ddot{z} + \omega_3^2 z = -2\mu_3\dot{z} + \left\{\left(\frac{\omega_3^2}{2}\right)\left(z_1 + z_2\right) + \mu_3\left(\dot{z}_1 + \dot{z}_2\right)\right\} \\
\ddot{u}_3 + \omega_4^2 u_3 = -2\mu_4\dot{u}_3 + \left\{\left(\frac{\omega_4^2}{2}\right)\left(z_1 - z_2\right) + \mu_4\left(\dot{z}_1 - \dot{z}_2\right)\right\} \\
\ddot{z}_1 + \omega_1^2 z_1 = -2\mu_1\dot{z}_1 + \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left(z + u_3\right) + \left(\mu_3 m\right)\left(\dot{z} + \dot{u}_3\right) + \frac{1}{2}\left(\omega_{01}^2 - \frac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left(r_1 + r_2\right) + \omega_7^2 m_c z_{1c} \\ + \left(\mu_{01} - \frac{\mu_3 m}{2}\right)\left(\dot{r}_1 + \dot{r}_2\right) + 2\mu_7 m_c \dot{z}_{1c} - \frac{\delta}{2}\left(\omega_{01}^2 - \frac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left\langle\left[z_1 + u_1 - r_1\right]^3 + \left[z_1 - u_1 - r_2\right]^3\right\rangle \end{array}\right\} \\
\ddot{u}_1 + \omega_2^2 u_1 = -2\mu_2\dot{u}_1 + \left\{\left(\frac{\omega_2^2}{2}\right)\left(r_1 - r_2\right) + \mu_2\left(\dot{r}_1 - \dot{r}_2\right) - \frac{\delta}{2}\omega_2^2\left\langle\left[z_1 + u_1 - r_1\right]^3 - \left[z_1 - u_1 - r_2\right]^3\right\rangle\right\} \\
\ddot{z}_2 + \omega_5^2 z_2 = -2\mu_5\dot{z}_2 + \left\{\begin{array}{l} \left(\frac{\omega_3^2 m'}{2}\right)\left(z - u_3\right) + \left(\mu_3 m'\right)\left(\dot{z} - \dot{u}_3\right) + \frac{1}{2}\left(\omega_{05}^2 - \frac{\omega_3^2 m'}{2}\right)\left(r_3 + r_4\right) + \omega_8^2 m'_c z_{2c} \\ + \left(\mu_{05} - \frac{\mu_3 m'}{2}\right)\left(\dot{r}_3 + \dot{r}_4\right) + 2\mu_8 m'_c \dot{z}_{2c} - \frac{\delta}{2}\left(\omega_{05}^2 - \frac{\omega_3^2 m'}{2}\right)\left\langle\left[z_2 + u_2 - r_3\right]^3 + \left[z_2 - u_2 - r_4\right]^3\right\rangle \end{array}\right\} \\
\ddot{u}_2 + \omega_6^2 u_2 = -2\mu_6\dot{u}_2 + \left\{\left(\frac{\omega_6^2}{2}\right)\left(r_3 - r_4\right) + \mu_6\left(\dot{r}_3 - \dot{r}_4\right) - \frac{\delta}{2}\omega_6^2\left\langle\left[z_2 + u_2 - r_3\right]^3 - \left[z_2 - u_2 - r_4\right]^3\right\rangle\right\} \\
\ddot{z}_{1c} + \omega_7^2 z_{1c} = -2\mu_7\dot{z}_{1c} + \left\{\omega_7^2 z_1 + 2\mu_7\dot{z}_1\right\} \\
\ddot{z}_{2c} + \omega_8^2 z_{2c} = -2\mu_8\dot{z}_{2c} + \left\{\omega_8^2 z_2 + 2\mu_8\dot{z}_2\right\}
\end{cases} \tag{۴}$$

$$\begin{cases}
\Omega = \omega_n + \varepsilon\sigma'_n \\
\omega_{n+1} = \omega_n + \varepsilon\sigma_n\,, \quad n = 1,2,\ldots,8 \\
\sigma_{n+1} = \sigma_n - \sigma'_n
\end{cases} \tag{۵}$$

$$\left\{\psi_n = \sigma_n T_1 - \alpha_n\,, \quad n = 1,2,\ldots,8\right. \tag{۶}$$

معادلات دامنه و فاز به ترتیب برای حالت بدون جاذب و با جاذب دینامیکی :

$$\left\{\begin{aligned}
c' &= -\mu_3 c + \left\{\left(\tfrac{\omega_3}{4}\right)\left[a\sin(\psi_3-\psi_1)+b\sin(\psi_3-\psi_5)\right]+\left(\tfrac{\mu_3}{2\omega_3}\right)\left[\omega_{01}a\cos(\psi_3-\psi_1)+\omega_{05}b\cos(\psi_3-\psi_5)\right]\right\}\\
b' &= -\mu_{05} b + \left\{\left(\tfrac{\omega_3^2 m'}{2\omega_{05}}\right)\left[c\sin(\psi_5-\psi_3)-g\sin(\psi_5-\psi_4)\right]-\tfrac{\delta}{2\omega_{05}}\left(\omega_{05}^2-\tfrac{\omega_3^2 m'}{2}\right)\left[\tfrac{3}{4}f^2 b\sin 2(\psi_5-\psi_6)\right]+\left(\tfrac{\mu_3 m'}{2\omega_{05}}\right)\left[\omega_3\,\mathrm{c}\cos(\psi_5-\psi_3)-\omega_4\,\mathrm{g}\cos(\psi_5-\psi_4)\right]\right\}\\
a' &= -\mu_{01} a + \left\{\begin{aligned}
&\left(\tfrac{\omega_3^2 m}{2\omega_{01}}\right)\left[c\sin(\psi_1-\psi_3)+g\sin(\psi_1-\psi_4)\right]+\left(\tfrac{\mu_3 m}{2\omega_{01}}\right)\left[\omega_3\,\mathrm{c}\cos(\psi_1-\psi_3)+\omega_4\,\mathrm{g}\cos(\psi_1-\psi_4)\right]+\tfrac{1}{4\omega_{01}}\left(\omega_{01}^2-\tfrac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left[\bar{k}+\tfrac{3}{4}\delta\bar{k}^3\right]\sin\psi_1\\
&-\tfrac{\delta}{2\omega_{01}}\left(\omega_{01}^2-\tfrac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left(\begin{aligned}&\tfrac{3}{4}E^2 a\sin 2(\psi_1-\psi_2)+\tfrac{3}{2}\bar{k}^2\left[\tfrac{1}{2}a\sin 2\psi_1+\tfrac{1}{2}E\sin(\psi_1-\psi_2)+\tfrac{1}{2}E\sin(\psi_1+\psi_2)\right]\\&-\tfrac{3}{2}\bar{k}\left[(\tfrac{1}{4}a^2+\tfrac{1}{2}E^2)\sin\psi_1+\tfrac{1}{4}E^2\sin(\psi_1-2\psi_2)\right]-3\bar{k}\left[\tfrac{1}{4}aE\sin(2\psi_1-\psi_2)\right]\end{aligned}\right)
\end{aligned}\right\}\\
c\psi_3' &= c\sigma_3 + \left\{\left(\tfrac{\omega_3}{4}\right)\left[a\cos(\psi_3-\psi_1)+b\cos(\psi_3-\psi_5)\right]-\left(\tfrac{\mu_3}{2\omega_3}\right)\left[\omega_{01}a\sin(\psi_3-\psi_1)+\omega_{05}b\sin(\psi_3-\psi_5)\right]\right\}\\
b\psi_5' &= b\sigma_5 + \left\{\left(\tfrac{\omega_3^2 m'}{2\omega_{05}}\right)\left[c\cos(\psi_5-\psi_3)-g\cos(\psi_5-\psi_4)\right]-\left(\tfrac{\mu_3 m'}{2\omega_{05}}\right)\left[\omega_3\,\mathrm{c}\sin(\psi_5-\psi_3)-\omega_4\,\mathrm{g}\sin(\psi_5-\psi_4)\right]-\tfrac{\delta}{2\omega_{05}}\left(\omega_{05}^2-\tfrac{\omega_3^2 m'}{2}\right)\left[\tfrac{3}{4}\left(b^3+2f^2 b+f^2 b\cos 2(\psi_5-\psi_6)\right)\right]\right\}\\
a\psi_1' &= a\sigma_1 + \left\{\begin{aligned}
&\left(\tfrac{\omega_3^2 m}{2\omega_{01}}\right)\left[c\cos(\psi_1-\psi_3)+g\cos(\psi_1-\psi_4)\right]-\left(\tfrac{\mu_3 m}{2\omega_{01}}\right)\left[\omega_3\,\mathrm{c}\sin(\psi_1-\psi_3)+\omega_4\,\mathrm{g}\sin(\psi_1-\psi_4)\right]+\tfrac{1}{4\omega_{01}}\left(\omega_{01}^2-\tfrac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left[\bar{k}+\tfrac{3}{4}\delta\bar{k}^3\right]\cos\psi_1\\
&-\tfrac{\delta}{2\omega_{01}}\left(\omega_{01}^2-\tfrac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left(\begin{aligned}&\tfrac{3}{4}(a^3+2E^2 a+E^2 a\cos 2(\psi_1-\psi_2))+\tfrac{3}{2}\bar{k}^2\left[\tfrac{1}{2}a(1+\cos 2\psi_1)+\tfrac{1}{2}E\cos(\psi_1-\psi_2)+\tfrac{1}{2}E\cos(\psi_1+\psi_2)\right]\\&-\tfrac{3}{2}\bar{k}\left[(\tfrac{3}{4}a^2+\tfrac{1}{2}E^2)\cos\psi_1+\tfrac{1}{4}E^2\cos(\psi_1-2\psi_2)\right]-3\bar{k}\left[\tfrac{1}{2}aE\cos\psi_2+\tfrac{1}{4}aE\cos(2\psi_1-\psi_2)\right]\end{aligned}\right)
\end{aligned}\right\}
\end{aligned}\right. \tag{۷}$$

در معادلات روابط (7) و (8)، α_nها، زاویه‌ی فاز و پارامترهای $z_{2c}, z_{1c}, \theta_2, \theta_1, \theta, z, z_2, z_1$ می‌باشند. به ترتیب دامنه پاسخ فرکانسی برای I, h, E, f, g, c, b, a

$$\left\{\begin{aligned}
c' &= -\mu_3 c + \left\{\left(\tfrac{\omega_3}{4}\right)\left[a\sin(\psi_3-\psi_1)+b\sin(\psi_3-\psi_5)\right]+\left(\tfrac{\mu_3}{2\omega_3}\right)\left[\omega_1 a\cos(\psi_3-\psi_1)+\omega_5 b\cos(\psi_3-\psi_5)\right]\right\}\\
b' &= -\mu_5 b + \left\{\begin{aligned}
&\left(\tfrac{\omega_3^2 m'}{2\omega_5}\right)\left[c\sin(\psi_5-\psi_3)-g\sin(\psi_5-\psi_4)\right]+\left(\tfrac{\mu_3 m'}{2\omega_5}\right)\left[\omega_3\,\mathrm{c}\cos(\psi_5-\psi_3)-\omega_4\,\mathrm{g}\cos(\psi_5-\psi_4)\right]\\
&-\tfrac{\delta}{2\omega_5}\left(\omega_{05}^2-\tfrac{\omega_3^2 m'}{2}\right)\left[\tfrac{3}{4}f^2 b\sin 2(\psi_5-\psi_6)\right]+\left(\tfrac{\omega_8^2 m_c'}{2\omega_5}\right)I\sin(\psi_5-\psi_8)+\left(\tfrac{\mu_8\omega_8 m_c'}{\omega_5}\right)I\cos(\psi_5-\psi_8)
\end{aligned}\right\}\\
a' &= -\mu_1 a + \left\{\begin{aligned}
&\left(\tfrac{\omega_3^2 m}{2\omega_1}\right)\left[c\sin(\psi_1-\psi_3)+g\sin(\psi_1-\psi_4)\right]+\left(\tfrac{\mu_3 m}{2\omega_1}\right)\left[\omega_3\,\mathrm{c}\cos(\psi_1-\psi_3)+\omega_4\,\mathrm{g}\cos(\psi_1-\psi_4)\right]+\tfrac{1}{4\omega_1}\left(\omega_{01}^2-\tfrac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left[\bar{k}+\tfrac{3}{4}\delta\bar{k}^3\right]\sin\psi_1+\left(\tfrac{\omega_7^2 m_c}{2\omega_1}\right)h\sin(\psi_1-\psi_7)\\
&+\left(\tfrac{\mu_7\omega_7 m_c}{\omega_1}\right)h\cos(\psi_1-\psi_7)-\tfrac{\delta}{2\omega_1}\left(\omega_{01}^2-\tfrac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left(\begin{aligned}&\tfrac{3}{4}E^2 a\sin 2(\psi_1-\psi_2)+\tfrac{3}{4}\bar{k}^2\left[\tfrac{1}{2}a\sin 2\psi_1+\tfrac{1}{2}E\sin(\psi_1-\psi_2)+\tfrac{1}{2}E\sin(\psi_1+\psi_2)\right]\\&-\tfrac{3}{2}\bar{k}\left[(\tfrac{1}{4}a^2+\tfrac{1}{2}E^2)\sin\psi_1+\tfrac{1}{4}E^2\sin(\psi_1-2\psi_2)\right]-3\bar{k}\left[\tfrac{1}{4}aE\sin(2\psi_1-\psi_2)\right]\end{aligned}\right)
\end{aligned}\right\}\\
c\psi_3' &= c\sigma_3 + \left\{\left(\tfrac{\omega_3}{4}\right)\left[a\cos(\psi_3-\psi_1)+b\cos(\psi_3-\psi_5)\right]-\left(\tfrac{\mu_3}{2\omega_3}\right)\left[\omega_1 a\sin(\psi_3-\psi_1)+\omega_5 b\sin(\psi_3-\psi_5)\right]\right\}\\
b\psi_5' &= b\sigma_5 + \left\{\begin{aligned}
&\left(\tfrac{\omega_3^2 m'}{2\omega_5}\right)\left[c\cos(\psi_5-\psi_3)-g\cos(\psi_5-\psi_4)\right]-\left(\tfrac{\mu_3 m'}{2\omega_5}\right)\left[\omega_3\,\mathrm{c}\sin(\psi_5-\psi_3)-\omega_4\,\mathrm{g}\sin(\psi_5-\psi_4)\right]\\
&-\tfrac{\delta}{2\omega_5}\left(\omega_{05}^2-\tfrac{\omega_3^2 m'}{2}\right)\left[\tfrac{3}{4}\left(b^3+2f^2 b+f^2 b\cos 2(\psi_5-\psi_6)\right)\right]+\left(\tfrac{\omega_8^2 m'}{2\omega_5}\right)I\cos(\psi_5-\psi_8)+\left(\tfrac{\mu_8\omega_8 m_c'}{\omega_5}\right)I\sin(\psi_5-\psi_8)
\end{aligned}\right\}\\
a\psi_1' &= a\sigma_1 + \left\{\begin{aligned}
&\left(\tfrac{\omega_3^2 m}{2\omega_1}\right)\left[c\cos(\psi_1-\psi_3)+g\cos(\psi_1-\psi_4)\right]-\left(\tfrac{\mu_3 m}{2\omega_1}\right)\left[\omega_3\,\mathrm{c}\sin(\psi_1-\psi_3)+\omega_4\,\mathrm{g}\sin(\psi_1-\psi_4)\right]+\tfrac{1}{4\omega_1}\left(\omega_{01}^2-\tfrac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left[\bar{k}+\tfrac{3}{4}\delta\bar{k}^3\right]\cos\psi_1+\left(\tfrac{\omega_7^2 m_c}{2\omega_1}\right)h\cos(\psi_1-\psi_7)\\
&+\left(\tfrac{\mu_7\omega_7 m_c}{2\omega_1}\right)h\sin(\psi_1-\psi_7)-\tfrac{\delta}{2\omega_1}\left(\omega_{01}^2-\tfrac{\omega_3^2 m}{2}\right)\left(\begin{aligned}&\tfrac{3}{4}(a^3+2E^2 a+E^2 a\cos 2(\psi_1-\psi_2))+\tfrac{3}{2}\bar{k}^2\left[\tfrac{1}{2}a(1+\cos 2\psi_1)+\tfrac{1}{2}E\cos(\psi_1-\psi_2)+\tfrac{1}{2}E\cos(\psi_1+\psi_2)\right]\\&-\tfrac{3}{2}\bar{k}\left[(\tfrac{3}{4}a^2+\tfrac{1}{2}E^2)\cos\psi_1+\tfrac{1}{4}E^2\cos(\psi_1-2\psi_2)\right]-3\bar{k}\left[\tfrac{1}{2}aE\cos\psi_2+\tfrac{1}{4}aE\cos(2\psi_1-\psi_2)\right]\end{aligned}\right)
\end{aligned}\right\}
\end{aligned}\right. \tag{۸}$$

معادله پاسخ فرکانسی برای سیستم در دو حالت بدون جاذب و با جاذب برای پارامتر جابه جایی بوژی (z_1) با در نظر گرفتن شرایط پایدار (حل غیرجزئی) $c=0, b=0, a\neq 0, \varphi_1'=0, a'=0$ در معادلات روابط (۷) و (۸)، بدست می‌آید.

رابطه (۹) معادله پاسخ فرکانسی برای حالت بدون جاذب و رابطه (۱۰) معادله پاسخ فرکانسی برای حالت با جذب را بیان می‌کند.

$$\sigma_1=\left[\frac{3\delta a^2}{8\omega_{01}}\left(\omega_{01}^2-\frac{\omega_3^2 m}{2}\right)\right]\pm\left(\left\{\frac{\left(\omega_{01}^2-\dfrac{\omega_3^2 m}{2}\right)^2\bar{k}^2}{(4\omega_{01}a)^2}-\frac{\mu_{01}^2}{\left(1+\frac{3}{4}\delta\left[\bar{k}-a\right]^2\right)}\right\}^{0.5}\left(1+\tfrac{3}{4}\delta\left[\left(\bar{k}-a\right)^2+2a^2\right]\right)\right) \tag{۹}$$

$$\sigma_1 = \left[\frac{3\delta a^2}{8\omega_1}\left(\omega_{01}^2 - \frac{\omega_3^2 m}{2}\right)\right] \pm \left(\left\{\frac{\left(\omega_{01}^2 - \frac{\omega_3^2 m}{2}\right)^2 \bar{k}^2}{(4\omega_1 a)^2} - \frac{\mu_1^2}{\left(1+\frac{3}{4}\delta\left[\bar{k}-a\right]^2\right)}\right\}^{0.5} \left(1+\frac{3}{4}\delta\left[\left(\bar{k}-a\right)^2 + 2a^2\right]\right)\right) \qquad (۱۰)$$

۴- بهینه‌سازی

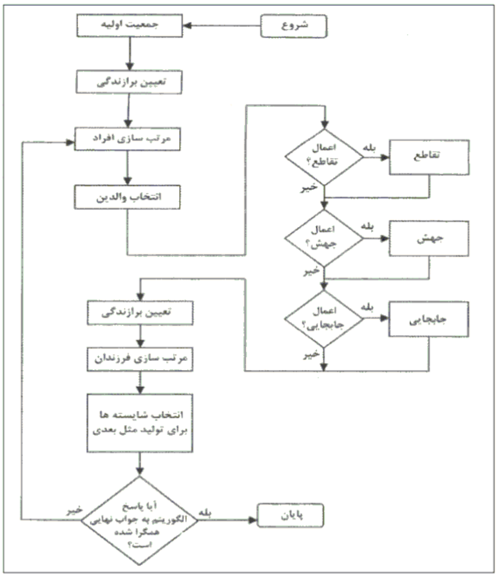
۴-۱- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک را می‌توان به طور ساده، یک جستجوگر نامید که بر پایه مشاهدات خصوصیات فرزندان نسل‌های متوالی و انتخاب فرزندان بر اساس اصل بقای بهترین[۱۳] پایه‌ریزی شده است. الگوریتم ژنتیک برروی فرزندان یک نسل (از جواب‌های مساله در یک مرحله)، از قوانین موجود در علم ژنتیک تقلید کرده و با به‌کار بردن آن‌ها، به تولید فرزندان با خصوصیت بهتر (جواب‌های نزدیک‌تر به هدف مسأله) می‌پردازد. الگوریتم ژنتیک با یک جمعیت ابتدایی، یک جستجوی سراسری را آغاز می‌کند که اندازه جمعیت به ویژگی‌های مسئله بهینه‌سازی بستگی دارد (Ghasemi, 1996). جمعیت آغازین به شکل تصادفی و از رشته‌های صفر و یک ساخته می‌شود. هر رشته از جمعیت مانند یک کروموزوم و هر جزء دودویی از هر رشته مانند یک ژن است. اکنون باید از تکامل جمعیت آغازین، یک جمعیت جدیدی ساخته شود که برای آن سه کار اساسی را شبیه‌سازی کند که عبارتند از: انتخاب، پیوند و جهش. در انتخاب یک دسته از کروموزوم‌ها بر اساس برازندگی خود از جمعیت پیشین خود برگزیده می‌شوند. برازنده‌ترین کروموزوم، بخت بیشتری برای گزینش در نسل آینده دارد. در پیوند، برخی از ژن‌ها به جای هم می‌نشینند. پیوند روش‌های گوناگونی دارد، مانند رخداد یک نقطه پیوند یا رخداد چند نقطه پیوند، که این نقاط نیز به صورت تصادفی به دست می‌آید. با محدود کردن میزان تکثیر کروموزوم‌ها، هیچ کروموزومی نمی‌تواند بیش از حد فرزند ایجاد کند. این کار مانع همگرایی زودرس می‌شود. می‌توان برازش را متناسب با جایگاه آن‌ها در جمعیت و نه مقادیر تابع هدف آن‌ها انتخاب کرد. متغیری به نام sp برای تعیین انتخاب بهترین فرد معین شده و برازش دیگر افراد به وسیله رابطه (۱۱) مشخص می‌شود.

$$F(x_i) = 2 - SP + 2(SP-1)\frac{x_i - 1}{N_{pop} - 1} \qquad (0 < SP < 1) \qquad (۱۱)$$

که در رابطه بالا، F مقدار برازش، N_{pop} تعداد افراد و x_i فرد دارای مرتبه i در جمعیت است. در بهترین فرد $i=1$ و در بدترین فرد $i=N_{pop}$ است. جهش در طبیعت، فرآیندی است که در آن یک بخش از یک ژن به صورت تصادفی تغییر می‌کند. در جهش، هر فرد به تنهایی، با توجه به قوانین احتمال می‌تواند تغییر کند. در نمایش دو دویی رشته‌ها، جهش، به معنای تغییر مقدار یکی از خانه‌های رشته، از صفر به یک و یا از یک به صفر می‌باشد. به کمک این عملگر می‌توان امید داشت که کروموزوم‌های خوبی که در مراحل انتخاب و یا تکثیر حذف شده‌اند، دوباره احیا شوند. می‌توان جهش را طوری تنظیم کرد که نرخ جهش با افزایش همگرایی جمعیت، کاهش یابد. در کدگذاری حقیقی می‌توان با محدود کردن جهش به تغییرات کوچک، عملگرهای تکثیر را جهت رسیدن به جواب، همگرا کرد (Kinnear, 1993). شکل (۴) نحوه عملکرد عملگرها، همچون جهش الگوریتم ژنتیک را در یک سیستم محاسباتی نشان می‌دهد.

الگوریم ژنتیک تفاوت‌های زیادی با روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی دارد. این الگوریتم بر خلاف سایر روش‌ها که عملیات جستجو را از یک نقطه آغاز می‌کنند، از چندین نقطه در فضای پاسخ به جستجوی طرح بهینه می‌پردازد. بنابراین مشکل روش‌های بهینه‌سازی عددی معمولی مبنی بر احتمال زیاد درگیرشدن الگوریتم به بهینه محلی، در روش الگوریتم ژنتیک به شدت کاسته می‌شود. این بدان معناست که جواب حاصل از روش الگوریتم ژنتیک به احتمال بیشتری نزدیک به بهینه‌ی کلی می‌باشد.



شکل ۴. نحوه عملکرد عملگرها، همچون جهش الگوریتم ژنتیک

۴-۲- تابع هدف، متغیر طراحی و قیود

یک مدل ریاضی در انجام فرآیند بهینه‌سازی دارای سه بخش کلی است؛ تابع هدف، متغیرهای طراحی و قیود مسئله. در این مقاله، هدف، کمینه‌سازی دامنه سیستم بوژی در منحنی پاسخ فرکانسی در حالت تشدید اولیه بوده که در سه مثال مختلف به بررسی آن می‌پردازیم. در مثال اول به بررسی سیستم شش درجه آزادی بدون وجود جاذب با هدف بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر بر رفتار دینامیکی سیستم، در مثال دوم با اضافه کردن جاذب دینامیکی به سیستم اصلی، به بررسی یافتن مقدار بهین مقادیر پارامتر جاذب و در مثال سوم، سیستم اصلی با جاذب دینامیکی و قرار دادن پارامترهای سیستم اصلی در کنار پارامترهای جاذب به عنوان متغیرهای طراحی بهینه‌سازی، به جستجوی مقادیر بهین این پارامترها می‌پردازیم. در اینصورت مثال سوم ترکیبی از دو مثال قبلی بوده و تمام متغیرهای طراحی را داراست. تمام متغیرهای طراحی در سه مثال با متغیر x ($x_i\ , i = 1, 2, ..., 6$) نمایش داده می‌شوند. با استفاده از روابط (۹) و (۱۰)، که معادله منحنی پاسخ فرکانسی در حالت با و بدون جاذب هستند، تابع هدف را بدست می‌آوریم. بیشترین دامنه در حالت تشدید زمانی رخ می‌دهد که مقدار پارامتر دتونینگ (σ) برابر صفر شود. مقادیر عددی پارامترهای واگن در جدول (۱) و مقادیر عددی پارامترهای جاذب دینامیکی در جدول (۲) نشان داده شده است. همان‌طور که اشاره شد، متغیرهای طراحی در بهینه‌سازی عبارتند از :

$$x_6 = c_c,\ x_5 = k_c,\ x_4 = c_p,\ x_3 = c_s,\ x_2 = k_p,\ x_1 = k_s$$

که محدوده‌ی انتخاب این متغیرها (قیدهای طراحی) در جدول (۳) معین شده است. با توجه به این که تابع بصورت ضمنی بیان شده است، با ساده کردن تابع به دو تابع هدف هم جنس از جنس دامنه و در نظر گرفتن مسئله بهینه‌سازی با دو تابع هدف، می‌خواهیم کمینه‌ترین مقدار دو تابع هدف را مد نظر قرار دهیم. رابطه‌ی بین دو تابع هدف در رابطه (12) نشان داده شده است.

$$F(x) = Min\{F_1(x), F_2(x)\} \tag{۱۲}$$

توابع بردار هدف بر حسب متغیرهای طراحی در حالت بدون جاذب و با جاذب دینامیکی بدست می‌آید که به ترتیب در روابط (۱۳) و (۱۴) نشان داده شده‌است. با توجه به توابع هدف به دست آمده، می‌توان به این نکته اشاره کرد که جرم جاذب تأثیری در تابع هدف و کمینه کردن تابع ندارد.

$$\begin{cases} F_1^2(x_i, \mathrm{i} = 1, ..., 4) = \left[\mathrm{A}_1^{(1/3)} - \left(\mathrm{B}_1/\mathrm{A}_1^{(1/3)}\right) - \mathrm{C}\right] \\ F_2^2(x_i, \mathrm{i} = 1, ..., 4) = \left[\left(\left(\mathrm{B}_1/2\mathrm{A}_1^{(1/3)}\right) - \frac{1}{2}\mathrm{A}_1^{(1/3)} - \mathrm{C}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\left(\mathrm{B}_1/\mathrm{A}_1^{(1/3)}\right) + \mathrm{A}_1^{(1/3)}\right)^2\right]^{(1/2)} \end{cases} \tag{۱۳}$$

$$\begin{cases} F_1^2(x_i, i = 1, 2, ..., 6) = \left[\mathrm{A}_2^{(1/3)} - \left(\mathrm{B}_2/\mathrm{A}_2^{(1/3)}\right) - \mathrm{C}\right] \\ F_2^2(x_i, i = 1, 2, ..., 6) = \left[\left(\left(\mathrm{B}_2/2\mathrm{A}_2^{(1/3)}\right) - \frac{1}{2}\mathrm{A}_2^{(1/3)} - \mathrm{C}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\left(\mathrm{B}_2/\mathrm{A}_2^{(1/3)}\right) + \mathrm{A}_2^{(1/3)}\right)^2\right]^{(1/2)} \end{cases} \tag{۱۴}$$

۵- نتیجه‌گیری

در این بخش ابتدا تأثیر جاذب دینامیکی بر منحنی پاسخ فرکانسی سیستم، مورد بررسی قرار گرفته و با در نظر گرفتن چندین حالت به بهینه‌سازی پارامترهای واگن و جاذب دینامیکی به منظور عملکرد مناسب، می‌پردازیم.

جدول ۱. پارامترهای واگن (You-WeiZhang (et al.), 2013) و (Zhang (et al.), 2011)

پارامتر	علائم	مقدار	واحد
جرم بدنه واگن	M	4×10^{4}	kg
جرم بوژی $j=1,2$	m_j	$2/4\times10^{4}$	kg
ممان اینرسی جرمی واگن حول محور Y	J	9×10^{4}	$kg\ m^2$
ممان اینرسی جرمی بوژی حول محور Y	J_j	1249	$kg\ m^2$
سختی فنرتعلیق ثانویه	k_s	$4/8\times10^{5}$	N/m
سختی فنرتعلیق اولیه	k_p	$2/34\times10^{6}$	N/m
ضریب میراگر تعلیق ثانویه	c_s	4×10^{4}	$N\ s/m$
ضریب میراگر تعلیق اولیه	c_p	4×10^{4}	$N\ s/m$
فاصله محور دو چرخ	$2l$	2/5	m
فاصله مرکز جرم دو بوژی	$2L$	17/5	m

جدول ۲. پارامترهای جاذب دینامیکی

پارامتر	علائم	مقدار	واحد
جرم جاذب $j=1,2$	m_{jc}	960	kg
سختی فنر جاذب	k_c	$1/17\times10^{۶}$	N/m
ضریب میراگر جاذب	c_c	1×10^{4}	$N\ s/m$

جدول ۳. محدوده متغیرهای طراحی (You-WeiZhang (et al.), 2013)

پارامتر	علائم	حد پائین	حد بالا
سختی فنرتعلیق ثانویه	k_s	1×10^{4}	۱×۱۰^{۶}
سختی فنرتعلیق اولیه	k_p	1×10^{5}	۱×۱۰^{۷}
ضریب میراگر تعلیق ثانویه	c_s	1×10^{3}	۵×۱۰^{۴}
ضریب میراگر تعلیق اولیه	c_p	1×10^{3}	۵×۱۰^{۴}
سختی فنر جاذب	k_c	$0/5\times10^{5}$	$۰/۵\times۱۰^{۷}$
ضریب میراگر جاذب	c_c	$0/25\times10^{3}$	$۰/۲۵\times۱۰^{۵}$

۵-۱- منحنی پاسخ فرکانسی

تأثیر جاذب دینامیکی بر منحنی پاسخ فرکانسی سیستم غیرخطی، با استفاده از روابط (۹)، (۱۰) و با معین نمودن پارامترهای واگن، مورد بررسی قرار می‌گیرد. همان‌طور که در جدول (۱) بیان شد، مقدار پارامترهای دو بوژی با هم برابر در نظر گرفته شده است. در این بخش به بررسی تأثیر کاهش دامنه بر اثر جاذب دینامیکی در حالت تشدید اولیه با افزایش ضریب غیرخطی سیستم (δ) و توصیف منحنی پاسخ فرکانسی در دو حالت می‌پردازیم. مقدار ضریب غیرخطی را در دو حالت ۰/۴ و $\delta=$ ۰/۰۲ بررسی می‌کنیم، و همچنین در یک حالت خاص ($\delta=0$) که معرف خطی شدن سیستم است، تأثیر جاذب دینامیکی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این بررسی مقدار دامنه تحریک همان‌طور که اشاره شد بسیار کوچک بوده و برابر $\bar{k}=۰/۰۵$ است.

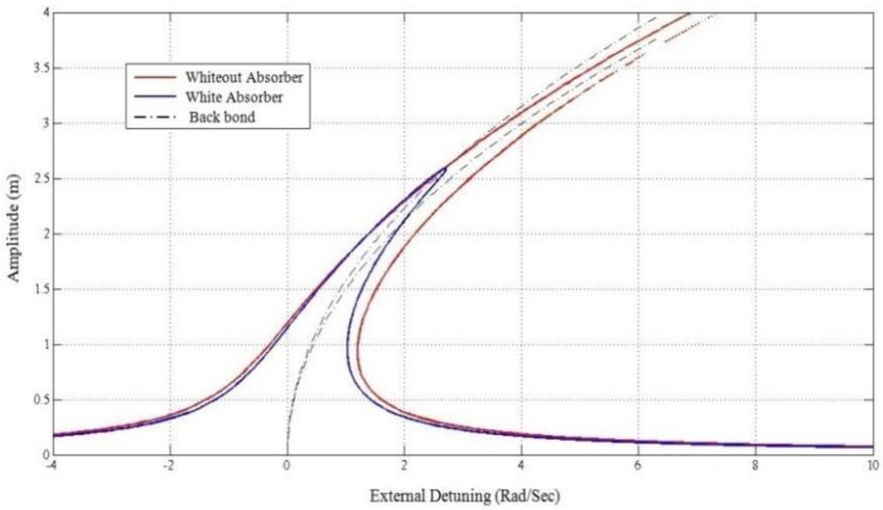
حالت اول : $\delta =$ ۰/۰۲

با قرار دادن مقدار ضریب غیرخطی در معادلات (۹) و (۱۰)، منحنی پاسخ فرکانسی و منحنی Back bond، همانطور که در شکل (۴) مشخص شده، رسم شده است.

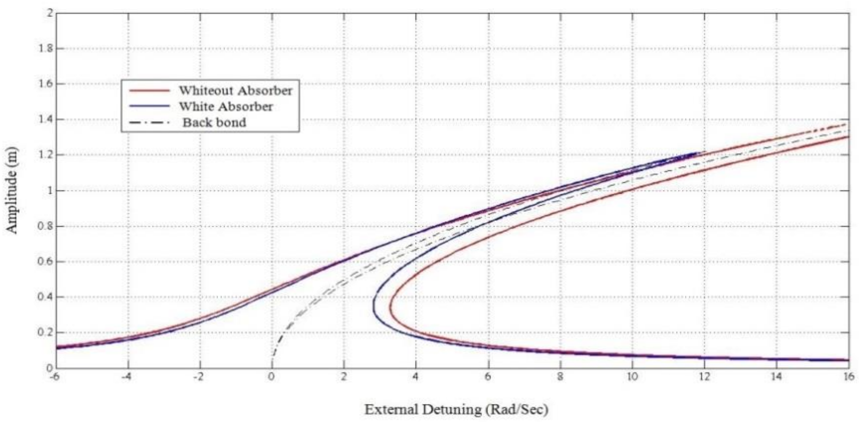
با توجه به نمودارهای رسم شده قابل مشاهده است که، با استفاده از جاذب دینامیکی دامنه پاسخ فرکانسی کاهش یافته و شیب منحنی Back bond نیز به سمت پایداری (شیب بی‌نهایت) سوق داده شده است. همانطور که مشاهده می شود، ضریب غیرخطی مثبت بوده و نمودارهای پاسخ فرکانسی سخت شونده هستند.

حالت دوم : $\delta =$ ۰/۴

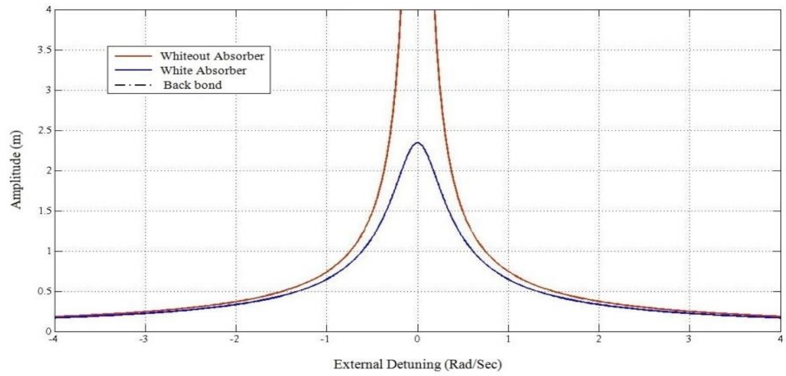
با افزایش مقدار ضریب غیرخطی، و مقایسه نمودارهای شکل (۴) و(۵)، می‌توان گفت که دامنه کاهش یافته اما با افزایش ناپایداری مواجه هستیم و شیب منحنی Back bond سیستم اصلی به سمت ناپایداری سوق داده شده، اما اثر جاذب بگونه‌ای است که دامنه را کاهش داده و همچنین مشابه عملکرد در حالت قبل، باعث شده تا شیب منحنی Back bond به سمت پایداری سوق یابد. با انتخاب بهینه مقادیر جاذب، می‌توان ماکزیمم دامنه را بیش‌تر کاهش داد.



شکل ۴. بررسی منحنی پاسخ فرکانسی با $\delta =$ ۰/۰۲



شکل ۵. بررسی منحنی پاسخ فرکانسی با $\delta =$ ۰/۴



شکل ۶. بررسی منحنی پاسخ فرکانسی با $\delta = 0$

حالت خاص : $\delta = 0$

در این حالت با صفر شدن ضریب غیرخطی، سیستم به یک سیستم خطی تبدیل می‌شود که از نمودار شکل (۶) قابل مشاهده است. منحنی Back bond در شرایط پایدار قرار گرفته است و جاذب دینامیکی باعث کاهش ماکزیمم دامنه شده است.

۵-۲- بهینه‌سازی

با جایگذاری مقادیر ثابت $\bar{k} = ۰/۰۵$ و $\delta = ۰/۴$ در معادلات تابع هدف که در روابط (۱۳) و (۱۴) مشخص شده و با توجه به مثال‌های ارائه شده و بدست آوردن تابع هدف هر مثال، به بهینه‌سازی پارامترهای مورد نظر می‌پردازیم. قیدهای مثال‌های بهینه‌سازی برای متغیرهای طراحی در جدول (۳) آمده است. مقدار عددی پارامترهایی که در مثال‌های ارائه شده جزء متغیرهای طراحی نیستند، همان مقادیر جدول (۱) است.

۵-۲-۱- بهینه‌سازی پارامترهای سیستم شش درجه آزادی واگن

با جایگذاری مقادیر ثابت در رابطه (۱۳)، دو تابع هدف برای سیستم بدون جاذب به صورت رابطه (۱۵) بیان می‌شود. در این مثال متغیرهای طراحی عبارتند از: $x_4 = c_p,\ x_3 = c_s,\ x_2 = k_p,\ x_1 = k_s$. همانطور که گفته شد، با تعیین مقدار جمعیت و تعداد نسل‌های الگوریتم، به بررسی بهینه‌کردن تابع هدف می‌پردازیم. جدول (۴) مقادیر پارامترهای الگوریتم و جواب‌های به دست آمده برای متغیرهای طراحی و مقدار کمینه دامنه توسط الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد.

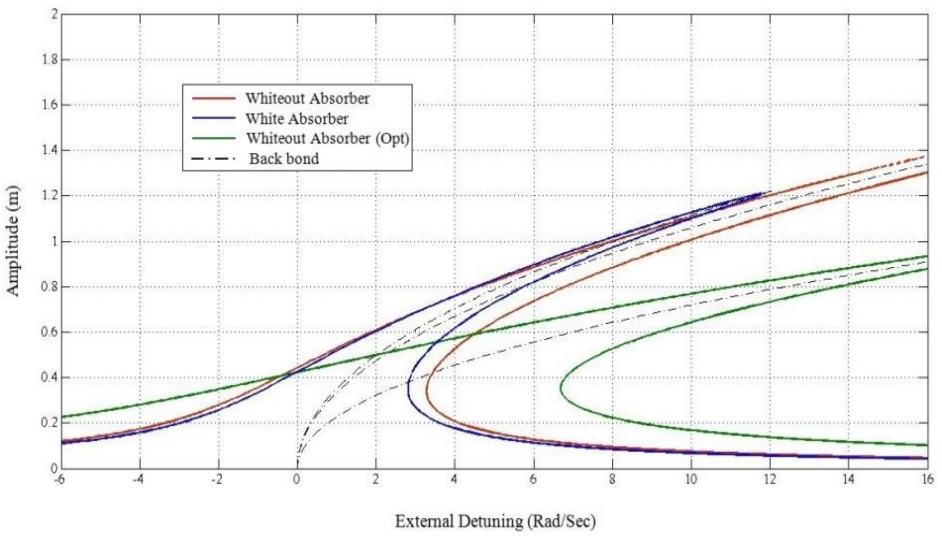
در جدول (۴)، اثر عملگر جهش و همچنین اثر تعداد نسل بر روی جواب الگوریتم بررسی شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، با تنظیم پارامترهای الگوریتم با مقادیر $N_{POP} = 700,\ N_{GEN} = 75,\ N_{MUT} = 1$ با کمترین مقدار تابع مواجه می‌شویم. شکل (۷) نمودار پاسخ فرکانسی سیستم را برای حالت بهین در مقایسه با سیستم با و بدون جاذب دینامیکی نشان می‌دهد. با توجه به ارقام جدول، به این نتیجه می‌رسیم که مقدار بهین متغیرهای طراحی به سمت حد پائین قیدهای طراحی میل دارند و این قابل مشاهده است.

$$F(x) = Min\left\{F_1(x), F_2(x)\right\}$$

$$\begin{cases} F_1(x_i,\ i = 1, \dots, 4) = \left[\left(A_1(1)\right)^{\frac{1}{3}} - \left(B_1(1) \big/ \left(A_1(1)\right)^{\frac{1}{3}}\right) - C(1)\right]^{(1/2)} \\ F_2(x_i,\ i = 1, \dots, 4) = \left[\left(\left(B_1(1) \big/ 2\left(A_1(1)\right)^{\frac{1}{3}}\right) - \frac{1}{2}\left(A_1(1)\right)^{\frac{1}{3}} - C(1)\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\left(B_1(1) \big/ \left(A_1(1)\right)^{\frac{1}{3}}\right) + \left(A_1(1)\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2\right]^{(1/4)} \end{cases} \quad (۱۵)$$

جدول ۴. مقادیر بهین توسط الگوریتم ژنتیک برای مثال۱

ردیف	تعداد جمعیت (Population) N_{POP}	تعداد نسل (تکرار) (Generation) N_{GEN}	عملگر جهش (Mutation) N_{MUT}	مقادیر بهین متغیرهای طراحی x_1	x_2	x_3	x_4	مقدار بهین تابع $F(x)$
۱	۱۰۰	۲۰	۰	$۱۰^{۴}$	۹۹۴۲۶۳۰۰/۸۵	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۰/۹۵۳۹۰۷
۲			۰/۱	۴۵۶۵۵/۸۵	۹۸۰۱۳۹۴/۱۹	۱۹۰۷/۹۶	۱۸۱۲/۳۸	۱/۰۹۲۵۳۶
۳			۱	$۱۰^{۴}$	۹۹۴۳۳۶۷/۹۲	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۰/۹۵۴۳۱۴
۴		۷۵	۰	۳۳۱۵۶۷/۰۹	۹۷۸۲۷۶۷/۸۲	۲۵۲۰/۶۶	$۱۰^{۳}$	۱/۰۵۴۱۶۵
۵			۰/۱	۲۰۴۷۳/۳۴	۹۸۸۲۱۲۳/۸۵	۱۱۱۷/۵۲	$۱۰^{۳}$	۰/۹۶۷۰۸۵
۶			۱	۱۳۸۸۳/۸۳	۹۹۸۳۵۱۲/۶۲	۱۰۹۴/۶۸	۱۰۱۳/۴۳	۰/۹۶۲۱۳۳
۷	۷۰۰	۲۰	۰	$۱۰^{۴}$	۹۸۸۲۷۶۶/۸۱	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۰/۹۵۸۹۵۲
۸			۰/۱	$۱۰^{۴}$	۹۹۸۷۸۶۸/۵۶	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۰/۹۵۰۱۸۷
۹			۱	$۱۰^{۴}$	۹۹۹۷۷۰۱/۱۸	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۰/۹۴۸۱۲۳
۱۰		۷۵	۰	$۱۰^{۴}$	۹۸۹۴۱۷۸/۳۶	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۰/۹۴۹۵۴۵
۱۱			۰/۱	$۱۰^{۴}$	۹۹۹۷۲۱۴/۵۶	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۰/۹۴۸۳۵۶
۱۲			۱	$۱۰^{۴}$	۹۹۹۷۵۸۸/۵۳	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	*۰/۹۴۷۷۴۳



شکل ۷. بررسی منحنی پاسخ فرکانسی سیستم با و بدون جاذب و مقایسه با مثال ۱

همان‌طور که از نمودار شکل (۷) قابل مشاهده است، مقدار دامنه کاهش پیدا کرده ولی می‌توان به این نکته اشاره کرد که ناپایداری نسبت به وضعیت سیستم اصلی بدون جاذب دینامیکی افزایش یافته، چرا که برای کاهش دامنه در سیستم غیرخطی بدون وجود جاذب، ناپایداری افزایش می‌یابد.

۵-۲-۲- بهینه‌سازی پارامترهای جاذب دینامیکی

در مثال ۲، با جایگذاری مقادیر ثابت و همچنین مقادیر c_p، c_s، k_p، k_s از جدول (۱) در رابطه (۱۴)، دو تابع هدف برای سیستم با اتصال جاذب دینامیکی، به صورت رابطه (۱۶) بیان می‌شود. در این مثال متغیرهای طراحی عبارتند از: $x_5 = k_c$، $x_6 = c_c$. جدول (۵) مقادیر پارامترهای الگوریتم و

جواب‌های بدست آمده برای متغیرهای طراحی و مقدار کمینه دامنه توسط الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد. شکل(۸) نمودار پاسخ فرکانسی را در حالت بهترین عملکرد جاذب دینامیکی نشان می‌دهد. با توجه به مشخصات منحنی پاسخ فرکانسی می‌توان نتیجه گرفت که هم دامنه کاهش یافته و هم پاسخ فرکانسی به سمت پایداری سوق داده شده است.

۵-۲-۳- بهینه‌سازی همزمان پارامترهای سیستمشش درجه آزادی واگن و جاذب دینامیکی

درمثال ۳، با جایگذاری مقادیر ثابت در رابطه (۱۴)، دو تابع هدف سیستم مورد نظر با هشت درجه آزادی به صورت رابطه (۱۷) بیان می‌شود. در این مثال متغیرهای طراحی عبارتند از:

$$x_6 = c_c,\ x_5 = k_c,\ x_4 = \mathrm{c}_p,\ x_3 = \mathrm{c}_s,\ x_2 = k_p,\ x_1 = k_s$$

جدول (۶) مقادیر پارامترهای الگوریتم و جواب‌های بدست آمده برای متغیرهای طراحی و مقدار کمینه دامنه توسط الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد.

$$\begin{cases} F_1(x_i, \mathrm{i}=5,6) = \left[\left(\mathrm{A}_2(1)\right)^{\frac{1}{3}} - \left(\mathrm{B}_2(1) \big/ \left(\mathrm{A}_2(1)\right)^{\frac{1}{3}}\right) - \mathrm{C}(1)\right]^{(1/2)} \\ F_2(x_i, \mathrm{i}=5,6) = \left[\left(\left(\mathrm{B}_2(1) \big/ 2\left(\mathrm{A}_2(1)\right)^{\frac{1}{3}}\right) - \frac{1}{2}\left(\mathrm{A}_2(1)\right)^{\frac{1}{3}} - \mathrm{C}(1)\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\left(\mathrm{B}_2(1) \big/ \left(\mathrm{A}_2(1)\right)^{\frac{1}{3}}\right) + \left(\mathrm{A}_2(1)\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2\right]^{(1/4)} \end{cases} \quad (۱۶)$$

جدول ۵. مقادیر بهین توسط الگوریتم ژنتیک برای مثال۲

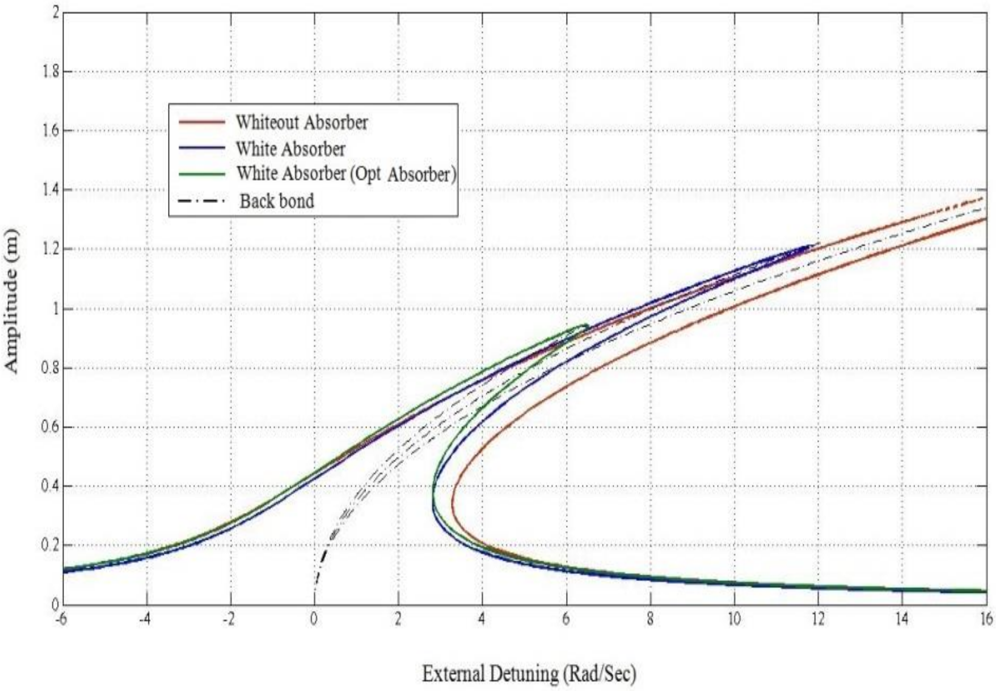
ردیف	تعداد جمعیت (Population) N_{POP}	تعداد نسل (تکرار) (Generation) N_{GEN}	عملگر جهش (Mutation) N_{MUT}	مقادیر بهین متغیرهای طراحی x_5	x_6	مقدار بهین تابع $F(x)$
۱	۱۰۰	۲۰	۰	۵۰×۱۰^۳	۲۵۰	۰/۹۲۴۲۷۸
۲			۰/۱	۵۰×۱۰^۳	۲۵۰	۰/۹۲۴۲۷۸
۳			۱	۵۰×۱۰^۳	۲۵۰	۰/۹۲۴۲۷۸
۴		۷۵	۰	۵۰×۱۰^۳	۲۵۰	۰/۹۲۴۲۷۸
۵			۰/۱	۵۰×۱۰^۳	۲۵۰	۰/۹۲۴۲۷۸
۶			۱	۵۰×۱۰^۳	۲۵۰	۰/۹۲۴۲۷۸

$$\begin{cases} F_1(x_i, \mathrm{i}=1,2,\ldots,6) = \left[\left(\mathrm{A}_2(2)\right)^{\frac{1}{3}} - \left(\mathrm{B}_2(2) \big/ \left(\mathrm{A}_2(2)\right)^{\frac{1}{3}}\right) - \mathrm{C}(1)\right]^{(1/2)} \\ F_2(x_i, \mathrm{i}=1,2,\ldots,6) = \left[\left(\left(\mathrm{B}_2(2) \big/ 2\left(\mathrm{A}_2(2)\right)^{\frac{1}{3}}\right) - \frac{1}{2}\left(\mathrm{A}_2(2)\right)^{\frac{1}{3}} - \mathrm{C}(1)\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\left(\mathrm{B}_2(2) \big/ \left(\mathrm{A}_2(2)\right)^{\frac{1}{3}}\right) + \left(\mathrm{A}_2(2)\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2\right]^{(1/4)} \end{cases} \quad (۱۷)$$

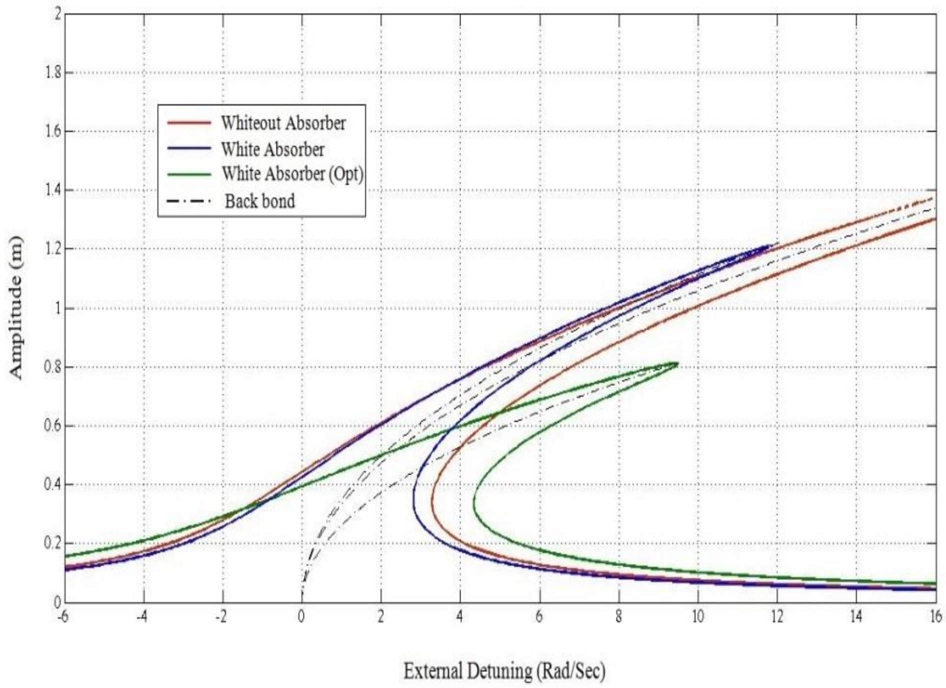
جدول ۶. مقادیر بهین توسط الگوریتم ژنتیک برای مثال۳

ردیف	تعداد جمعیت (Population) N_{POP}	تعداد نسل (تکرار) (Generation) N_{GEN}	عملگر جهش (Mutation) N_{MUT}	مقادیر بهین متغیرهای طراحی x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	مقدار بهین تابع $F(x)$
۱	۱۰۰	۲۰	۰	$۱۰^{۴}$	۹۹۳۵۷۹۹/۹۲	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۵۰×۱۰^{۳}	۲۵۰	۰/۸۱۱۸۹۶
۲			۰/۱	$۱۰^{۴}$	۹۹۸۷۹۱۴/۸۳	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۵۰×۱۰^{۳}	۲۵۰	۰/۸۱۱۳۳۵
۳			۱	۸۶۲۳۵/۱۲	۹۳۸۸۹۹۹/۰۹	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۵۰×۱۰^{۳}	۲۵۰	۰/۸۱۸۶۳۱
۴		۷۵	۰	$۱۰^{۴}$	۹۱۸۱۹۸۱/۸۹	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۵۰×۱۰^{۳}	۲۵۰	۰/۸۲۰۶۷۴
۵			۰/۱	۴۸۵۶۱/۱۸	۹۷۴۳۶۹۶/۴۳	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۵۰×۱۰^{۳}	۲۵۰	۰/۸۱۴۲۷۵
۶			۱	۲۵۱۰۹/۰۱	۹۹۳۵۲۱۰/۳۲	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۵۰×۱۰^{۳}	۲۵۰	۰/۸۱۱۹۸۶
۷	۷۰۰	۲۰	۰	$۱۰^{۴}$	۹۹۵۳۸۱۲/۹۳	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۵۰×۱۰^{۳}	۳۰۲	۰/۹۲۰۰۲۱
۸			۰/۱	۶۵۵۲۷/۸۳	۹۹۰۱۸۳۸/۵۱	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۸۱۹۸۸/۶	۲۵۰	۰/۸۱۲۷۵۹
۹			۱	۱۶۵۴۹/۴۳	۹۹۷۴۴۱/۴۷	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۵۰×۱۰^{۳}	۲۵۰	۰/۸۱۱۴۹۳
۱۰		۷۵	۰	$۱۰^{۴}$	۹۹۳۷۱۰۵/۲۷	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۵۰×۱۰^{۳}	۲۵۰	۰/۸۱۱۸۸۲
۱۱			۰/۱	$۱۰^{۴}$	۹۹۶۳۰۱۸/۵۷	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۵۰×۱۰^{۳}	۲۵۰	۰/۸۱۱۵۹۴
۱۲			۱	$۱۰^{۴}$	۹۹۹۷۳۹۵/۷۵	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۳}$	۵۰×۱۰^{۳}	۲۵۰	*۰/۸۱۱۲۷۵

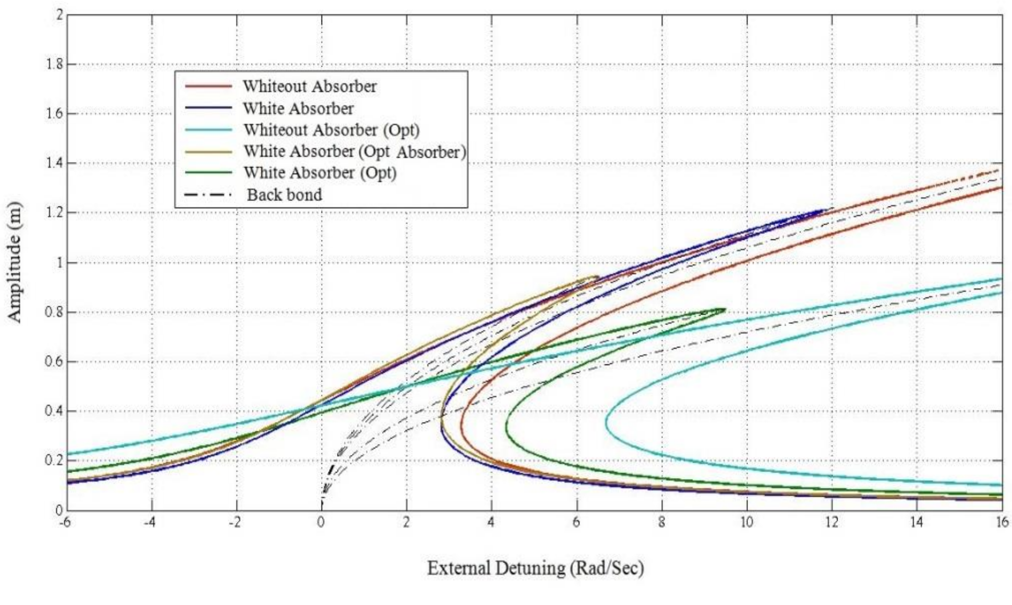
در مقایسه نمودار شکل (۸) و (۹)، جاذب دینامیکی علاوه بر کاهش دامنه باعث سوق دادن نمودار پاسخ فرکانسی به سمت پایداری شده‌است. این امر در شکل (۱۰) که نمودارهای مثال‌های ارائه شده را با هم مقایسه می‌کند، مشهود است.



شکل ۸. بررسی منحنی پاسخ فرکانسی سیستم با و بدون جاذب و مقایسه با مثال ۲



شکل ۹. بررسی منحنی پاسخ فرکانسی سیستم با و بدون جاذب و مقایسه با مثال ۳



شکل ۱۰. بررسی منحنی‌های پاسخ فرکانسی

با مشاهده منحنی‌های شکل (۱۰)، با بهینه‌سازی پارامترهای سیستم اصلی با هدف کمینه کردن دامنه پاسخ فرکانسی، دامنه کاهش یافته ولی منحنی Back bond به سمت ناپایداری سوق داده شده و با بهینه‌سازی پارامترهای جاذب دینامیکی، علاوه بر کاهش دامنه، منحنی Back bond به سمت پایداری سوق داده شده و در حالت بهینه‌سازی کل سیستم با جاذب دینامیکی، انتظار می‌رود که منحنی پاسخ فرکانسی مابین و دامنه‌ی آن کمتر از دو منحنی مثال ۱ و ۲ بوده و جاذب دینامیکی باعث شده تا منحنی Back bond به سمت پایداری حرکت کند.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله به تحلیل دینامیکی یک سیستم تعلیق شش درجه آزادی غیرخطی پرداخته شد. به منظور کنترل غیرفعال ارتعاشات تشدید اولیه سیستم غیرخطی با میراگر و کمینه‌سازی دامنه سیستم، از یک جاذب دینامیک ارتعاشی در سیستم استفاده شد که معادله‌ی پاسخ فرکانسی سیستم در حالت بدون جاذب و حالت اتصال جاذب دینامیکی روی سیستم اصلی با هم مورد مقایسه قرار گرفتند. با استفاده از الگوریتم ژنتیک به بررسی بهترین عملکرد پارامترهای سیستم اصلی و جاذب دینامیکی در سیستم تعلیق شش درجه آزادی واگن پرداخته شد. با ارائه چندین مثال و بررسی نتایج حاصل از آن در حالت‌های مختلف بهینه‌سازی به این نتیجه دست یافته شد که با بدست آوردن مناسب پارامترهای جاذب با استفاده از کمینه‌سازی دامنه در بهینه‌سازی، می‌توان با اطمینان از یک جاذب دینامیکی برای کنترل ارتعاشات تشدید اولیه و کاهش دامنه پاسخ سیستم تعلیق غیرخطی واگن از مرتبه سوم استفاده کرد. با به‌دست آوردن پارامترهای بهین اصلی سیستم، دامنه کاهش یافته اما ناپایداری بیشتر شده و دامنه جهش کاهش یافته است. با انتخاب مناسب پارامترهای جاذب دینامیکی، به کاهش چند شاخگی، پدیده پرش و پسماند می‌انجامد. در نهایت لازم به ذکر است، که به دلیل تفاوت ذاتی موجود بین پاسخ رزونانسی سیستم خطی با غیرخطی، نیازی به تنظیم فرکانس طبیعی جاذب خطی با فرکانس خطی متناظر سیستم غیرخطی اولیه وجود ندارد.

۷- سپاسگزاری

از معاونت مطالعات و برنامه‌ریزی اداره واگن‌های باری، مهندس محسن شاه‌حسینی که با دلسوزی و راهنمایی‌ها در مدت انجام پروژه متحمل زحمات فراوان گردیده‌اند، تشکر می‌نماییم.

۸- پی‌نوشت‌ها

1. Multiple Time Scale
2. Passive Control
3. Genetic Algorithm
4. Ride Quality
5. Road Roughness
6. Ride Comfort
7. Bifurcation Saddle Point
8. Jump Phenomenon
9. Hysteresis Phenomenon
10. Piecewise Linear Beam
11. Qubic Nonlinear
12. Detuning
13. Principle Of Survival Of The Fittest

۹- مراجع

- اسماعیلی، م.، احمدی، م. ر.، فتحعلی، م. و شادفر، م.، (۱۳۹۲)، "تأثیر پارامترهای روسازی خط ریلی در وقوع پدیده واژگونی واگن"، پژوهشنامه حمل و نقل، سال دهم، شماره اول، بهار، ص. ۱-۱۵.

- اسماعیلی، م.، و حیدری نوقابی، ح. ر.، (۱۳۹۱)، "ارزیابی سه‌بعدی رفتار خطوط ریلی به روش عددی در تحریک زلزله"، پژوهشنامه حمل و نقل، سال نهم، شماره دوم، تابستان، ص. ۹۷-۱۱۵.

- اسماعیلی، م.، و فشارکی، م.، (۱۳۹۱)، "بررسی تأثیر مشخصات خاکریز راه‌آهن سریع‌السیر بر ارتعاشات در محیط اطراف"، پژوهشنامه حمل و نقل، سال نهم، شماره اول، بهار، ص. ۱-۱۴.

- علیزاده کاکلر، ج.، قاجار، ر. و توکلی، ح.، (۱۳۹۰)، "مدلسازی و تحلیل دینامیکی واگن مسافری سرعت بالا در سامانه ریلی ایران"، مجله مهندسی حمل و نقل، سال سوم، شماره دوم، زمستان، ص. ۱۲۵-۱۴۱.

- ملاطفی، ح.، و ایزدبخش، س.، (۱۳۹۰)، "تحلیل و تست نرخ زوال ارتعاشات درخط آهن بالاستی"، پژوهشنامه حمل و نقل، سال هشتم، شماره چهارم، زمستان ۱۳۹۰، ص. ۳۸۹-۴۰۱.

- میرمحمد صادقی، س. ج.، و هاشمی رضوانی، ف.، (۱۳۹۰)، "بررسی تأثیر سرعت بر نشست خط در راه‌آهن‌های سریع‌السیر"، پژوهشنامه حمل و نقل، سال هشتم، شماره چهارم، زمستان، ص. ۴۱۵-۴۲۴.

- Hunt, J. B. and Nissen, J. C., (1982), "The broadband dynamic vibration absorber", Journal of Sound and Vibration, Vol. 83, No. 4, pp. 573–578.

- Ji, J. C. and Zhang, N., (2010), "Suppression of the primary resonance vibrations of a forced nonlinear system using a dynamic vibration absorber", Journal of Sound and Vibration, Vol. 329, No. 11, pp. 2044–2056.

- Kaveh, A. and Shojaee, S., (2007), "Optimal design of skeletal structures using ant colony optimization", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 70, No. 5, pp. 563–581.

- Kinnear, K. E., (1993), "Generality and Difficulty in Genetic Programming: Evolving a Sort", In Proceeding of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms, (Ed. Forrest, S.). Morgan Kaufmann, San Mateo, CA, pp. 287-294.

- Nath, Y. and Javadeh, K., (2005), "Influence of yaw stiffness on the nonlinear dynamics of railway wheel set", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 10, No. 2, pp. 179-190.

- Natsiavas, S. and Tratskas, P., (1995), "On Vibration Isolation of Mechanical Systems with Nonlinear Foundation", Department of Mechanical Engineering, Aristotle University.

- Nayfeh, A. H. and Mook, D. T., (1979), "Nonlinear Oscillations", Wiley Interactions, New York.

- Rao, S. S., (2001), "Mechanical Vibration", 4th Edition, Person Prentice Hall, New Jersey.

- Sun, L., Cai, X. and Yang, J., (2007), "Genetic algorithm-based optimum vehicle suspension design using minimum dynamic pavement load as a design criterion", Journal of Sound and Vibration, Vol. 301, No. 1-2, pp. 18–27.

- Timoshenko, S. and Young, D. H., (1995) "Vibration Problems in Engineering", New

- Baumal, A.E., McPhee, J.J. and Calamai, P.H., (1998), "Application of genetic algorithms to the design optimization of an active vehicle suspension system", Journal of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 163, pp. 87-94.

- Bonsel, J. H., Fey, R. H. B. and Nijmeijer, H., (2004), "Application of a dynamic vibration absorber to a piecewise linear beam system", Nonlinear Dynamics, Vol. 37, pp. 227–243.

- Camp, C. V. and Bichon, B. J., (2004), "Design of space trusses using ant colony optimization", Journal of Structural Engineering, Vol. 130, No. 5, pp. 741–751.

- Camp, C. V., Bichon, B. J. and Stovall, S. P., (2005) "Design of Steel Frames Using Ant Colony Optimization", Journal of Structural Engineering, Vol. 131, No. 3, pp. 369-379.

- Cheng, Y. Ch., Lee, S. Y. and Chen, H. H., (2009), "Modelling and nonlinear hunting stability analysis of high-speed railway vehicle moving on curved tracks", Journal of Sound and Vibration, Vol. 324, pp. 139–160.

- Efstathiades, G. J., (1968), "Sub harmonic instability in nonlinear two-degree-of-freedom systems", International Journal of Mechanical Science, Vol. 10, No. 10, pp. 829-847.

- Ferrara, R., Leonardi, G. and Jourdan, F., (2012), "Numerical Modelling of Train Induced Vibrations", Journal of Procedia-Social and Behavioral Sciences, Vol. 53, pp. 155–165.

- Ghasemi, M. R., (1996), "Structural optimization of Trusses and Axis symmetric Shells Using Gradient based Methods and Genetic Algorithms", Department of Civil Engineering University of Wales Swansea, November.

- Hunt, J. B., (1979), "Dynamic Vibration Absorber", Mechanical Engineering Publications, London.

York: Van Nostrand.

- Tobias, S. A., (1959) "Design of small isolator units for the suppression of low-frequency vibration", Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 1, No. 3, pp. 280-292.

- Yang, Y. B. and Wu, Y. S., (2002) "Dynamic stability of trains moving over bridges shaken by earthquakes", Journal of Sound and Vibration, Vol. 258, No. 1, pp. 65–94.

- You-WeiZhang, YanZhao, Ya-HuiZhang, Jia-HaoLin and Xing-WenHe (2013) "Riding comfort optimization of railway trains based on pseudo-excitation method and simplistic method", Journal of Sound and Vibration, Vol. 332, No. 21, pp. 5255-5270.

- Zhang, Zh., Zhang, Y., Lin, J., Zhao, Y., Howson, W. P. and Williams, F. W., (2011) "Random vibration of a train traversing a bridge subjected to traveling seismic waves", Journal of Engineering Structures, Vol. 33, No. 12, pp. 3546–3558.

پیوست

$$
\left\{
\begin{array}{l}
A_1 = \left\langle \left(\left(\dfrac{\left[\left(2+3\delta\bar{k}^2\right)^2 - 3\left(\delta^2\bar{k}^3+\delta+4\bar{k}^2\right)\right]\bar{k}^2x_2^2 \; + \; 2\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1\right)\left(2x_4+x_3\right)^2}{m_1}\right]}{27\delta^2x_2^2} \right)^2 + \left(\dfrac{8\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1\right)\left(2x_4+x_3\right)^2}{m_1}\right] - \left[\delta^2\bar{k}^2+2\left(\delta+4\bar{k}^2\right)\right]3\bar{k}^2x_2^2}{27\delta^2x_2^2} \right)^3 \right)^{1/2} + \left(\dfrac{\left[\left(2+3\delta\bar{k}^2\right)^2 - 3\left(\delta^2\bar{k}^3+\delta+4\bar{k}^2\right)\right]\bar{k}^2x_2^2 \; + \; 2\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1\right)\left(2x_4+x_3\right)^2}{m_1}\right]}{27\delta^2x_2^2} \right) \right\rangle \\
B_1 = \left(\dfrac{8\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1\right)\left(2x_4+x_3\right)^2}{m_1}\right] - \left[\delta^2\bar{k}^2+2\left(\delta+4\bar{k}^2\right)\right]3\bar{k}^2x_2^2}{27\delta^2x_2^2} \right), \quad C = \left(\dfrac{\bar{k}^2}{3}\right)
\end{array}
\right.
$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
A_2 = \left\langle \left(\left(\dfrac{\left[\left(2+3\delta\bar{k}^2\right)^2 - 3\left(\delta^2\bar{k}^3+\delta+4\bar{k}^2\right)\right]\bar{k}^2x_2^2 \; + \; 2\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1+x_5\right)\left(2x_6+2x_4+x_3\right)^2}{m_1}\right]}{27\delta^2x_2^2} \right)^2 + \left(\dfrac{8\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1+x_5\right)\left(2x_6+2x_4+x_3\right)^2}{m_1}\right] - \left[\delta^2\bar{k}^2+2\left(\delta+4\bar{k}^2\right)\right]3\bar{k}^2x_2^2}{27\delta^2x_2^2} \right)^3 \right)^{1/2} + \left(\dfrac{\left[\left(2+3\delta\bar{k}^2\right)^2 - 3\left(\delta^2\bar{k}^3+\delta+4\bar{k}^2\right)\right]\bar{k}^2x_2^2 \; + \; 2\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1+x_5\right)\left(2x_6+2x_4+x_3\right)^2}{m_1}\right]}{27\delta^2x_2^2} \right) \right\rangle \\
B_2 = \left(\dfrac{8\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1+x_5\right)\left(2x_6+2x_4+x_3\right)^2}{m_1}\right] - \left[\delta^2\bar{k}^2+2\left(\delta+4\bar{k}^2\right)\right]3\bar{k}^2x_2^2}{27\delta^2x_2^2} \right), \quad C = \left(\dfrac{\bar{k}^2}{3}\right)
\end{array}
\right.
$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
A_{1\,(1)} = \left\langle \left(\left(\dfrac{\left(6.955\times10^{-3}\right)^2 x_2^2 \; + \; \left[\dfrac{\left(2x_2+x_1\right)\left(2x_4+x_3\right)^2}{1.2\times10^3}\right]}{4.32x_2^2} \right)^2 + \left(\dfrac{\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1\right)\left(2x_4+x_3\right)^2}{0.3\times10^3}\right] - \left(6.153\times10^{-3}\right)x_2^2}{4.32x_2^2} \right)^3 \right)^{1/2} + \left(\dfrac{\left(6.955\times10^{-3}\right)^2 x_2^2 \; + \; \left[\dfrac{\left(2x_2+x_1\right)\left(2x_4+x_3\right)^2}{1.2\times10^3}\right]}{4.32x_2^2} \right) \right\rangle \\
B_{1\,(1)} = \left(\dfrac{\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1\right)\left(2x_4+x_3\right)^2}{0.3\times10^3}\right] - \left(6.153\times10^{-3}\right)x_2^2}{4.32x_2^2} \right), \quad C_{(1)} = \left(\dfrac{0.0025}{3}\right)
\end{array}
\right.
$$

$$
\begin{cases}
A_{2(1)} = \left\langle \left(\left(\dfrac{\left(264.8658\times10^{6}\right) + \left[\dfrac{\left(\left[51.6\times10^{5}\right]+x_5\right)\left(2x_6+\left[12\times10^{4}\right]\right)^{2}}{1.2\times10^{3}} \right]}{23.6546\times10^{12}} \right)^{2} + \left(\dfrac{\left[\dfrac{\left(\left[51.6\times10^{5}\right]+x_5\right)\left(2x_6+\left[12\times10^{4}\right]\right)^{2}}{0.3\times10^{3}} \right] - \left(33.6913\times10^{9}\right)}{23.6546\times10^{12}} \right)^{3} \right)^{1/2} + \left(\dfrac{\left(264.8658\times10^{6}\right) + \left[\dfrac{\left(\left[51.6\times10^{5}\right]+x_5\right)\left(2x_6+\left[12\times10^{4}\right]\right)^{2}}{1.2\times10^{3}} \right]}{23.6546\times10^{12}} \right) \right\rangle \\[2ex]
B_{2(1)} = \left(\dfrac{\left[\dfrac{\left(\left[51.6\times10^{5}\right]+x_5\right)\left(2x_6+\left[12\times10^{4}\right]\right)^{2}}{0.3\times10^{3}} \right] - \left(33.6913\times10^{9}\right)}{23.6546\times10^{12}} \right), \quad C_{(1)} = \left(\dfrac{0.0025}{3} \right)
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
A_{2(2)} = \left\langle \left(\left(\dfrac{\left(6.955\times10^{-3}\right)^{2} x_2^{2} + \left[\dfrac{\left(2x_2+x_1+x_5\right)\left(2x_6+2x_4+x_3\right)^{2}}{1.2\times10^{3}} \right]}{4.32x_2^{2}} \right)^{2} + \left(\dfrac{\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1+x_5\right)\left(2x_6+2x_4+x_3\right)^{2}}{0.3\times10^{3}} \right] - \left(6.153\times10^{-3}\right)x_2^{2}}{4.32x_2^{2}} \right)^{3} \right)^{1/2} + \left(\dfrac{\left(6.955\times10^{-3}\right)^{2} x_2^{2} + \left[\dfrac{\left(2x_2+x_1+x_5\right)\left(2x_6+2x_4+x_3\right)^{2}}{1.2\times10^{3}} \right]}{4.32x_2^{2}} \right) \right\rangle \\[2ex]
B_{2(2)} = \left(\dfrac{\left[\dfrac{\left(2x_2+x_1+x_5\right)\left(2x_6+2x_4+x_3\right)^{2}}{0.3\times10^{3}} \right] - \left(6.153\times10^{-3}\right)x_2^{2}}{4.32x_2^{2}} \right), \quad C_{(1)} = \left(\dfrac{0.0025}{3} \right)
\end{cases}
$$