

مکان‌یابی فرودگاه استان سمنان با استفاده از روشهای تاپسیس و مکان‌یابی مرکز

جعفر فتحعلی*، استادیار، دانشکده ریاضی، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

فرشته السادات میرجلالی، کارشناس ارشد، دانشکده ریاضی، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

E-mail: fathali@shahroodut.ac.ir

دریافت: ۱۳۸۷/۱۲/۱۹ - پذیرش: ۱۳۸۸/۰۹/۰۸

چکیده

مکان‌یابی صحیح فرودگاه‌هایی از مهم‌ترین عوامل در سرویس دهی بهینه آنهاست. فرض کنید شبکه $G=(V,E)$ که راسها و یالهای آن دارای وزن هستند داده شده باشد. در مساله مکان‌یابی مرکز، هدف پیدا کردن نقطه‌ای بر روی شبکه است به گونه‌ای که فاصله وزنی این راس تا دورترین نقطه روی شبکه کمینه شود. در این مقاله ابتدا مروری بر مساله مکان‌یابی مرکز و روش تاپسیس داشته، سپس با ترکیب مدل مکان‌یابی مرکز و روش تاپسیس با در نظر گرفتن مراکز شهرستان‌های استان سمنان به همراه شهر بیارجمند به عنوان رئوس درخت استان، به مکان‌یابی فرودگاه استان سمنان پرداخته می‌شود. در این مقاله نشان داده می‌شود که با توجه به شاخصهای در نظر گرفته شده بهترین محل برای احداث فرودگاه استان سمنان، در ۱۶ کیلومتری غرب شهر دامغان است.

واژه‌های کلیدی: مکان‌یابی مرکز، روش تاپسیس، مکان‌یابی فرودگاه.

۱. مقدمه

مجموع و مینیماکس طبقه‌بندی کرده و به مساله مکان‌یابی روی شبکه پرداخت. از آن زمان به بعد نظریه مکان‌یابی شکل گرفت و توجه افراد زیادی را به خود جلب کرد، به گونه‌ای که امروزه یکی از شاخه‌های مهم تحقیق در عملیات به شمار می‌رود. برای اطلاعات بیشتر در مورد مسائل مکان‌یابی به مراجع [۳]، [۴]، [۵]، [۶] و [۷] رجوع شود.

مسئله مرکز یکی از مسائل اصلی در نظریه مکان‌یابی است. در مسئله مرکز محل استقرار تسهیلات به گونه‌ای مکان‌یابی می‌شود که بیشترین فاصله گره‌های تقاضا تا آن نقطه کمینه شود. کریو و حکیمی [۸] الگوریتم‌هایی با پیچیدگیهای زمانی $O(mn)$ و $O(mn \log n)$ به ترتیب برای حل مساله مرکز در شبکه‌های وزندار و بدون وزن معرفی کرده‌اند. که در آن m و n به ترتیب تعداد رأسها و تعداد کمانهای شبکه هستند. در این مقاله، ابتدا مروری بر الگوریتم ارائه شده توسط کریو و

امروزه روش‌های بهینه‌سازی، از پرکاربردترین روش‌های مدیریت تخصیص منابع است که در این عرصه، رفته‌رفته علم مکان‌یابی، جایگاه خود را مستحکم‌تر و مستدل‌تر می‌کند. به طور کلی می‌توان گفت: هنگامی که در نظر باشد یک سری تجهیزات و تسهیلات در یک منطقه به گونه‌ای مستقر شوند که استفاده بهینه از حداقل امکانات عملی شود، از علم مکان‌یابی برای رسیدن به اهداف بهره‌گیری می‌شود.

در قرن هفدهم، فرما مسئله مکان‌یابی را به صورت زیر مطرح کرد: فرض کنید ۳ نقطه در صفحه داده شده است، نقطه چهارم را به گونه‌ای بیابید که مجموع فاصله‌های آن تا سه نقطه داده شده، کمینه شود. توریچلی در سال ۱۶۴۰ این مسئله را حل کرده، و از این رو نام این نقطه را، نقطه توریچلی گذاشتند. در سال ۱۹۰۹ اولین نظریه مکان‌یابی مدرن با مقاله وبر [۱] شکل گرفت. در سال ۱۹۶۴ حکیمی [۲] تابع هدف را به دو صورت کمترین

حکیمی [۸] برای مساله مرکز داشته سپس به روش تاپسیس پرداخته و به وسیله این روش، وزن رئوس مختلف در شبکه راههای مربوط به استان سمنان تعیین می شود. نهایتاً با استفاده از وزنهای به دست آمده مرکز شبکه را با استفاده از الگوریتم کریو و حکیمی [۸] پیدا می کنیم که جواب به دست آمده مکان بهینه تاسیس فرودگاه را مشخص می کند. نتایج به دست آمده نشان می دهند، مکان فرودگاه بهتر است در ۱۶ کیلومتری غرب شهر دامغان باشد.

۲. مکان یابی مرکز روی شبکه

فرض کنید n نقطه‌ی P_1, P_2, \dots, P_n رئوس شبکه $G(V, E)$ باشند که به ترتیب دارای وزنهای w_1, w_2, \dots, w_n هستند. می‌خواهیم نقطه‌ای مانند $x \in G$ را به گونه‌ای بیابیم تا فاصله وزنی x تا دورترین نقطه‌ی موجود روی G کمینه شود یعنی به صورت زیر:

$$\min_{x \in G} F(x) = \max_{i=1, \dots, n} w_i d(x, p_i) \quad (1-2)$$

اگر بخواهیم مرکز یک شبکه کلی را پیدا کنیم ابتدا می‌بایست مرکز نسبی شبکه را روی تک تک یال‌ها به دست آورده و بین مرکزهای نسبی بهترین جواب را انتخاب کنیم [8].

۱-۲ مرکز نسبی

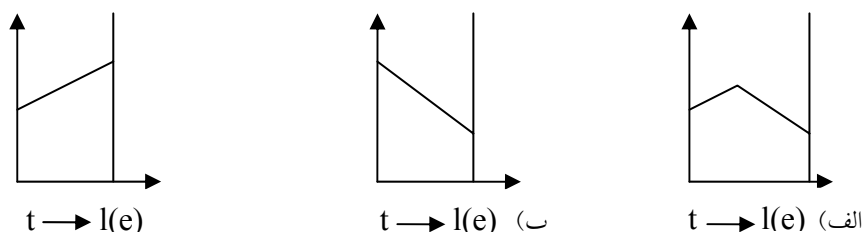
مرکز نسبی شبکه G روی یال $e \in E$ ، نقطه‌ای مانند $x^*(e)$ روی یال e است به گونه‌ای که:

$$F(x^*(e)) = \min_{x(e) \text{ on } e} \{F(x(e))\}.$$

است که اگر: $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ که $r_i = r(e_j) = \min_{e_i \in E} \{r(e_i)\}$ باشد، آنگاه r_1 ، شعاع G و نقطه‌ی متناظرش $x^*(e_j)$ ، مرکز شبکه G است. پس برای یافتن مرکز شبکه‌ی G کافی است، مرکز نسبی شبکه را روی هر کدام از یال‌ها بیابیم. برای پیدا کردن مرکز نسبی شبکه G روی یال $e = (v_r, v_s)$ ، ابتدا فاصله وزین هر رأس $v \in V$ را تا یک نقطه دلخواه $x(e)$ روی یال e به دست می‌آوریم، به این ترتیب که اگر $t = t(x(e))$ نشان دهنده فاصله‌ی $x(e)$ از v_r در امتداد یال e باشد آنگاه فاصله وزین نقطه‌ی دلخواه به $x(e)$ از رأس v به صورت زیر، خواهد آمد. (۲-۲)

$$D_e(v, t) = w(v) \cdot \min\{t + d(v_r, v), (l(e) - t) + d(v_s, v)\}$$

که در آن $l(e)$ طول یال e است. کردار $D_e(v, t)$ ، در شکل شماره ۱-۲ نشان داده شده است. هر کردار شامل یک یا دو قطعه خط راست است که شیب این خطها $w(v)$ است. اگر کردار شامل دو قطعه خط شد، نقطه‌ی شکست، جایی که دو قطعه خط یکدیگر را قطع می‌کنند، همان نقطه‌ای است که $D_e(v, \cdot)$ به بیشینه مقدار خود می‌رسد.



شکل ۱- کردار $D_e(v, t)$: الف) بیشینه $D_e(v, t)$ در روی یال e است. ب) بیشینه $D_e(v, t)$ در راس انتهایی یال e است. ج) بیشینه $D_e(v, t)$ در راس ابتدایی یال e است.

اکنون تعریف می‌کنیم:

$$D_e(t) = \max_{v \in V} \{D_e(v, t)\} \quad (3-2)$$

واضح است نقطه‌ای مثل $x^*(e)$ که در آن $D_e(\cdot)$ به کمینه مقدار خودش بر روی یال e برسد، مرکز نسبی روی e خواهد بود و مقدار $D_e(\cdot)$ در این نقطه شعاع نسبی روی یال e است. علاوه بر این اگر $t^* = t(x^*(e))$ ، مقدار t در نقطه‌ی $x^*(e)$ باشد، آنگاه t^* مقداری است که دو شرط زیر برایش برقرار است:

(الف) $t^* = 0$ یا $t^* = l(e)$ و یا با فرض اینکه v_i و v_j دو رأس دلخواه باشند، نقطه‌ای است که دو تابع $D_e(v_i, \cdot)$ و $D_e(v_j, \cdot)$ که در t^* دارای شیب با علامت مخالف هستند، همدیگر را قطع کنند.

(ب) اگر T^* مجموعه همه نقاطی باشد که در شرط (الف) صدق می‌کند آنگاه: $D_e(t^*) = \min_{t' \in T^*} \{D_e(t')\}$

با توجه به آن که کردارهای $D_e(v, t)$ خطی هستند، بنابراین $D_e(t)$ نیز به صورت قطعه‌های خطی است که هر خط از یک $D_e(v_i, t)$ گرفته می‌شود، تا زمانی که $D_e(v_i, t)$ جای خودش را با یک $D_e(v_j, t)$ بعد از اینکه مقدارش با آن یکی شد، عوض کند. بنابراین تلاقی $D_e(v_i, t)$ و $D_e(v_j, t)$ می‌تواند برای کمینه $D_e(t)$ کاندید شود. از طرفی واضح است که $t = l(e), t = 0$ هم می‌توانند کاندید باشند.

در یک شبکه با n رأس، بر اساس شرط (الف)، حداکثر $\frac{n(n-1)}{2} + 2$ نقطه کاندید مرکز نسبی می‌شوند. پس با فرض اینکه ماتریس فاصله موجود باشد برای محاسبه $D_e(\cdot)$ ، $O(n)$ تکرار در هر کدام از $O(n^2)$ نقاط کاندید، لازم است، که نهایتاً با اعمال شرط (ب) در $O(n^3)$ تکرار به جواب می‌رسیم.

کریو و حکیمی [8] الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n \log n)$ برای یافتن مرکز نسبی معرفی کرده‌اند، که اگر این الگوریتم بکار گرفته شود مرکز شبکه وزین را در زمان $O(mn \log n)$ می‌توان پیدا کرد.

۲-۲ روش مرکز ثقل^۴ برای یافتن مرکز روی درخت وزین

فرض کنیم T یک درخت رأسی وزین باشد و v هم رأسی از درخت با درجه d_v باشد. $T - v$ گراف حاصل از حذف v

d_v یال برخورد کننده با آن از درخت T باشد. آنگاه $T - v$ شامل d_v زیر درخت همبند خواهد شد که آنها را با $T_{v,1}, T_{v,2}, \dots, T_{v,d_v}$ نمایش می‌دهیم. ضمناً $T_{v,i}^+$ همان زیر درخت $T_{v,i}$ است که شامل رأس v و یال متصل کننده‌اش به $T_{v,i}$ است.

لم ۲-۱: $v \in V$ را یک رأس ثابت در نظر بگیرید و \tilde{v} را رأسی بگیرید که $w(\tilde{v}, v) = \max_{v' \in V} \{w(v').d(v', v)\}$ و نیز $T_{v,i}$ هم زیر درخت $T - v$ باشد که شامل \tilde{v} است. مرکز درخت T بر $T_{v,i}^+$ واقع است.

اثبات: به مرجع [8] مراجعه کنید.

یک الگوریتم برای پیدا کردن مرکز درخت توسط کریو و حکیمی [8] پیشنهاد شده است که به صورت زیر است.

۲-۲-۱ الگوریتم

۱. T_0 را همان درخت ابتدایی T بگیرید.
۲. رأس v_0 از T_0 را انتخاب و زیر درخت T_{v_0, l_0}^+ که در آن مرکز واقع شده است را طبق لم ۲-۱ بیابید.
۳. فرض کنید $T_1 = T_0 \cap T_{v_0, l_0}^+$. مجدداً رأس v_1 از T_1 را انتخاب و زیر درخت T_{v_1, l_1}^+ که شامل مرکز درخت T است را بیابید. مسلماً مرکز می‌بایست بر زیر درخت $T_2 = T_1 \cap T_{v_1, l_1}^+$ واقع شود. آنقدر این روند را تکرار کنید که به زیر درخت T_k برسیم که فقط شامل یک یال است.
۴. مرکز نسبی روی این یال همان مرکز مطلق درخت و یک یا هر دو رأس ابتدایی و انتهایی یال هم همان، مرکز رأسی درخت T خواهد بود.

برای اینکه در تکرار کمتری به جواب برسیم، در هر مرحله مرکز ثقل درخت را به عنوان رأس انتخابی در نظر می‌گیریم. تعریف مرکز ثقل و الگوریتمی برای محاسبه آن در ادامه آمده است.

۲-۲-۲ مرکز ثقل درخت

فرض کنید v یک رأس از درخت T و $T_{v,1}, T_{v,2}, \dots, T_{v,d_v}$ هم زیر درخت‌های همبند حاصل از حذف v از درخت T باشد. اگر تعداد رئوس درخت T را با $|T|$ نمایش دهیم و $N(v)$ را به صورت زیر تعریف کنیم.

۲-۲-۴ الگوریتم مرکز درخت (روش مرکز ثقل)

- ۱- $T' \leftarrow T$
- ۲- اگر T' شامل تک یال مثل e است مرکز نسبی x^* درخت T روی یال e را یافته و متوقف می شویم.
- ۳- x^* ۱- مرکز T خواهد بود. توقف کنید.
- ۴- با استفاده از الگوریتم ۲-۲-۳ مرکز ثقل T را بیابید.
- ۵- فرض کنیم \tilde{v} رأس از T باشد که

$$w(\tilde{v}).d(\tilde{v}, v_c) = \max_{v' \in V} \{w(v').d(v', v_c)\}$$

آنگاه T''' را مولفه ای از $T - v_c$ بگیرد که شامل \tilde{v} باشد و T'' را زیر درختی بگیرد که شامل T''' و رأس v_c و یال متصل کننده v_c به T''' باشد.

- ۵- اگر رأسی مثل \bar{v} پیدا شد که $\bar{v} \in T''$ و $w(\bar{v}).d(\bar{v}, v_c) = w(\tilde{v}).d(\tilde{v}, v_c)$ با توجه به نتیجه ۲-۳، v_c ۱- مرکز T خواهد بود. توقف کنید.
- ۶- $T' \leftarrow T' \cap T''$ و به ۲ بر گردید.

۳. اجرای روش تاپسیس^۵ و مکان یابی مرکز جهت

تعیین محل احداث فرودگاه

استان سمنان بر اساس آخرین تقسیمات کشوری با داشتن ۵ شهرستان (دامغان، سمنان، شاهرود، گرمسار و مهدیشهر)، ۱۳ بخش، ۱۷ شهر و ۲۹ دهستان، دارای مساحتی معادل ۹۷۴۹۱ کیلومتر مربع است که بین ۵۱ درجه و ۵۱ دقیقه تا ۵۷ درجه و ۳ دقیقه طول شرقی و ۳۴ درجه و ۱۳ دقیقه تا ۳۷ درجه و ۲۰ دقیقه عرض شمالی از نصف النهار گرینویچ قرار گرفته است. این استان از جانب شمال به استان های خراسان شمالی، گلستان و مازندران، از جنوب به استان های یزد و اصفهان، از مشرق به استان خراسان رضوی و از مغرب به استان های تهران و قم محدود است و مرکز آن شهر سمنان است. براساس نتایج سرشماری عمومی نفوس و مسکن، جمعیت استان در سال ۱۳۸۵ برابر ۵۸۹۷۴۲ نفر بوده که از این تعداد ۴۴۰۵۵۹ نفر در مناطق شهری و ۱۴۹۱۸۳ نفر در مناطق روستایی ساکن بوده اند و تراکم نسبی جمعیت در همین سال ۶/۰۵ نفر در هر کیلومتر مربع است [9]. استان سمنان از لحاظ وسعت، ششمین استان کشور است، این استان در مسیر ترانزیت کالا از غرب به شرق کشور قرار گرفته است. استان سمنان در چند سال اخیر رشد

$$N(v) = \max_{1 \leq i \leq d_v} \{ |T_{v,i}| \}$$

مرکز ثقل یک درخت رأسی مانند v_c خواهد بود که $N(v)$ کمترین مقدار خودش را بگیرد، یعنی:

$$N(v_c) = \min_{v \in V} \{ N(v) \}$$

از آنجایی که $N(v_c) \leq [n/2]$ یعنی تعداد رؤس در هر کدام از زیر درخت های از زیر درخت های $T_{v_c,1}^+, T_{v_c,2}^+, \dots, T_{v_c,d_{v_c}}^+$

از $[n/2] + 1$ نمی تواند بزرگ تر باشد، پس در الگوریتم قبل اگر در هر مرحله مرکز ثقل زیر درخت T_i انتخاب شود و در نتیجه $1 + \lfloor |T_i| / 2 \rfloor \leq |T_{i+1}|$ ، تعداد تکرارها بیشینه $O(\log n)$ خواهد بود. بنابراین با نسخه ای از الگوریتم گلدمن [3]، بر اساس این خاصیت که $N(v_c) \leq [n/2]$ شرط لازم و کافی برای مرکز ثقل بودن رأس v_c است ادامه می دهیم. گلدمن به هر کدام از رؤس درخت T ، متغیر $n(v)$ را نسبت داده که اگر v یک برگ از درخت T' باشد $T' - v$ در یکی از زیر درخت های همبند $T - v$ واقع می شود که $n(v)$ تعداد رؤس این زیردرخت را می دهد. همچنین از کپی درخت اصلی T ، تحت عنوان درخت کمکی T' استفاده کرده است.

۲-۲-۳ الگوریتم مرکز ثقل درخت

- ۱- در ابتدا $T' \leftarrow T$ و برای هر رأس $v \in T'$ قرار دهید، $n(v) \leftarrow n - 1$
- ۲- اگر درخت کمکی فقط شامل یک رأس مثل v_0 باشد دست نگه دارید، همان v_0 مرکز ثقل درخت T است.
- ۳- اما اگر v یک برگ از درخت T' باشد و $n(v) \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ دست نگه دارید، همان v مرکز ثقل درخت T خواهد بود. در غیر این صورت برای رأس مجاور v در درخت T' قرار دهید: $n(u) \leftarrow n(u) - (n - n(v))$ و یال (u, v) را نیز از T' برداشته و $\{v\} - T' \leftarrow T'$ و مجدداً به ۲ بروید.

با استفاده از الگوریتم بالا می توانیم الگوریتم مرکز درخت را به صورت زیر بنویسیم. در این الگوریتم متغیرهای T' و T'' و T''' در هر مرحله بترتیب نمایش دهنده T_i و $T_{v_i}^+, L_i$ و $T_{v_i}^+, L_i$ هستند.

۴-۱ انتخاب شاخص‌ها و تعیین ایده‌آل‌ها

شاخص عبارت است از ویژگی‌ها یا پارامترهای عملکردی که برای انتخاب راهبردهای تصمیم‌گیری مطرح است. شاخص‌ها ممکن است کمی یا کیفی باشند و شاخص‌های کیفی ممکن است دارای مطلوبیت مثبت یا مطلوبیت منفی بوده و با عباراتی مانند خیلی کم، کم، متوسط، زیاد، خیلی زیاد بیان شوند، ولی شاخص‌های کمی با مقدار و با واحد مربوطه بیان می‌شوند [11]. به منظور یکسان‌سازی مقیاس^۶ (بی‌مقیاس کردن) شاخص‌ها از روش بی‌مقیاس کردن خطی استفاده می‌شود. در این روش هر عنصر (r_{ij}) از ماتریس تصمیم‌گیری بر نرم موجود از ستون j ام (به ازای شاخص X_i) تقسیم می‌شود، یعنی:

$$n_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m r_{ij}^2}} \quad (4-1)$$

شاخصهایی که در این مقاله در نظر گرفته شده اند در جدول ۱ آمده اند. در این جدول تاثیر هر شاخص به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

ایده‌آل مثبت (+): هرچه مقدار شاخص افزایش یابد، میزان مطلوبیت شهر جهت احداث فرودگاه افزایش خواهد یافت.

ایده‌آل منفی (-): هرچه مقدار شاخص افزایش یابد، میزان مطلوبیت شهر جهت احداث فرودگاه کاهش خواهد یافت. جدول ۲ مقدار شاخصهای مختلف برای شهرهای استان سمنان را نشان می‌دهد.

جدول ۱. شاخص‌های منتخب توسط کارشناسان

شاخص	عنوان شاخص	مقیاس	نوع شاخص	وزن کارشناسی (λ_j)
X_1	جمعیت	نفر	مثبت	۰/۱۸
X_2	تعداد روزهای یخبندان در سال	روز	منفی	۰/۰۸
X_3	تعداد مرکز هواشناسی سینوپتیک	عدد	مثبت	۰/۰۵
X_4	فاصله از نزدیک‌ترین فرودگاه	کیلومتر	مثبت	۰/۳۳
X_5	کیفیت راههای ارتباطی	دو قطبی*	مثبت	۰/۰۵
X_6	جمعیت شاغلان غیر بومی غیر ساکن	نفر	مثبت	۰/۰۸
X_7	متوسط بارندگی طی یک ماه	میلیمتر	منفی	۰/۰۶
X_8	متوسط درآمد خانوار در سال	ریال	مثبت	۰/۰۸
X_9	متوسط تعداد جهانگردان و زائران به خارج از کشور در سال	نفر	مثبت	۰/۰۷
X_{10}	میانگین سرعت وزش باد	متر در ثانیه	منفی	۰/۰۲

* مقیاس دو قطبی عبارت است از تخصیص عددی بین ۰ تا ۱۰ که عدد بیشتر نشانه مطلوبیت بیشتر است.

قابل توجهی در زمینه مبادلات کالاهای صنعتی و همچنین خدمات علمی و فنی داشته است. یکی از مشکلات موجود در این عرصه عدم وجود فرودگاه فعال در این استان است، با توجه به گسترش علمی و صنعتی این استان، احداث فرودگاه امری ضروری است. تعیین دقیق محل احداث فرودگاه با توجه به شاخص‌های معتبر و موثر و همچنین روش‌های علمی می‌تواند در رشد و توسعه استان تأثیر بگذارد و بالعکس تعیین غیر علمی محل فرودگاه علاوه بر به هدر دادن بودجه‌ای کلان، رشد و توسعه‌ای را نیز برای استان به ارمغان نخواهد آورد. در این تحقیق با تلفیق روش مکان‌یابی و تاپسیس محل بهینه برای احداث فرودگاه در استان سمنان مشخص می‌شود. در اینجا باید متذکر شد که در مرجع [10] مکان‌یابی فرودگاه به روش جایگزین انجام شده است که هم روش و هم شاخص‌های در نظر گرفته شده با آنچه ما در این مقاله انجام داده ایم متفاوت است.

۴. روش تحقیق

در این تحقیق ۵ شهر که به عنوان مراکز ۵ شهرستان استان سمنان هستند به همراه شهر بیارجمند به عنوان ۶ رأس درختی انتخاب می‌شوند که یال‌های آن جاده‌های اصلی بین این شهرها هستند. با استفاده از شاخص‌هایی که توسط کارشناسان مربوطه ارایه شده است می‌توان توسط روش آنتروپی شاخص‌های موثرتر را اولویت داد و برای وزن‌دهی به رئوس از روش تاپسیس استفاده کرد، پس از وزن دهی به رئوس، با استفاده از روش‌های مکان‌یابی مرکز بهترین نقطه برای احداث فرودگاه انتخاب می‌شود.

جدول ۲. ماتریس داده ها

شاخص/شهر	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀
بیارجمند	۲۵۰۴	۸۲	۱	۵۱۸	۴	۸۹	۱۳۸	۱۴۴۴۴۲۴۰	۱۲۹	۱۲.۵
دامغان	۵۹۳۰۰	۶۳	۱	۳۲۰	۷	۲۵۱۴	۹.۱	۲۰۶۹۷۳۴۲	۱۸۲۶	۲۱.۳
سمنان	۱۲۶۷۸۰	۵۵	۱	۲۱۶	۸	۷۲۸۴	۱۴.۷	۲۵۳۹۸۷۳۲	۳۵۴۱	۱۳.۸
شاهرود	۱۳۲۳۷۹	۶۵	۱	۴۰۰	۷	۶۵۲۳	۱۴	۲۴۳۶۹۷۸۵	۵۴۹۷	۱۴.۶
گرمسار	۳۹۵۲۳	۴۵	۱	۱۰۰	۷	۳۰۲۱	۱۱.۲	۱۸۳۹۸۵۴۱	۱۱۳۰	۱۶.۸
مهدیشهر	۲۱۰۰۶	۷۶	۰	۲۳۳	۶	۱۶۴	۱۵.۲	۱۶۹۸۲۵۹۸	۵۶۳	۱۳.۵
جمع	۳۸۱۴۹۲	۳۸۶	۵	۱۷۸۷	۳۹	۱۹۵۹۵	۷۸	۱۲۰۲۹۱۲۳۸	۱۲۶۸۶	۹۲.۵

۴-۲ تعیین وزن شاخصها به روش آنتروپی

حال با توجه به داده های به دست آمده، می توان با استفاده از روش آنتروپی وزن شاخصها را تعیین کرد. آنتروپی یک مفهوم عمده در علوم فیزیکی، علوم اجتماعی و تئوری اطلاعات است، به طوری که نشان دهنده میزان عدم اطمینان موجود از محتوای مورد انتظار اطلاعاتی از یک پیام است. به بیان دیگر آنتروپی در تئوری اطلاعات، معیاری است برای میزان عدم اطمینان بیان شده توسط یک توزیع احتمال گسسته که این عدم اطمینان به صورت زیر تشریح می شود:

ابتدا ارزشی با نماد E محاسبه می شود:

$$E = -K \sum_{i=1}^n [p_i \times \ln p_i]$$

که K یک عدد ثابت مثبت است و به گونه ای تعیین می شود که داشته باشیم:

$0 \leq E \leq 1$. از توزیع احتمال p_i بر اساس مکانیزم آماری محاسبه می شود.

ماتریس تصمیم گیری از مدل های چند شاخصه حاوی اطلاعاتی است که آنتروپی می تواند به عنوان معیاری برای ارزیابی آن بکار رود. محتوای اطلاعاتی موجود از این ماتریس ابتدا به صورت P_{ij} در ذیل محاسبه می شود P_{ij} در زیر محاسبه می شود:

$$P_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^m r_{ij}} \quad \forall i, j$$

و برای E_j ها به ازای هر مشخصه خواهیم داشت:

$$\forall j ; E_j = -k \sum_{i=1}^m [P_{ij} \times \ln P_{ij}]$$

به طوری که $K = \frac{1}{\ln(m)}$ است.

اینک عدم اطمینان یا درجه انحراف (d_j) از اطلاعات ایجاد شده به ازای شاخص j ام به این قرار است:

$$d_j = 1 - E_j ; \quad \forall j$$

و سرانجام برای اوزان (w_j) از شاخص های موجود خواهیم داشت:

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^n d_j} ; \quad \forall j$$

چنان که تصمیم گیرنده^v از قبل دارای یک قضاوت ذهنی (λ_j) به عنوان اهمیت نسبی برای شاخص j ام باشد، آنگاه می توان w_j محاسبه شده از طریق آنتروپی را به صورت زیر تعدیل کرد

$$w_j' = \frac{\lambda_j \cdot w_j}{\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot w_j} ; \quad \forall j$$

یکی از روش هایی که برای تحلیل اطلاعات موجود مدل های چند شاخصه مورد استفاده قرار می گیرد، روش تاپسیس است.

در این روش علاوه بر در نظر گرفتن فاصله یک گزینه A_i از نقطه ایده آل مثبت، فاصله آن از نقطه ایده آل منفی هم در نظر گرفته می شود. به این معنی که گزینه انتخابی دارای کمترین

فاصله گزینه i ام از ایده‌آل منفی $d_{i-} =$

$$= \sqrt{\sum_{j=1}^n (V_{ij} - V_j^-)^2} ; i = 1, 2, \dots, m$$

گام پنجم (محاسبه نزدیکی نسبی گزینه A_i به نقطه‌ی ایده‌آل مثبت)

این نزدیکی نسبی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$cL_i = \frac{d_{i-}}{(d_{i+} + d_{i-})} ; 0 \leq cL_i \leq 1 ;$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

اگر A^+ ایده‌آل مثبت و A^- ایده‌آل منفی باشد، ملاحظه می‌شود که چنان‌که $A_i = A^+$ شود، آنگاه $d_{i+} = 0$ بوده و خواهیم داشت: $cL_i = 1$ و در صورتی‌که $A_i = A^-$ شود، آنگاه $d_{i-} = 0$ بوده و $cL_i = 0$ خواهد شد. بنابراین هر اندازه گزینه A_i به ایده‌آل مثبت (A^+) نزدیک‌تر باشد، ارزش cL_i به واحد نزدیک‌تر خواهد بود.

گام ششم (رتبه‌بندی گزینه‌ها)-

بر اساس ترتیب نزولی cL_i می‌توان گزینه‌های موجود از مسئله مفروض را رتبه‌بندی کرد.

نتایج حاصل از کاربرد این روش برای مساله مورد نظر ما در جدول ۳ آمده است. دلیل استفاده از این روش این است که هیچیک از شاخص‌ها را حذف نمی‌کند و برای هر یک از شاخص‌ها براساس میزان پراکندگی وزن داده می‌شود.

ضمناً می‌توان از وزن‌های کارشناسی (قضاوت ذهنی λ_j) نیز به عنوان اهمیت نسبی برای شاخص استفاده و وزن محاسبه شده به این روش را تعدیل کرد. در این تحقیق از نظرات کارشناسان گروه‌های مختلف از جمله گروه‌های اقتصادی، آمایش سرزمین، متخصصین امور فرودگاه‌ها و همچنین کارشناسان گروه نقشه و GIS استفاده شده است. ماتریس داده‌های شاخص‌های انتخابی که در جدول ۲ آمده است، بر اساس اطلاعات سالنامه آماری سال ۱۳۸۶ [9] و همچنین سرشماری نفوس و مسکن سال ۱۳۸۵ که جدیدترین سرشماری کشور محسوب می‌شود، ساخته شده است انجام این روش نیاز به نرم‌افزار خاصی ندارد و به طور مثال این مطالعه به وسیله نرم‌افزار EXCEL انجام شده است که از مجموعه نرم‌افزارهای استاندارد OFFICE است که بر روی همه رایانه‌ها وجود دارد.

فاصله از نقطه ایده‌آل مثبت بوده و در عین حال دارای دورترین فاصله از نقطه ایده‌آل منفی باشد.

۳-۴ الگوریتم تاپسیس

گام اول- تبدیل ماتریس تصمیم‌گیری موجود به یک ماتریس « بی‌مقیاس شده » با استفاده از فرمول (۴-۱):

گام دوم- ایجاد ماتریس « بی‌مقیاس وزین » که با روش آنتروپی جهت وزن دهی به شاخص‌ها به دست آمده است. یعنی

$$W' = \{w'_1, w'_2, \dots, w'_n\}$$

$$V = N_D \cdot W'_{n \times n}$$

به طوری که $[n_{ij}] = N_D$ ماتریسی است که شاخص‌ها در آن « بی‌مقیاس » و قابل مقایسه شده‌اند و $W'_{n \times n}$ ماتریسی است قطری که فقط عناصر قطر اصلی آن غیرصفر بوده و عناصر روی قطر اصلی همان $\{w'_1, w'_2, \dots, w'_n\}$ خواهند بود.

گام سوم- به صورت زیر مجموعه نقاط ایده‌آل مثبت و ایده‌آل منفی مشخص می‌شوند:

مجموعه نقاط ایده‌آل مثبت

$$= A^+ = \{(\max_{1 \leq i \leq m} V_{ij} | j \in J)\} \cup \{(\min_{1 \leq i \leq m} V_{ij} | j \in J')\}$$

$$= \{V_1^+, V_2^+, \dots, V_j^+, \dots, V_n^+\}$$

مجموعه نقاط ایده‌آل منفی

$$= A^- = \{(\min_{1 \leq i \leq m} V_{ij} | j \in J)\} \cup \{(\max_{1 \leq i \leq m} V_{ij} | j \in J')\}$$

$$= \{V_1^-, V_2^-, \dots, V_j^-, \dots, V_n^-\}$$

به طوری که :

J های مربوط به شاخص‌های با جنبه مثبت مثل

$$J = \{j = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

J' های مربوط به شاخص‌های با جنبه منفی مثل سرعت وزش

$$J' = \{j = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

لازم به توضیح است که با توجه به شاخص‌های مورد بررسی در این تحقیق، مجموعه نقاط ایده‌آل مثبت مشخص می‌شود.

گام چهارم (محاسبه اندازه جدائی یا فاصله) - فاصله

گزینه i ام با ایده‌آل‌ها با استفاده از روش اقلیدسی به قرار زیر است.

فاصله گزینه i ام از ایده‌آل مثبت $d_{i+} =$

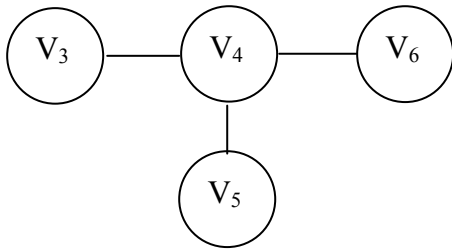
$$= \sqrt{\sum_{j=1}^n (V_{ij} - V_j^+)^2} ; i = 1, 2, \dots, m$$

جدول ۳. وزن شهرها

شهر	$d_{i-} + d_{i+}$	cl_i	$w_i = cl_i$
بیارجمند	۰/۴۰۵۴۱۰۶۵۷	۰/۳۶۸۱۸۴۳	۰/۲۷
دامغان	۰/۳۱۹۹۹۶۱۲	۰/۴۱۵۰۱۶۶	۰/۴۲
سمنان	۰/۳۶۴۸۸۴۷۴	۰/۷۵۴۹۴۶۷	۰/۷۵
شاهرود	۰/۳۳۴۲۷۲۱۱۸	۰/۹۰۰۱۲۲۳	۰/۹۰
گرمسار	۰/۳۲۸۴۱۲۵۴	۰/۲۸۲۸۱۱۶	۰/۲۸
مهدیشهر	۰/۳۲۵۵۱۹۰۲۸	۰/۱۴۸۳۹۰۹	۰/۱۵

$$w(\tilde{V})d(\tilde{V}, V_3) = \max_{V' \in V} \{w(V')d(V', V_3)\} = \max \{940, 496, 887, 0, 202, 5, 65, 5\} = w(V_4)d(V_4, V_3)$$

که شهر سمنان است. اکنون دامغان را از درخت اولیه حذف کرده زیر درخت حاصل از حذف که شامل سمنان است شامل جواب هم خواهد بود. درخت جدید به صورت شکل ۴-۲ می‌گیرد



شکل ۲. درخت راههای اصلی و شهرستانهای استان سمنان پس از حذف شهرستان دامغان

مرکز ثقل درخت این بار سمنان خواهد بود و بیشینه فاصله وزین از آن در شهر دامغان رخ خواهد داد بنابراین در نهایت به یال (V_3, V_4) می‌رسیم و می‌بایست مرکز نسبی درخت استان روی این یال محاسبه شود.

$$e = (\text{سمنان و دامغان})$$

$$D_e(V_1, t) = 27(184 + t) = 27t + 4968$$

$$D_e(V_2, t) = 90(66 + t) = 90t + 5940$$

$$D_e(V_3, t) = 42t = 42t$$

$$D_e(V_4, t) = (116 - t) \times 75 = -75t + 8700$$

$$D_e(V_5, t) = 15(135 - t) = -15t + 2025$$

$$D_e(V_6, t) = 28(234 - t) = -28t + 6552$$

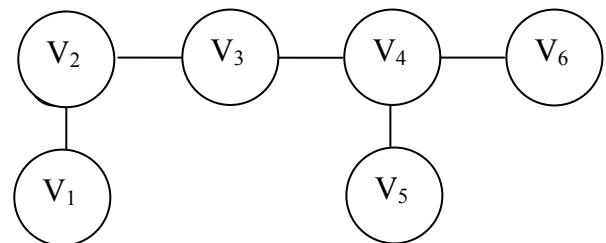
حال باید محل تلاقی‌ها را بیابیم یعنی :

$$D_e(v_i, t) = D_e(v_j, t) \quad 1 \leq i < j \leq 6$$

۴-۴ مکان‌یابی مرکز درخت رأس وزین استان سمنان

در مکان‌یابی مرکز مطلوب یک شبکه یا درخت مشخص شدن وزن رئوس امری لازم و ضروری است و آنچه که امروز کاربرد عملی مسئله مرکز را با مشکل مواجه کرده است همان نداشتن وزن رئوس شبکه است. که ما در این تحقیق این مشکل را با روش آنتروپی و تاپسیس که از مفاهیم جدید علم مدیریت هستند حل کردیم. همان طور که در قسمت‌های قبلی مشاهده شد با استفاده از روش آنتروپی و تاپسیس وزن‌دهی شهرهای منتخب استان به طریقی کاملاً معقول و با در نظر گرفتن اهمیت و تاثیر شاخص‌ها بر هدف مطلوب، صورت گرفت. اکنون با استفاده از الگوریتم بخش ۲ و وزن‌هایی که در قسمت قبل برای رئوس به دست آمد محل احداث فرودگاه در استان سمنان تعیین خواهد شد. درخت اولیه استان سمنان به صورت شکل ۴-۱ خواهد بود. با فرض این که

$$V_1 = \text{بیارجمند}, V_2 = \text{شاهرود}, V_3 = \text{دامغان}, V_4 = \text{سمنان}, V_5 = \text{مهدیشهر}, V_6 = \text{گرمسار}.$$



شکل ۱. درخت راههای اصلی و شهرستانهای استان سمنان

با بکار بستن الگوریتم ۲-۲-۳ در تکرار اول مرکز ثقل درخت استان شهرستان دامغان خواهد شد. بیشینه فاصله وزین از شهر دامغان پیدا می‌شود

داریم:

$$\begin{aligned}
 27t + 4968 = 90t + 5940 &\Rightarrow 63t = -972 &\Rightarrow t = -15.4 \\
 27t + 4968 = 42t &\Rightarrow 15t = 4968 &\Rightarrow t = 331.2 \\
 27t + 4968 = -75t + 8700 &\Rightarrow 102t = 3732 &\Rightarrow t = 36.5 \\
 27t + 4968 = -15t + 2025 &\Rightarrow 42t = -2943 &\Rightarrow t = -70 \\
 27t + 4968 = -28t + 6552 &\Rightarrow 55t = 1584 &\Rightarrow t = 28.8 \\
 90t + 5940 = 42t &\Rightarrow 48t = -5940 &\Rightarrow t = -123.7 \\
 90t + 5940 = -75t + 8700 &\Rightarrow 165t = 2760 &\Rightarrow t = 16.7 \\
 90t + 5940 = -15t + 2025 &\Rightarrow 105t = -3915 &\Rightarrow t = -37.2 \\
 90t + 5940 = -28t + 6552 &\Rightarrow 118t = 612 &\Rightarrow t = 5.1 \\
 -75t + 8700 = -15t + 2025 &\Rightarrow 60t = 6675 &\Rightarrow t = 111.25 \\
 -75t + 8700 = -28t + 6552 &\Rightarrow 47t = 2148 &\Rightarrow t = 45.7 \\
 -1t + 2025 = -28t + 6552 &\Rightarrow 13t = 4527 &\Rightarrow t = 348.2 \\
 42t = -75t + 8700 &\Rightarrow 117t = 8700 &\Rightarrow t = 74.3 \\
 42t = -15t + 2025 &\Rightarrow 57t = 2025 &\Rightarrow t = 35.5 \\
 42t = -28t + 6552 &\Rightarrow 70t = 6552 &\Rightarrow t = 93.6
 \end{aligned}$$

۵. نتیجه گیری

در این تحقیق به مکانیابی محل تأسیس فرودگاه در استان سمنان با توجه به شاخصهای موجود پرداخته شد. که در آن از روش آنتروپی جهت وزن دهی به شاخص‌ها استفاده شد و سپس با استفاده از روش تاپسیس وزن شهرهای مورد مطالعه تعیین شد. در نهایت با استفاده از الگوریتم‌های مکانیابی، محل فرودگاه به گونه‌ای تعیین شد که دسترسی به آن از شهری که حاصلضرب وزن آن شهر در فاصله اش تا فرودگاه از بقیه بزرگ تر است، در کمترین زمان ممکن انجام پذیرد. با توجه به نتایج به دست آمده مکان فرودگاه در ۱۶/۷ کیلومتری غرب شهر دامغان تعیین شد. در حالی که اگر فقط به روش تاپسیس اکتفا می‌شد یعنی شهر با بیشترین وزن را انتخاب می‌کردیم، با توجه به جدول ۳ به اشتباه شهر شاهرود با وزن ۰/۹۰ به عنوان بهترین محل برای احداث فرودگاه استان سمنان تعیین می‌شد.

با توجه به اینکه $0 \leq t \leq 116$ است بنابراین فقط نقاط کاندید زیر بررسی می‌شوند:

$$k = \{365, 288, 167, 5.1, 743, 355, 936, 11125, 457\}$$

همان طور که داشتیم:

$$D_e(t) = \max\{27t + 4968, 90t + 5940, 42t, -75t + 8700, -15t + 2025, -28t + 6552\}$$

طول نقطه‌ی مرکز درخت را به ما می‌دهد $\Rightarrow \min_{t \in k} D_e(t)$ نتایج نهایی در جدول ۴ آمده است.

بنابراین $t = 16.7$ طول مرکز درخت استان است. پس فرودگاه باید در ۱۶.۷ کیلومتری شهر دامغان (از سمت غرب) یعنی حوالی شهر امیریه احداث شود. در حالی که اگر فقط به روش تاپسیس اکتفا می‌شد به اشتباه شاهرود به عنوان بهترین محل جهت احداث فرودگاه استان سمنان تعیین می‌گردید.

جدول ۴: نتیجه‌ی نهایی مدل ترکیبی تاپسیس و مرکز

k	27t+4968	90t+5940	42t	-75t+8700	-15t+2025	-28t+6552	max
۵.۱	۵۱۰۵.۷	۶۳۹۹	۲۱۴.۲	۸۳۱۷.۵	۱۹۴۸.۵	۶۴۰۹.۲	۸۳۱۷.۵
16.7	۵۴۱۸.۹	۷۴۴۳	۷۰۱.۴	۷۴۴۷.۵	۱۷۷۴.۵	۶۰۸۴.۴	۷۴۴۷.۵
28.8	۵۷۴۵.۶	۸۵۳۲	۱۲۰۹.۶	۶۵۴۰	۱۵۹۳	۵۷۴۵.۶	۸۵۳۲
35.5	۵۹۲۶.۵	۹۱۳۵	۱۴۹۱	۶۰۳۷.۵	۱۴۹۲.۵	۵۵۵۸	۹۱۳۵
36.5	۵۹۵۳.۵	۹۲۲۵	۱۵۳۳	۵۹۶۲.۵	۱۴۷۷.۵	۵۵۳۰	۹۲۲۵

ادامه جدول ۴. نتیجه نهایی مدل ترکیبی تاپسیس و مرکز

45.7	۶۲۰۱.۹	۱۰۰۵۳	۱۹۱۹.۴	۵۲۷۲.۵	۱۳۳۹.۵	۵۲۷۲.۴	۱۰۰۵۳
74.3	۶۹۷۴.۱	۱۲۶۲۷	۳۱۲۰.۶	۳۱۲۷.۵	۹۱۰.۵	۴۴۷۱.۶	۱۲۶۲۷
93.6	۷۴۹۵.۲	۱۴۳۶۴	۳۹۳۱.۲	۱۶۸۰	۶۲۱	۳۹۳۱.۲	۱۴۳۶۴
111.25	۷۹۷۱.۷۵	۱۵۹۵۲.۵	۴۶۷۲.۵	۳۵۶.۲۵	۳۵۶.۲۵	۳۴۳۷	۱۵۹۵۲.۵
Min							7447.5

۶. پانویس‌ها

- Drezner, Z., Hamacher, H.W. (2008) "Facility location: Applications and theory", Springer.
- Farahani, A. Z. and Hekmatfar, M. (2009) "Facility location: Concepts, models, algorithms and case studies", Physica-Verlag, Heidelberg.
- Kariv, O., Hakim, S. L. (1979) "An algorithmic approach to network location problems. Part I: The p-center", *SIAM J. Appl. Math.*, 37, pp: 513-537.

- Center
- Local center
- Local radius
- Centroid
- Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution
- Dimensionless
- Decision maker

۷. مراجع

۹. عبدالله زاده، ر. (۱۳۸۶) "سالنامه آماری استان سمنان" معاونت برنامه ریزی استانداری سمنان، دفتر آمار و اطلاعات.

۱۰. صفارزاده، م، ژولیده، ه، بروجردیان، الف، (۱۳۸۴) "مدل مکانیابی فرودگاه به روش جایگشت"، پژوهشنامه حمل و نقل، شماره سه، پاییز، ص ۱۶۱-۱۷۱.

۱۱. اصغرپور، م. (۱۳۸۵) "تصمیم‌گیریهای چند معیاره" چاپ چهارم، انتشارات دانشگاه تهران، ص. ۲۳۰-۲۵۰.

- Weber, A. (1929) "*Uber den Standort der Industrien. Tubingen*", English Trans Theory of Location of Industries, Chicago University Press, Chicago, Illinois.
- Hakimi, S. (1965) "Optimum location of switching centers in a communications network and some related graph theoretic problems", *Operations Research*, 13, pp: 462-475.
- Mirchandani, P. B. and Francis, R. L. (1990) "Discrete location theory", Wiley-Interscience.
- Daskin, M. (1995) "Network and discrete location: Models, algorithms and applications", Wiley-Interscience.
- Hale, T. S. (2003) "Location Science Research: A Review", *Annals of Operations Research*, 123, pp: 21-35.

Location of the Airport of Semnan Province by Using TOPSIS and Center Problem

Dj. Fathali, Assistant Professor, Department of Mathematics, Shahroud University of Technology, Shahroud, Iran.

F. Mirjalali, MSc., Department of Mathematics, Shahroud University of Technology, Shahroud, Iran.

E-mail: fathali@shahroudut.ac.ir

ABSTRACT

Finding the location of airport is an important factor to reduce transportation costs. In this paper we want to find the location of an airport in the Semnan province of Iran. We use the Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS) method and the algorithm of finding the center of a tree to find the best location of airport. To model this problem consider a graph which its vertices and edges represent the cities and roads, respectively. TOPSIS is one of the well-known methods for multiple attribute decision making. We first use this technique to determine the weights of cities. Then an algorithm of solving center location problem in a tree is applied to find the location of airport in the Semnan province. The center location problem is one of important problem in the location theory; this problem asks to find the location of a facility in the graph such that the maximum weighted distances from vertices of graph to this facility is minimized. In this research we consider the five cities and assign ten attributes to each city. According these attributes the weights of vertices are determined by TOPSIS method. After solving the center problem in the graph of Semnan province we find that the optimal location of the airport in this province is in the road between the cities Damghan and Semnan which its distance from Damghan is 16 KM.

Keyword: Location, Airports, Semnan airport, TOPSIS