

توسعه روش ترکیبی نوار محدود و اجزای محدود به منظور تحلیل پل‌های جعبه‌ای طویل دارای دیافراگم

مقاله علمی - پژوهشی

داود پورویس*، دانشیار، گروه عمران، دانشکده مهندسی عمران و معماری، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران
امین خواجه دزفولی، استادیار، گروه عمران، دانشکده مهندسی عمران و معماری، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران
سیدعبدالله حسینی دهدشتی، مربی، گروه عمران، دانشکده مهندسی عمران و معماری، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: dpoorveis@scu.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۱/۱۰/۱۵ - پذیرش: ۱۴۰۲/۰۴/۲۸

صفحه ۱۴۸-۱۲۷

چکیده

این تحقیق با ترکیب روش‌های اجزای محدود و نوار محدود با یکدیگر، روشی با هزینه محاسبات پایین به منظور تحلیل پل‌های طویل جعبه‌ای دارای دیافراگم داخلی ارائه داده است. در همین راستا و براساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول، دیافراگم‌های داخلی پل با کمک روش اجزای محدود و بدنه پل به کمک روش نوار محدود شبیه‌سازی شده‌اند. به منظور اعمال شرایط سازگاری تغییرمکانی در محل اتصال دیافراگم‌ها با بدنه پل از روش ضرایب لاگرانژ استفاده شده است. با سرهمبندی ماتریس‌های سختی پل و دیافراگم‌ها، ماتریس سختی کل سیستم محاسبه شده است. پس از محاسبه ماتریس سختی و بردار بار کل سیستم و با انجام یک تحلیل استاتیکی، جابجایی، دوران و نیروهای داخلی پل و دیافراگم تحت بار گسترده و متمرکز محاسبه شده‌اند. به منظور نشان دادن کارایی روش توسعه داده شده در این تحقیق، مقایسه‌ای میان نتایج بدست آمده از این روش با نتایج محاسبه شده توسط نرم افزار اجزای محدود آباکوس انجام شده است. مقایسه نتایج نشان داد که علی‌رغم اینکه هزینه محاسبات روش توسعه داده شده در این تحقیق به مراتب پایین‌تر از مقدار متناظر آن در روش اجزای محدود است، اما اختلاف ناچیزی میان نتایج وجود دارد. همچنین نتایج بدست آمده نشان داد که وجود دیافراگم باعث افزایش مقاومت پیچشی پل و کاهش دوران پل تحت بار متمرکز نامتقارن می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: پل جعبه‌ای، دیافراگم انعطاف پذیر، روش نوار محدود، روش اجزای محدود، هزینه محاسبات

۱- مقدمه

محققین مختلف با کمک روش‌های مختلف نظیر روش‌های اجزای محدود و نوارمحدود سعی در تحلیل این نوع پل‌ها و محاسبه پاسخ آنها تحت بارگذاری‌های مختلف داشته‌اند (قائمیان

یکی از ابنیه‌های فنی مهم در حمل و نقل پل‌های جعبه‌ای می‌باشند. پل‌های جعبه‌ای دارای مقاطع عرضی مختلف بوده و یکی از انواع پر کاربرد پل‌ها می‌باشند (Ezeokpube, 2015).

دادند (Daniels et al., 1979). فام و ترکاسترا مطالعاتی را بر روی دو مدل پل تک سلولی با انحنای بالا انجام داده و اثرات دیافراگم میانی را بر رفتار پل و همچنین مناسب بودن مدل سازی سه بعدی المان محدود را برای شبیه سازی ساختارهای سه بعدی منحنی شکل، بررسی کردند (Fam and Turkstra, 1979). ناکای و همکاران با کمک روش اجزای محدود و براساس تئوری تیرجدار نازک، چهار نوع از پل جعبه ای را مورد آزمایش قرار دادند و تاثیر تعداد مختلف دیافراگم میانی را بر پاسخ پل بررسی کردند (Nakai et al., 1980). با توجه به اینکه پل ها جز سازه های طویل محسوب می شوند، هزینه محاسبات تحلیل آنها به کمک روش نوار محدود در مقایسه با مقدار متناظر آن در روش اجزای محدود به مراتب کمتر است (Shen et al., 2013). بر همین اساس محققین متعددی با کمک روش نوار محدود پل ها را تحلیل کرده اند (Choi and Hong, 2001; Cheung et al., 2009). به عنوان مثال، اوزاکا و تایسی با توسعه یک مدل نوار محدود از پل های جعبه ای منحنی شکل با ضخامت متغییر، تنش ها و جابجایی آن را محاسبه کردند (Ozakca and Taysi, 2003). همچنین فنگ و همکاران با کمک روش نوار محدود، یک پل جعبه ای تک دهانه منحنی شکل را تحلیل کردند (Feng et al., 2017). نادریان و همکاران با توسعه یک روش نوار محدود برای شبیه سازی پل های جعبه ای، رفتار ارتعاشاتی پل را تحت اثر نیروی باد بررسی کردند (Naderian et al., 2019). لی با استفاده از روش نوار محدود یک پل کابلی کامپوزیتی دارای دهانه های بلند را شبیه سازی کرده و رفتار آن را در فضای فرکانس ارزیابی کرد (Li, 2017). همچنین چانگ و چانگ (Cheung and Cheung, 1971) پل های جعبه ای منحنی شکل را با کمک روش نوار محدود کلاسیک تحلیل کردند. آنها از توابع شکل هارمونیک برای تخمین جابجایی پل استفاده کردند. کبیر و اسکوردلیز یک برنامه کامپیوتری براساس روش نوار محدود کلاسیک را توسعه دادند تا پل های منحنی پیوسته چند سلولی را با دیافراگم شعاعی داخلی را تحلیل کنند (Kabir and Scordelis, 1974). کوسن و لو (Cusens and Loo, 1974) یک روش عمومی نوار محدود را برای تحلیل پل جعبه ای تک دهانه و چند دهانه ارائه کردند. همچنین چانگ و چان (Cheung and Chan, 1978) از روش نوار محدود کلاسیک برای تعیین

و پورامینیان، ۱۳۹۴؛ یزدانی و معرفت، ۱۳۹۴؛ ناطقی الهی و همکاران، ۱۳۹۶؛ فلاح و همکاران، ۱۳۸۷؛ شیراوند و همکاران، ۱۳۹۶). در همین راستا، محققین مختلفی با کمک روش اجزای محدود به شبیه سازی و تحلیل پل ها پرداخته اند (رهایی و همکاران، ۱۳۸۶؛ آفرینی فرد، محمد خانمحمدی، ۱۳۹۵؛ صادق آذر و تجلی، ۱۳۹۳؛ برگگی و آقا بزرگی، ۱۳۸۹، محمدکریمی حسین آبادی و مرشد، ۱۳۸۹). به عنوان مثال، چپمن و همکاران به روش المان محدود به بررسی اثر شکل دیافراگم داخلی بر سختی پیچشی پل های جعبه ای بتنی و فولادی پرداختند (Chapman et al., 1971). قاسمی و دیزانجیان و همچنین حماد و همکاران با استفاده از روش اجزای محدود یک پل جعبه ای را شبیه سازی کرده و تاثیر پارامترهای مختلف را بر پهنه سازی مدل بررسی کردند (قاسمی و دیزانجیان، ۲۰۱۰ و Hammad et al. 2020). همچنین سو و کید با شبیه سازی یک پل بتنی پیش ساخته به کمک روش اجزای محدود، تاثیر پارامترهای مختلف را بر خرابی پل بررسی کردند (Seo and Kidd, 2021) ژو و همکاران با شبیه سازی پل های جعبه ای منحنی شکل به کمک روش نوار محدود، عملکرد پل را در بلندمدت ارزیابی کردند (Zhou et al. 2021). ورما و نالاسیوام با توسعه یک مدل اجزای محدود از پل جعبه ای منحنی شکل، پاسخ پل را طی یک تحلیل استاتیکی و تحت اثر بارگذاری های استاتیکی مختلف محاسبه کردند (Verma and Nallasivam, 2020). بیانو و همکاران با در نظر گرفتن تئوری تیر تعمیم یافته و روش اجزای محدود، پاسخ پل های جعبه ای راه آهن را طی یک تحلیل دینامیکی تعیین کردند (Bebiano et al. 2017). تیواری و بهارگاوا با کمک روش اجزای محدود، ضرایب توزیع بار را به منظور طراحی پل های جعبه ای کامپوزیتی محاسبه کردند (Tiwari and Bhargava, 2017). لیم و همکاران با کمک روش اجزای محدود به تحلیل پل شاهتیر جعبه ای مستقیم، مورب، یا منحنی با عمق و عرض ثابت پرداختند (Lim et al., 1971). سارجیوس و همکاران اثر دیافراگم پایانی دارای بازشو در پاسخ پل جعبه ای تک سلولی را با کمک روش اجزای محدود بررسی کردند (Sargious et al., 1979). دانیلز و همکاران با کمک روش اجزای محدود اثر دیافراگم داخلی صلب را بر مقاومت خستگی پل های جعبه ای منحنی فلزی مورد مطالعه قرار

منظور تحلیل پل‌های جعبه‌ای دارای دیافراگم داخلی انعطاف‌پذیر توسعه داده شده است. در این راستا، بدنه و عرشه پل جعبه‌ای به کمک روش نوار محدود و دیافراگم داخلی انعطاف‌پذیر به کمک روش اجزای محدود شبیه‌سازی شده‌اند. در ادامه با حل چند مثال، پاسخ پل جعبه‌ای دارای دیافراگم انعطاف‌پذیر تحت اثر بارهای مختلف بررسی شده است.

۲- شبیه‌سازی پل با کمک روش ترکیبی اجزای

محدود و نوار محدود

در این مقاله با ترکیب روش‌های اجزای محدود و نوار محدود، پل جعبه‌ای دارای دیافراگم داخلی انعطاف‌پذیر با نوشتن یک کد در محیط FORTRAN شبیه‌سازی شده است. بدنه پل به کمک روش نوار محدود و دیافراگم‌ها به کمک روش اجزای محدود شبیه‌سازی شده‌اند. از روش ضرایب لاگرانژ به منظور برقراری ارتباط میان بدنه پل و دیافراگم‌ها و اعمال تکیه‌گاه‌های میانی به پل استفاده شده است. پس از تشکیل ماتریس سختی و بردار بار کل، پاسخ پل طی یک تحلیل استاتیکی محاسبه شده است. در ادامه جزئیات هر یک از بخش‌ها ارایه شده است.

۲-۱- روش نوار محدود

در این بخش بدنه پل جعبه‌ای (بدون لحاظ کردن دیافراگم‌ها) به کمک روش نوار محدود شبیه‌سازی شده است. پل جعبه‌ای از تعدادی صفحات تا شده تشکیل شده است که در راستاهای مختلفی قرار گرفته‌اند. بر همین اساس، در ابتدا محاسبات در سیستم مختصات محلی انجام شده و سپس به سیستم مختصات اصلی منتقل شده‌اند. با توجه به توابع شکل هارمونیک، تابع تغییر مکان پل در سیستم محلی و اصلی تخمین زده می‌شود. در ادامه روابط کرنش- تغییر مکان و تنش-کرنش توسعه داده شده‌اند. سپس ماتریس سختی المان نواری در سیستم مختصات محلی محاسبه شده و به سیستم مختصات اصلی منتقل می‌شود. در نهایت بردار بار المان نواری توسعه داده شده است. جزئیات بخش‌های مختلف در ادامه ارایه شده است.

عرض موثر بال فشاری پل جعبه‌ای چند دهانه و چند سلولی استفاده کردند. برانکو و گرین (Branco and Green, 1984) از روش نوار محدود کلاسیک برای بررسی تاثیر استفاده از سیستم مهاربندی ضربدری و سخت‌کننده‌های صفحات عرضی را بر مقاومت پل جعبه‌ای تک دهانه چندسلولی در برابر اعوجاج و پیچش ایجاد شده ناشی از بارهای متمرکز دارای خروج از مرکزیت در طول زمان بهره‌برداری، استفاده نمودند. برای بهبود همگرایی در مدلسازی، در نظر گرفتن دقیق‌تر نیروی متمرکز در مدلسازی و شبیه‌سازی مناسب‌تر پل‌های جعبه‌ای چند دهانه، روش نوار محدود اسپیلاین توسط چانگ و همکاران (Cheung et al., 1982) مورد استفاده قرار گرفت. همچنین چانگ یک روش نوار محدود را برای تحلیل پل‌های جعبه‌ای شاهتیری معرفی کرده است (Cheung, 1971). هو و همکاران با استفاده از روش نوار محدود سه نوع مختلف پل بزرگراه قرار گرفته بر روی تکیه‌گاه ساده به همراه عرشه دال بر روی تیر جعبه‌ای، تیر جعبه‌ای دو سلولی و پل دال مجوف مستطیل شکل را تحلیل کردند (Ho et al., 1989). گمبیر و سینگلا طی یک پژوهش و با کمک روش نوار محدود، مدلی بهینه برای تحلیل عرشه پل منشوری چند سلولی ارایه کردند (Gambhir and Singla, 1988). شیمیزو و یوشیدا با استفاده از روش نوار محدود، نیروهای واکنش تکیه‌گاهی پل را ارزیابی کرده و عملکرد پل جعبه‌ای منحنی شکل را با وجود دیافراگم داخلی بررسی کردند (Shimizu and Yoshida, 1991). مروری بر ادبیات موضوع نشان می‌دهد که در نظر گرفتن دیافراگم انعطاف‌پذیر در درون پل‌های جعبه‌ای به کمک روش نوار محدود امکان‌پذیر نمی‌باشد. بر همین اساس، یا محققین دیافراگم داخلی را به صورت صلب در نظر گرفته و یا پل باکسی دارای دیافراگم داخلی انعطاف‌پذیر را به کمک روش اجزای محدود شبیه‌سازی کرده‌اند. در نتیجه شبیه‌سازی پل‌های طویل به کمک روش اجزای محدود باعث افزایش شدید هزینه محاسبات می‌شود (در مقایسه با هزینه محاسبات روش نوار محدود). مروری بر مطالعات پیشین نشان دهنده نبود روشی مقرون به صرفه برای شبیه‌سازی پل‌های جعبه‌ای دارای دیافراگم داخلی انعطاف‌پذیر می‌باشد. بر همین اساس در این تحقیق روشی ترکیبی و مقرون به صرفه بر مبنای استفاده همزمان از روش‌های اجزای محدود و نوار محدود و به

۱-۱-۲- تخمین تغییر مکان

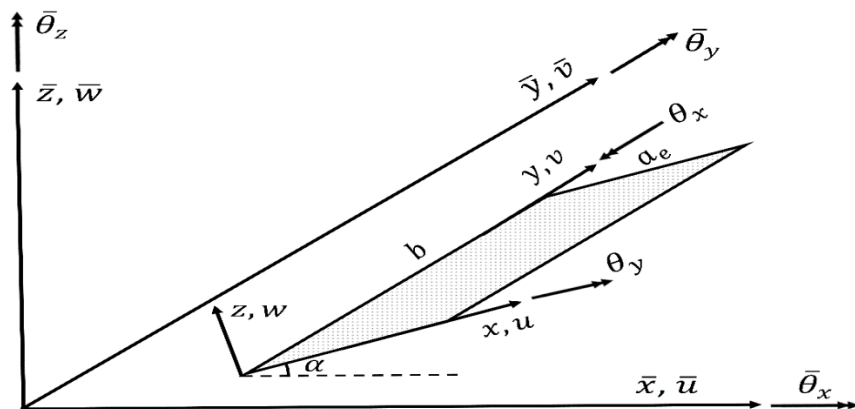
تغییر مکان‌های یک نقطه دلخواه در ضخامت نوار، (u', v', w') بر حسب جابجایی‌های سطح میانی نوار، (u, v, w) و دوران‌های θ_x و θ_y بیان می‌گردند (رابطه ۱).

بدنه پل در راستای طولی به تعدادی نوار تقسیم بندی شده است. در راستاهای طولی و عرضی هر نوار به ترتیب از توابع شکل هارمونیک و توابع شکل لاگرانژی استفاده شده است.

$$\begin{aligned} u'(x, y, z) &= u(x, y) + z\theta_x(x, y) \\ v'(x, y, z) &= v(x, y) + z\theta_y(x, y) \\ w'(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

در شکل ۱، مولفه‌های تغییر مکانی u, v, w و دورانی θ_x و θ_y در سیستم مختصات محلی (المان) تعریف شده‌اند و جابجایی‌های $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ دوران $\bar{\theta}_x, \bar{\theta}_y, \bar{\theta}_z$ در سیستم مختصات اصلی ارایه شده‌اند. در شکل ۱، b و a_e به ترتیب عرض و طول المان نواری می‌باشند.

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \sum_{l=1}^L u^l(x) \sin\left(\frac{l\pi y}{b}\right) \\ v(x, y) &= \sum_{l=1}^L v^l(x) \cos\left(\frac{l\pi y}{b}\right) \\ w(x, y) &= \sum_{l=1}^L w^l(x) \sin\left(\frac{l\pi y}{b}\right) \\ \theta_x(x, y) &= \sum_{l=1}^L \theta_x^l(x) \sin\left(\frac{l\pi y}{b}\right) \\ \theta_y(x, y) &= \sum_{l=1}^L \theta_y^l(x) \cos\left(\frac{l\pi y}{b}\right) \end{aligned} \quad (2)$$



شکل ۱. مولفه‌های تغییر مکان و سیستم‌های مختصات یک المان نواری

و Z به ترتیب راستاهای عرضی، طولی و قائم پل می‌باشند. با بسط هر یک از مولفه‌های تغییرمکانی براساس n گره، رابطه ۳ نوشته می‌شود.

$$u^l(x) = \sum_{i=1}^n N_i u_i^l$$

$$v^l(x) = \sum_{i=1}^n N_i v_i^l$$

$$w^l(x) = \sum_{i=1}^n N_i w_i^l$$

$$\theta_{x_i}^l(x) = \sum_{i=1}^n N_i \theta_{x_i}^l$$

$$\theta_{y_i}^l(x) = \sum_{i=1}^n N_i \theta_{y_i}^l$$

در رابطه ۲، $u^l, v^l, w^l, \theta_{y_i}^l, \theta_{x_i}^l$ دامنه‌های تغییر مکان برای هارمونیک l بوده و فقط تابعی از x می‌باشند. در رابطه ۲، L تعداد کل هارمونیک‌ها می‌باشد. در سیستم مختصات محلی، y, x

(۳)

در رابطه ۳، $u_i^l, v_i^l, w_i^l, \theta_{y_i}^l, \theta_{x_i}^l$ درجات آزادی گره i ام و هارمونیک l ام می‌باشند. با ترکیب روابط ۲ و ۳، رابطه‌ی میدان تغییر مکان در درون هر نوار به صورت رابطه ۴ نوشته می‌شود.

$$\{u\} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n N_i \times Y_l(y) \times \{\delta\}_i^l \quad (4)$$

می‌کنند. همچنین n تعداد گره‌ها در عرض نوار می‌باشند. N_i در رابطه ۴ توابع شکل لاگرانژی بوده که در راستای عرضی نوار در نظر گرفته شده است. مقدار N_i وابسته به تعداد گره‌های در نظر گرفته شده در راستای عرضی نوار می‌باشد. همچنین در رابطه ۴، $\{\delta\}_i^l$ بردار تغییر مکان بوده و به صورت رابطه ۵ نوشته می‌شود.

$$\{\delta\}_i^l = [u_i^l, v_i^l, w_i^l, \theta_{x_i}^l, \theta_{y_i}^l]^T$$

در رابطه ۴، $Y_l(y)$ یک ماتریس قطری 5×5 در 5 بوده و مقادیر درایه‌های آن وابسته به توابع مثلثاتی می‌باشند. درایه‌های قطری ماتریس از سطر و ستون ۱ تا ۵ به ترتیب، $\sin\left(\frac{l\pi y}{b}\right)$ ، $\cos\left(\frac{l\pi y}{b}\right)$ ، $\sin\left(\frac{l\pi y}{b}\right)$ ، $\cos\left(\frac{l\pi y}{b}\right)$ می‌باشند. مقدار $Y_l(y)$ متناسب با تغییر مکان بوده و طبق رابطه ۲ تغییر

(۵)

۲-۱-۲- روابط کرنش - تغییر مکان و تنش - کرنش

مقادیر کرنش در هر نقطه از پل و در سیستم مختصات محلی به صورت رابطه ۶ تعریف می‌شوند.

$$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_m, \varepsilon_b, \varepsilon_s]^T \quad (6)$$

در رابطه ۶، $\varepsilon_m, \varepsilon_b, \varepsilon_s$ به ترتیب بردارهای کرنش‌های تعمیم یافته برشی، خمشی و غشایی هستند و به کمک روابط ۷، ۸ و ۹ بسط داده می‌شوند.

$$\varepsilon_m = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\varepsilon_b = \begin{bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{yy} \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\varepsilon_s = \begin{bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_x + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \theta_y + \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (9)$$

همچنین مولفه‌های بردار تنش متناظر با کرنش‌های ارائه شده در رابطه ۷، به صورت رابطه ۱۰ نوشته می‌شود.

$$\{\sigma\} = [\sigma_m, \sigma_b, \sigma_s]^T \quad (10)$$

در رابطه ۱۰، σ_m و σ_b, σ_s به ترتیب بردارهای تنش تعمیم یافته ناشی از اثرات برشی، خمشی و غشایی بوده و به صورت رابطه ۱۱ بسط داده می‌شوند.

$$\begin{aligned} \sigma_m &= [N_x, N_y, N_{xy}]^T \\ \sigma_b &= [M_x, M_y, M_{xy}]^T \\ \sigma_s &= [Q_x, Q_y]^T \end{aligned} \quad (11)$$

با فرض ساخته شدن پل از مصالح ارتجاعی خطی با ماتریس صلبیت $[D]$ ، رابطه‌ی بردارهای تنش‌های تعمیم یافته و کرنش‌های تعمیم یافته مطابق با رابطه ۱۲ نوشته می‌شود.

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (12)$$

ماتریس صلبیت $[D]$ یک ماتریس ۸ در ۸ بوده و به صورت رابطه ۱۳ نوشته می‌شود.

$$[D] = \begin{bmatrix} D_m & 0 & 0 \\ 0 & D_b & 0 \\ 0 & 0 & D_s \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

در رابطه ۱۳، D_m ، D_b و D_b به ترتیب به صورت روابط ۱۴، ۱۵ و ۱۶ محاسبه می‌شوند.

$$D_m = \frac{Et}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

$$D_b = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

$$D_s = \frac{\gamma Et}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۱۶)$$

در روابط ۱۴، ۱۵ و ۱۶، E مدول الاستیسیته، ν ضریب پواسون، γ ضریب تصحیح برشی (۵/۶) و همچنین t ضخامت المان نواری می‌باشد.

۲-۱-۳- ماتریس سختی المان نواری

با توجه به روابط کرنش- تغییر مکان، بردار کرنش تعمیم یافته برای هر نقطه از المان نواری به صورت جملاتی از دامنه‌های تغییر مکانی نوشته می‌شود (رابطه ۱۷).

$$\{\varepsilon\} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n [B]_i^l \{\delta\}_i^l \quad (۱۷)$$

با در نظر گرفتن اثرات غشایی، خمشی و برشی نوار رابطه ۱۷ به صورت رابطه ۱۸ تعمیم داده می‌شود.

$$[B]_i^l = \begin{Bmatrix} B_{mi}^l \\ B_{bi}^l \\ B_{si}^l \end{Bmatrix} \quad (۱۸)$$

مقادیر ماتریس‌های B_{mi}^l ، B_{bi}^l و B_{si}^l به کمک روابط ۱۹، ۲۰ و ۲۱ محاسبه می‌شوند.

$$B_{mi}^l = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\right) S_l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -N_i \frac{l\pi}{b} S_l & 0 & 0 & 0 \\ N_i \frac{l\pi}{b} C_l & \left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\right) C_l & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۹)$$

$$B_{bi}^l = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\right) S_l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -N_i \frac{l\pi}{b} S_l \\ 0 & 0 & 0 & N_i \frac{l\pi}{b} C_l & \left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\right) C_l \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$B_{si}^l = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\right) S_l & N_i S_l & 0 \\ 0 & 0 & N_i \frac{l\pi}{b} C_l & 0 & N_i C_l \end{bmatrix} \quad (21)$$

ماتریس سختی را برای المان نواری e ام به صورت رابطه ۲۲ نوشته می‌شود. در رابطه ۲۲، a_e عرض نوار و b طول نوار می‌باشد.

$$[K_{ij}^{lm}]^e = \begin{cases} \frac{b}{2} \int_0^{a_e} [B_i^l]^T [D] [B_j^l] dx & l = m \\ 0 & l \neq m \end{cases} \quad (22)$$

می‌باشد. با توجه به اینکه دوران سوم حول محور Z در تعریف کرنش ظاهر نمی‌شود، بنابراین برای مدل کردن رفتار سازه برای هر نوار منفرد لازم نمی‌باشد. اما وقتی که چند المان نواری دارای یک خط گره‌ای مشترک در صفحات متفاوتی قرار می‌گیرند، به حساب آوردن مؤلفه θ_z (مؤلفه دوران حول محور کلی Z) برای سازگاری تبدیل تغییر مکان‌ها و نیروها از سیستم مختصات محلی به سیستم مختصات کلی ضروری می‌باشد. بر همین اساس و با کمک رابطه ۲۳، تغییر مکان‌ها و نیروها از سیستم مختصات محلی به سیستم مختصات اصلی انتقال می‌یابند.

$$\{\delta\}_i^l = T\{\bar{\delta}\}_i^l \quad (23)$$

$$\{f\}_i^l = T\{\bar{f}\}_i^l$$

در رابطه ۲۳ به ترتیب بردارهای تغییر مکان و نیرو در المان e ام و در سیستم مختصات اصلی هستند و به صورت رابطه ۲۴ نوشته می‌شوند.

در روابط ۱۹ تا ۲۱، $S_l = \sin\left(\frac{l\pi y}{b}\right)$ و $C_l = \cos\left(\frac{l\pi y}{b}\right)$ می‌باشند. با قرار دادن روابط ۱۹ تا ۲۱ در رابطه انرژی کرنشی پل بدون دیافراگم و با در نظر گرفتن خواص تعامد توابع مثلثاتی،

۲-۱-۴- انتقال به سیستم مختصات اصلی

یکی از اختلاف‌های اساسی بین فرمول بندی نوار محدود صفحات و صفحات تا شده این است که در حالت خمش صفحه‌های همه نوارها در یک سطح قرار می‌گیرند و این سطح همان سطح میانی ورق می‌باشد. در صورتی که در مسائل ورق‌های تا شده نوارها معمولاً با زاویه به یکدیگر برخورد می‌کنند. بنابراین، برای مونتاژ ماتریس سختی کل از ماتریس‌های نواری منفرد، باید همه نیروهای گره‌ای و تغییر مکان‌ها در یک سیستم مختصات عمومی و واحد بیان گردند. تغییر مکان‌های گره‌ای تعریف شده در سیستم مختصات محلی فقط شامل دو مؤلفه دورانی θ_x و θ_y

$$\{\bar{\delta}\}_i^l = [\bar{u}_i^l, \bar{v}_i^l, \bar{w}_i^l, \bar{\theta}_{xi}^l, \bar{\theta}_{yi}^l, \bar{\theta}_{zi}^l]^T \quad (24)$$

$$\{\bar{f}\}_i^l = [\bar{F}_i^l, \bar{F}_i^l, \bar{F}_i^l, \bar{M}_{\theta_{xi}}^l, \bar{M}_{\theta_{yi}}^l, \bar{M}_{\theta_{zi}}^l]^T$$

در رابطه ۲۳، T ماتریس انتقال بوده و به کمک رابطه ۲۵ محاسبه می‌شود.

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (25)$$

همچنین ماتریس سختی هر المان نواری در سیستم مختصات کلی $([\bar{K}]^e)$ به صورت رابطه ۲۶ نوشته می‌شود.

$$[\bar{K}]^e = [T]^T [K]^e [T] \quad (26)$$

۲-۱-۵- بردار بار المان نواری

در صورتی که بار گسترده یکنواختی با شدت q به سطح یک المان نواری وارد شود، بردار بار المان نواری ناشی از بار گسترده q به کمک رابطه ۲۷ قابل محاسبه می‌باشد.

همانند روابط ۲ تا ۵ و به منظور محاسبه بردار بار المان نواری، بسطی که برای به دست آوردن تغییر مکان انجام شد، صورت می‌گیرد.

$$\{F\}_i^l = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} N_i(x) Y^l(y) q dx dy \quad (27)$$

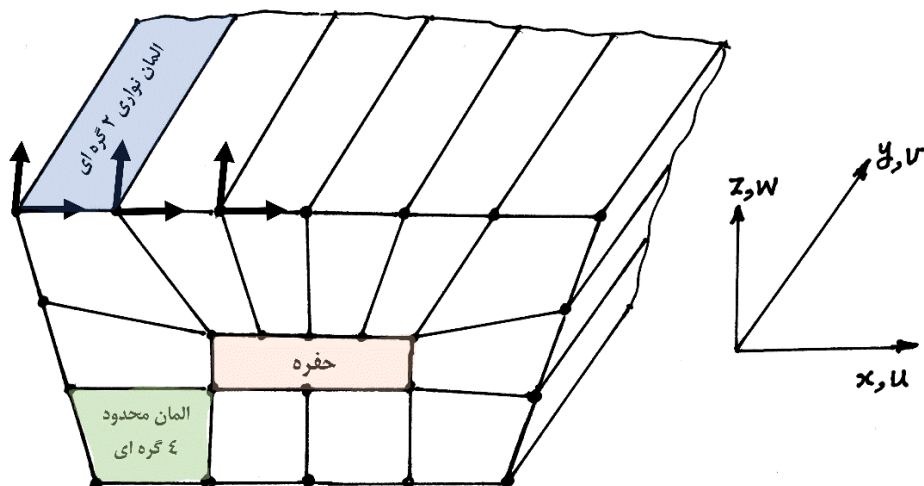
همچنین در صورتی که بار متمرکزی با اندازه P در مختصات $x = x_c$ و $y = y_c$ به صورت عمودی بر سطح المان نواری وارد شود، با کمک نوشتن بسط فوریه بردار و تعمیم و ساده سازی آن، بردار بار المان نواری ناشی از نیروی متمرکز P به صورت رابطه ۲۸ محاسبه می‌شود.

$$\{F\}_i^l = P \times N_i(x_c) \times Y^l(y_c) \quad (28)$$

۲-۲- روش اجزای محدود

اگر تعداد گره‌ها NN در نظر گرفته شود، تعداد درجات آزادی یک دیافراگم به اندازه $2 * NN$ می‌باشد. هر نقطه در محل اتصال پل و دیافراگم در جهت Z تغییر مکان \bar{w} و در جهت X تغییر مکان \bar{u} سازگار با تغییر مکان پل دارد. در شکل ۲، گسسته سازی پل جعبه‌ای به همراه دیافراگم انعطاف پذیر دارای حفره نشان داده شده است. اگر ابعاد ماتریس سختی یک پل جعبه‌ای بدون دیافراگم $mindf * mindf$ باشد، و تعداد دیافراگم‌ها ND باشد، ابعاد ماتریس سختی تا این مرحله $2 * ND + mindf$ (mindf + ND * 2 * NN) خواهد بود.

دیافراگم‌ها مانند پل‌های جعبه‌ای در یک راستای خود طویل نبوده و همچنین ضخامت یک بعد آنها نسبت به دو بعد دیگر کوچک‌تر می‌باشد. بنابراین، در این تحقیق دیافراگم‌ها به کمک روش اجزای محدود و به صورت تنش مسطح شبیه‌سازی شده‌اند. هر المان دیافراگم دارای چهار گره بوده و در هر گره دو درجه آزادی انتقالی در نظر گرفته شده است. در ماتریس سختی مونتاژ شده برای تحلیل پل‌های جعبه‌ای، ابتدا ماتریس سختی بدون احتساب دیافراگم‌ها محاسبه شده است، در ادامه ماتریس سختی دیافراگم‌ها به اندازه ۲ برابر تعداد گره‌ها افزوده می‌شود.



شکل ۲. گسسته سازی پل جعبه‌ای به همراه دیافراگم انعطاف پذیر دارای حفره

۲-۳- اتصال پل جعبه‌ای به دیافراگم

و به‌ازای هر دیافراگم، تعداد $2 * NOCND$ به ابعاد ماتریس سختی کل سیستم اضافه می‌شود. به کمک استفاده از روش ضرایب لاگرانژ، اتصال میان پل و دیافراگم برقرار می‌شود. در نقاط اتصال پل به دیافراگم باید شرایط مرزی در رابطه ۲۹ اکتانغ گردد.

$$@y_d = \bar{y} \begin{cases} \bar{u}_{ib} = \bar{u}_{id} & i = 1, 2, 3, \dots, n \\ \bar{w}_{ib} = \bar{w}_{id} & i = 1, 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (29)$$

به دست می‌آید. در رابطه ۳۰، انرژی پتانسیل کل پل بدون در نظر گرفتن اثر دیافراگم‌ها می‌باشد. سازگاری میان \bar{u}_{id} ، \bar{u}_{ib} و \bar{w}_{id} و \bar{w}_{ib} به کمک ضرایب لاگرانژ λ_{iu} و λ_{iw} در قالب رابطه ۳۰ اکتانغ می‌گردند.

$$\bar{\pi} = \pi + \sum_{i=1}^n \lambda_{iu} (\bar{u}_{ib} - \bar{u}_{id}) + \sum_{i=1}^n \lambda_{iw} (\bar{w}_{ib} - \bar{w}_{id}) \quad (30)$$

رابطه جابجایی در جهت های \bar{x} و \bar{z} (\bar{u} و \bar{w}) پل به صورت رابطه ۳۱ می‌باشد.

$$\bar{u}_j^b = \sum_{m=1}^M \bar{u}_{jm} * \sin \alpha_{m,y} \quad (31)$$

$$\bar{w}_j^b = \sum_{m=1}^M \bar{w}_{jm} * \sin \alpha_m y$$

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{L}$$

با جایگذاری رابطه ۳۱ در رابطه ۳۰ و اعمال تغییرات اول در آن، رابطه ۳۲ بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \delta \bar{\pi} = \delta \pi + \delta \lambda_{iu} * \bar{u}_{im} * \sin \alpha_m \bar{y} + \lambda_{iu} * \delta \bar{u}_{im} * \sin \alpha_m \bar{y} - \delta \lambda_{iu} \bar{u}_{id} - \lambda_{iu} \delta \bar{u}_{id} + \delta \lambda_{iw} * \bar{w}_{im} \\ * \sin \alpha_m \bar{y} + \lambda_{iw} * \delta \bar{w}_{im} * \sin \alpha_m \bar{y} - \delta \lambda_{iw} \bar{w}_{id} - \lambda_{iw} \delta \bar{w}_{id} = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

مطابق رابطه ۳۲، و با کمک ضرایب لاگرانژ، درایه‌های ماتریس سختی دیافراگم به ماتریس سختی سازه (بدون حضور دیافراگم) اضافه می‌شوند (رابطه ۳۳).

$$K_{\lambda u, u}^{i, im} = \sin \alpha_m \bar{y}$$

$$K_{\lambda w, w}^{i, im} = \sin \alpha_m \bar{y}$$

$$K_{u, \lambda u}^{im, i} = \sin \alpha_m \bar{y}$$

$$K_{w, \lambda w}^{im, i} = \sin \alpha_m \bar{y}$$

(۳۳)

$$K_{\lambda u, u}^{i, i} = -1$$

$$K_{u, \lambda u}^{i, i} = -1$$

$$K_{\lambda w, w}^{i, i} = -1$$

$$K_{w, \lambda w}^{i, i} = -1$$

دیافراگم اقناع گردند، زیرا که افزودن دیافراگم نیز نباید خللی در روابط تعادل پل وارد کند. روابط تعادل هم بوسیله روش ضرایب لاگرانژ افزوده شده‌اند. روابط تعادل برای هر دیافراگم به صورت روابط ۳۴ می‌باشند.

درایه‌های ماتریس سختی ارائه شده در رابطه ۳۳ قطری نبوده و همانگونه که از اندیس‌های آنها مشخص است، با توجه به تعداد هارمونیک (متر) تعیین می‌شوند. البته ضرایب ۱- در ادامه بازی نقاط اتصال دیافراگم و در مختصات آن نقطه اتصال افزوده می‌گردند. در این قسمت معادلات تعادل نیز باید بازی هر

$$\sum_{i=1}^{nocnd} \lambda_{ix} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{nocnd} \lambda_{iz} = 0$$

(۳۴)

$$\sum_{i=1}^{nocnd} (\lambda_{ix} * \bar{z}_i + \lambda_{iz} * \bar{x}_i) = 0$$

پس از اینکه از رابطه انرژی تغییر اول گرفته شد، رابطه بسط یافته جدید انرژی به شکل رابطه ۳۵ نوشته می‌شود.

$$\delta\bar{\pi} = \delta\pi + \left(\delta\Lambda_x * \sum_{i=1}^{nocnd} \lambda_{ix} + \Lambda_x * \delta \sum_{i=1}^{nocnd} \lambda_{ix} + \delta\Lambda_z * \sum_{i=1}^{nocnd} \lambda_{iz} + \Lambda_z * \delta \sum_{i=1}^{nocnd} \lambda_{iz} + \delta\Lambda_T * \sum_{i=1}^{nocnd} (\lambda_{ix} * \bar{z}_i + \lambda_{iz} * \bar{x}_i) + \Lambda_T * \delta \sum_{i=1}^{nocnd} (\lambda_{ix} * \bar{z}_i + \lambda_{iz} * \bar{x}_i) \right) = 0 \quad (35)$$

۳۶، NN تعداد نقاط در نظر گرفته شده برای یک دیافراگم بوده که نقاط داخلی را نیز شامل می‌گردد.

بدین ترتیب ضرایب لاگرانژ جدیدی جهت اقتناع روابط تعادل به ماتریس سختی افزوده می‌شوند و ابعاد ماتریس سختی ($mindft$) به صورت رابطه ۳۶ قابل محاسبه است. در رابطه

$$mindft = mindf + ND * 2 * NN + ND * 2 * NOCND + 3 * ND \quad (36)$$

۲-۴- اعمال اثر تکیه‌گاه‌های میانی به پل

تاثیر تکیه‌گاه‌های میانی روی پل به کمک روش ضرایب لاگرانژ اعمال شده‌اند. مقدار جابجایی قائم پل در محل تکیه‌گاه‌ها (w) برابر صفر می‌باشد و رابطه ۳۷ این قید تغییر مکانی را توصیف می‌کند.

$$C(U) = 0 \quad in \quad \Omega \quad (37)$$

در رابطه ۳۷، U بردار تغییر مکان و دوران می‌باشد، که مطابق درجات آزادی صفحه یا صفحه تاشده تعیین می‌شود. با گرفتن تغییر اول از انرژی پتانسیل سیستم کل و اقتناع قید رابطه ۳۷ با کمک روش ضرایب لاگرانژ، رابطه ۳۸ بدست می‌آید.

$$\delta\bar{\pi} = \delta\pi + \int_{\Omega} \lambda^T \delta C(U) d\Omega + \int_{\Omega} \delta \lambda^T C(U) d\Omega \quad (38)$$

در رابطه ۳۸، λ بیانگر ضرایب لاگرانژ بوده و در واقع همان مقدار عکس‌العمل تکیه‌گاه‌های میانی می‌باشد. در صورتی که تکیه‌گاه‌ها منفرد باشند، می‌توان رابطه ۳۹ را برای ستون n ام نوشت.

$$C(\bar{w}_n) = \sum_{l=1}^L \bar{w}_n^l \sin \frac{l\pi y_n}{b} = 0 \quad (39)$$

ساختار ماتریس سختی کل سیستم با افزودن متغیرهای جدید λ (ضرایب لاگرانژ) به صورت رابطه ۴۰ می‌باشد.

$$K = \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\lambda} \\ K_{\lambda u} & 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

در رابطه ۴۰، ماتریس سختی K_{uu} ماتریسی است که از سختی صفحه یا صفحه تاشده قبل از اعمال وجود ستون‌ها (تکیه‌گاه‌های میانی) بوجود می‌آید و زیرماتریس $K_{u\lambda}$ تاثیر رابطه قیدی بر روی سختی بوده و در حالت تکیه گاه منفرد به صورت رابطه ۴۱ نوشته می‌شود.

$$[K_{u\lambda}]^{ln} = \sin \frac{l\pi y_n}{b} \quad (41)$$

۲-۵- حل معادله تعادل

پس از تشکیل ماتریس سختی و بردار بار کل مدل (مجموعه پل و دیافراگم‌های داخلی)، معادله تعادل استاتیکی ارایه شده در رابطه ۴۲ به کمک روش چولسکی حل شده تا بردار جابجایی مدل محاسبه گردد.

درایه‌های مختلف ماتریس سختی K_{ii} فقط درجه آزادی \bar{w} را تحت تأثیر قرار داده و تاثیری در بردار بار نخواهند داشت و برهمین اساس بردار بار ناشی از پل دارای تکیه‌گاه‌های میانی تغییری نمی‌کند.

$$\{F\} = [K]\{\Delta\}$$

(۴۲)

در رابطه ۴۲، $\{\Delta\}$ بردار جابجایی پل و ضرایب لاگرانژ، $[K]$ ماتریس سختی کل مدل و $\{F\}$ بردار نیروی کل مدل می‌باشند.

۳- مطالعه پارامتریک

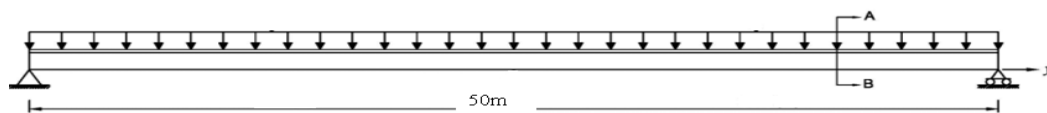
تحقیق با نتایج حاصل از مدل اجزای محدود ساخته شده در نرم افزار اجزای محدود آباکوس مقایسه شده است تا صحت نتایج به دست آمده مورد ارزیابی قرار گیرد.

در این بخش با حل مثال‌های متعدد از پل جعبه‌ای تحت اثر بارگسترده و بار متمرکز تاثیر وجود دیافراگم بر تغییر شکل و نیروهای داخلی ایجاد شده در پل و دیافراگم بررسی شده است. همچنین نتایج بدست آمده از مدل عددی توسعه داده شده در این

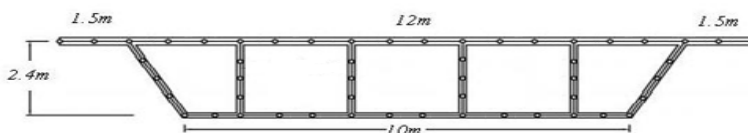
۳-۱- پل جعبه‌ای بدون دیافراگم و تکیه‌گاه میانی تحت بار گسترده یکنواخت

۲۶ المان نواری و ۵۰ المان نواری شبیه‌سازی شده است. همچنین این پل با کمک ۱۲۵۶۰ درجه آزادی در برنامه اجزای محدود آباکوس شبیه‌سازی شده است (شکل ۵). در مدل نرم افزار آباکوس از المان‌های $S8R$ استفاده شده است. المان $S8R$ ، المان درجه دوم با انتگرال‌گیری کاهش یافته بوده و برای مدل‌سازی پوسته‌های جدار نازک با کرنش‌های کوچک مناسب می‌باشد.

در این بخش، تغییرشکل و نیروهای ایجاد شده در یک پل جعبه‌ای بدون دیافراگم و تکیه‌گاه میانی با کمک مدل ساخته شده در این تحقیق و نرم افزار آباکوس محاسبه و با یکدیگر مقایسه می‌شوند. نمایی از مقطع طولی و عرضی پل در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است. مدول الاستیسیته، ضریب پواسون و ضخامت بخش‌های مختلف بدنه پل به ترتیب $10^6 \times 2/7$ تن بر متر مربع، $0/3$ و $0/25$ متر در نظر گرفته شده است. به منظور کنترل همگرایی نتایج بدست آمده از برنامه، این پل با



شکل ۳. نمایی از مقطع طولی پل تحت اثر بارگسترده



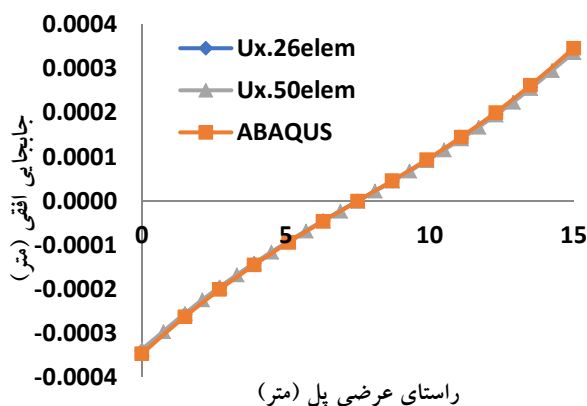
شکل ۴. نمایی از مقطع عرضی پل



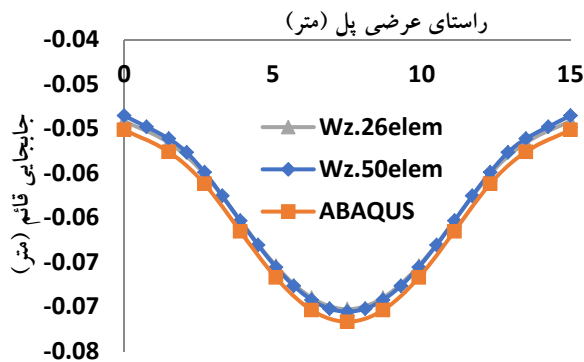
شکل ۵. پل شبیه سازی شده در نرم افزار آباکوس

تا ۱۲ مشاهده می‌شود، هنگامی که پل با ۲۶ المان نواری شبیه‌سازی می‌شود، اختلاف نسبتاً قابل توجهی میان نتایج مشاهده می‌شود. اما زمانی که تعداد المان‌های نواری از ۲۶ به ۵۰ افزایش می‌یابد، اختلاف میان نتایج مدل عددی توسعه داده شده در این تحقیق و برنامه آباکوس نسبتاً ناچیز می‌باشد. این امر نشان می‌دهد که برنامه توسعه داده شده در این تحقیق به خوبی می‌تواند رفتار پل جعبه‌ای را شبیه‌سازی کند. نکته حائز اهمیت در این میان این است که با اینکه همگرایی مناسبی میان نتایج دیده می‌شود، اما تعداد درجات آزادی برنامه توسعه داده شده در این تحقیق و نرم افزار آباکوس به ترتیب ۱۵۵۰ و ۱۲۰۰۰ می‌باشد. این امر نشان دهنده هزینه محاسبات به مراتب پایین‌تر برنامه توسعه داده شده در این تحقیق در مقایسه بر نرم افزار تجاری اجزای محدود آباکوس می‌باشد.

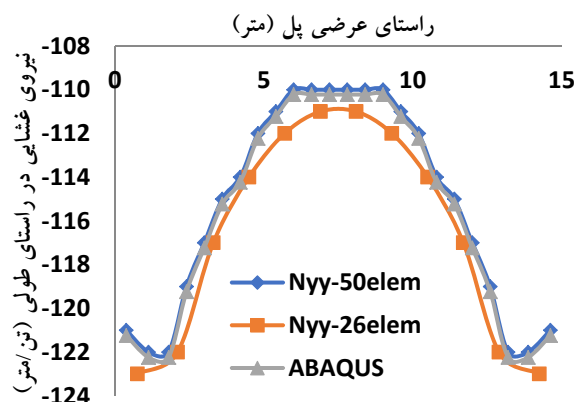
پل جعبه‌ای شبیه‌سازی شده در دو انتها دارای تکیه‌گاه ساده بوده و در لبه‌های طولی خود آزاد می‌باشد. این پل شامل دو پیاده‌رو در دو طرف می‌باشد. شدت بارگسترده بر روی پیاده رو ۲۰۰ کیلوگرم بر متر مربع و شدت بارگسترده بر روی عرشه پل ۴۳۰ کیلوگرم بر متر مربع (مجموع بار مرده و متحرک عرشه پل) در نظر گرفته شده است. با توجه به تقارن موجود در پلان پل و بارگذاری آن، هارمونیک‌های زوج مقادیر صفر می‌پذیرند و فقط هارمونیک‌های فرد جز هارمونیک‌های غیر صفر محسوب می‌شوند. با کمک ۱۶ هارمونیک غیر صفر نتایج برنامه توسعه داده شده در FORTRAN به همگرایی مناسب می‌رسند. در شکل‌های ۶ تا ۱۲ نتایج برنامه توسعه داده شده در FORTRAN با نتایج حاصل از برنامه آباکوس (تغییر مکان، دوران لنگر و برش) مقایسه شده‌اند. همانگونه که در شکل‌های ۶



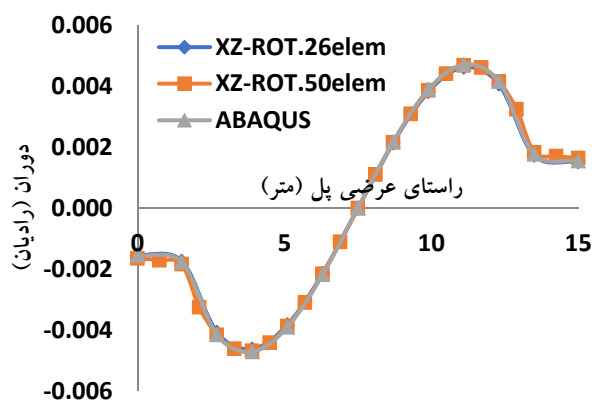
شکل ۷. تغییر مکان افقی (U_x) دال فوقانی عرشه در وسط دهانه پل



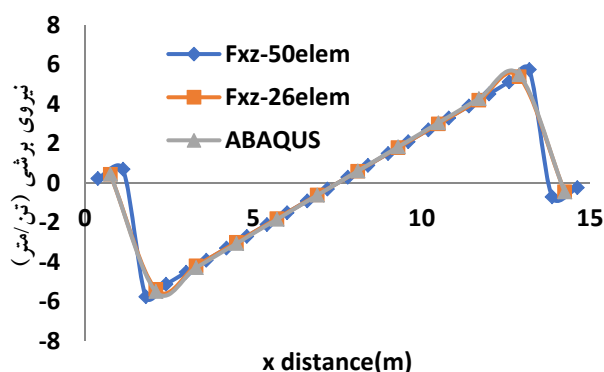
شکل ۶. تغییر مکان قائم (W_z) دال فوقانی عرشه در وسط دهانه پل



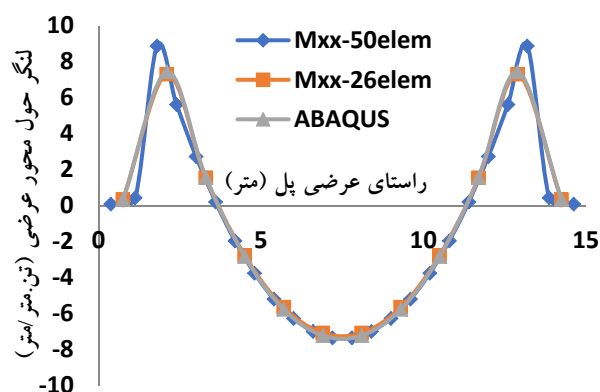
شکل ۹. نیروی غشایی راستای طولی (N_{yy}) ایجاد شده در دال فوقانی در محل وسط دهانه پل



شکل ۸. دوران (θ_{xz}) دال فوقانی عرشه در وسط دهانه پل



شکل ۱۲. نیروی برشی (F_{xz}) ایجاد شده در دال فوقانی در محل وسط دهانه پل

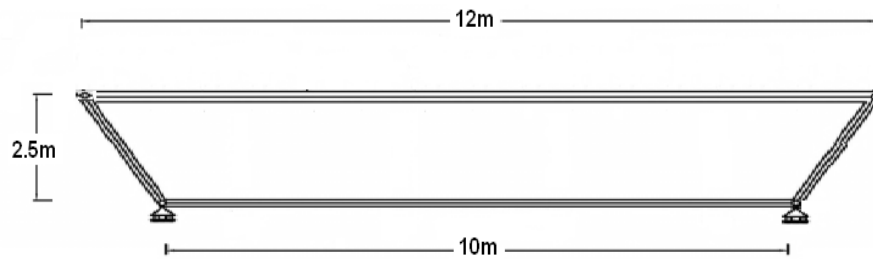


شکل ۱۱. لنگر حول محور عرضی پل (M_{xz}) دال فوقانی عرشه در وسط دهانه

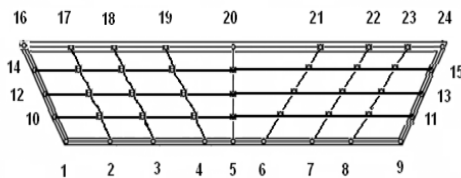
۳-۲- پل شاهتیر جعبه‌ای با دیافراگم میانی و اعمال نیروی گسترده متقارن

پواسون و ضخامت اعضای دیافراگم به ترتیب $2/7 \times 10^6$ تن بر متر مربع، $0/3$ و $0/2$ متر در نظر گرفته شده است. بارگسترده یکنواخت با شدت ۱ تن بر مترمربع به پل اعمال می‌گردد. سه نوع المان بندی برای شبیه سازی پل به همراه دیافراگم در نظر گرفته شده است: حالت اول: ۱۲ المان نواری به همراه ۸ المان محدود، حالت دوم: ۲۰ المان نواری و ۱۶ المان محدود و حالت سوم ۲۴ المان نواری و ۳۲ المان محدود. در شکل ۱۴ نمایی از مقطع عرضی پل به همراه دیافراگم شبیه سازی شده در حالت‌های اول و سوم نشان داده شده است.

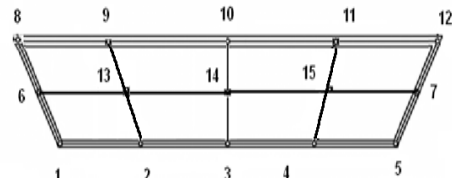
در این بخش پلی جعبه‌ای در نظر گرفته می‌شود که در مقطع عرضی خود سه عدد دیافراگم دارد. دیافراگم‌ها به شکل متقارن بوده و در میانه دهانه و بیست و پنج درصد ابتدا و انتهای دهانه قرار گرفته‌اند. به بیانی دیگر، دیافراگم‌های میانی در فواصل $12/5$ ، 25 و $37/5$ متر از ابتدای پل قرار دارند. در شکل‌های ۳ و ۱۳ به ترتیب نماهایی از مقاطع طولی و عرضی پل نشان داده شده است. مدول الاستیسیته، ضریب پواسون و ضخامت بخش‌های مختلف بدنه پل به ترتیب $2/7 \times 10^6$ تن بر متر مربع، $0/3$ و $0/1$ متر در نظر گرفته شده است. همچنین مدول الاستیسیته، ضریب



شکل ۱۳. نمایی از مقطع عرضی پل



(ب)

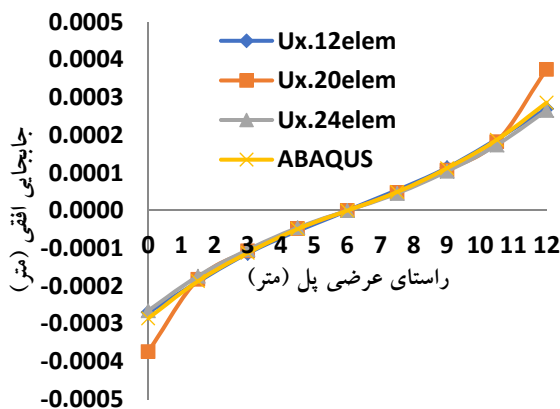


(الف)

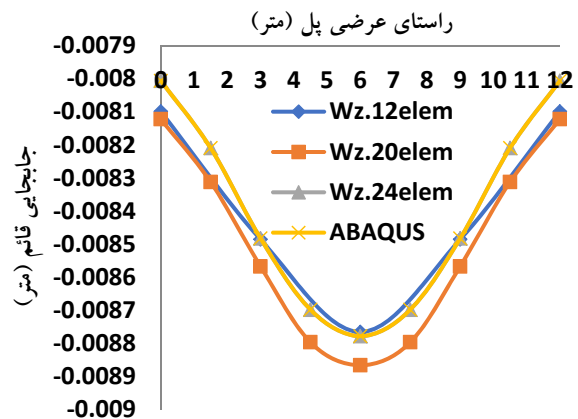
شکل ۱۴. شبیه سازی پل و دیافراگم به کمک المان های مختلف الف) حالت اول ب) حالت سوم

مقایسه شده اند. همانگونه که در این شکل ها مشاهده می گردد، وقتی تعداد المان ها از ۱۲ المان به ۲۰ المان و بیشتر افزایش می یابد، همگرایی مناسبی میان نتایج ایجاد می شود.

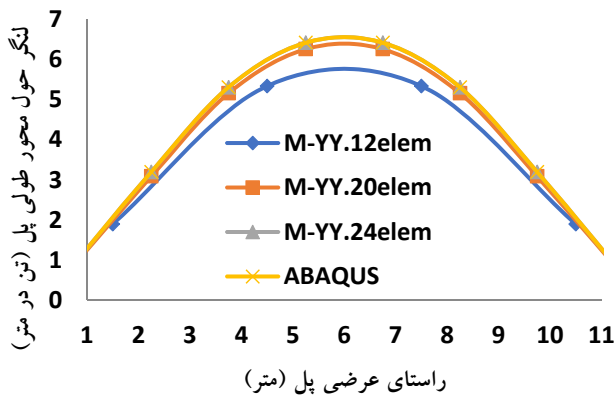
در شکل های ۱۵ تا ۲۲ نتایج حاصل از تحلیل پل به کمک برنامه توسعه داده شده در این تحقیق (برای سه حالت مختلف ۱۲، ۲۰ و ۲۴ المان نواری)، با نتایج حاصل از نرم افزار آباکوس



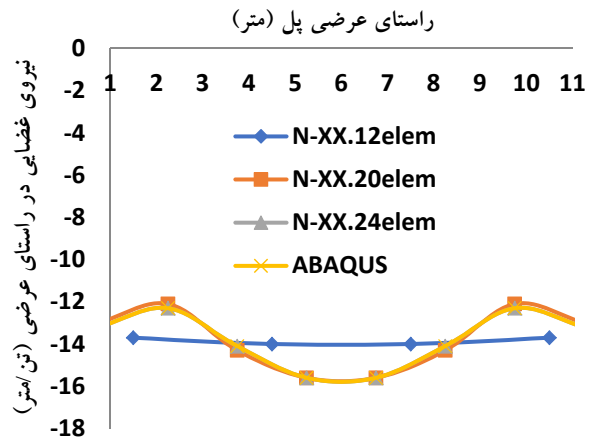
شکل ۱۶. تغییر مکان افقی (U_x) پل در یک چهارم دهانه



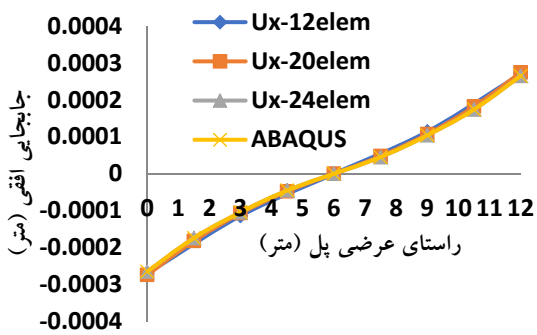
شکل ۱۵. تغییر مکان قائم (W_z) پل در یک چهارم دهانه



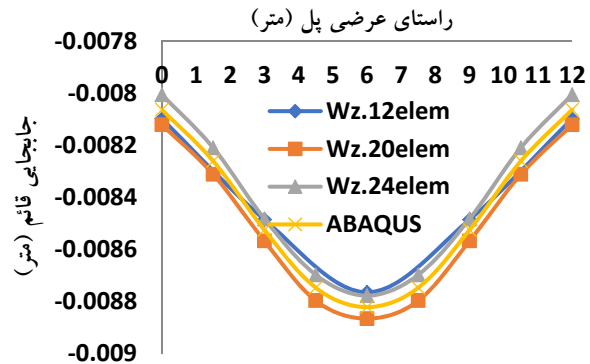
شکل ۱۸. لنگر پل حول محور طولی پل (M_{yy}) در یک چهارم دهانه



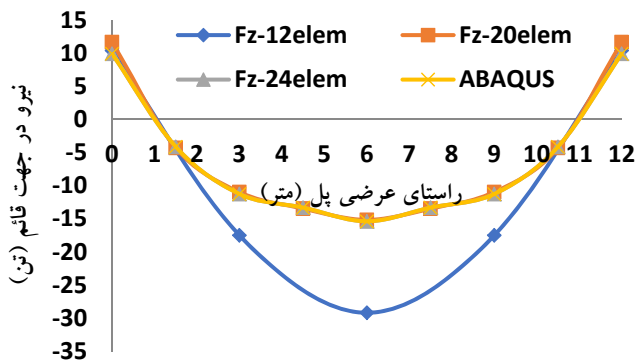
شکل ۱۷. نیروی غشایی پل در راستای عرضی (N_{xx}) در یک چهارم دهانه



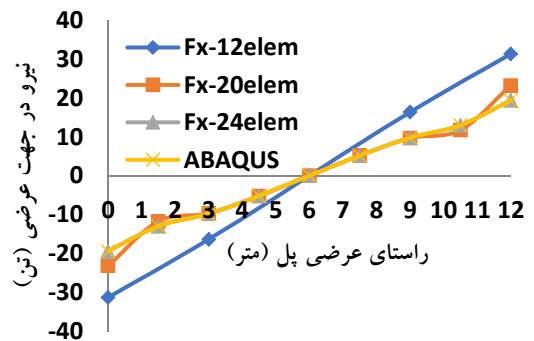
شکل ۲۰. تغییر مکان افقی دیافراگم (U_x) در یک چهارم دهانه



شکل ۱۹. تغییر مکان قائم دیافراگم (W_z) در یک چهارم دهانه



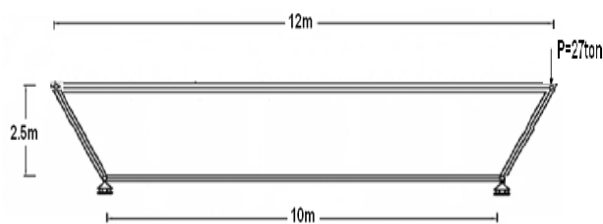
شکل ۲۲. نیروی دیافراگم در جهت قائم (F_z) در یک چهارم دهانه



شکل ۲۱. نیروی دیافراگم در جهت عرضی (F_x) در یک چهارم دهانه

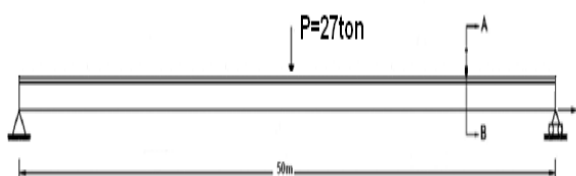
۳-۳- پل شاهتیر جعبه‌ای با دیافراگم تحت نیروی متمرکز نامتقارن

آمده از برنامه توسعه داده شده در این تحقیق برای دو حالت پل دارای دیافراگم و پل بدون دیافراگم با یکدیگر مقایسه شده است. با توجه به نتایج نشان داده شده در شکل‌های ۲۴ تا ۲۹، در صورت عدم وجود دیافراگم تغییر مکان پل به مراتب بیشتر و شیب نمودار جابجایی متأثر از بار متمرکز نامتقارن مقدار زیادی می‌باشد. بعد از اضافه شدن دیافراگم، شیب نمودار جابجایی کمتر شده و تغییر مکان‌های ابتدا و انتهای عرشه به یکدیگر نزدیکتر می‌شوند. با توجه به شکل ۲۵، وجود دیافراگم تأثیر زیادی در کاهش دوران صفحه XZ دارد.



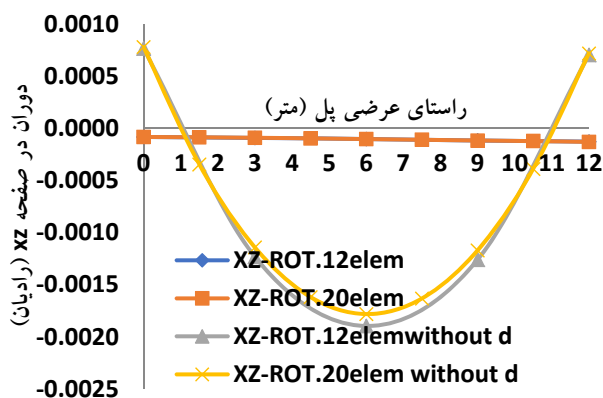
(ب)

در این بخش پل شاهتیر جعبه‌ای با مشخصات بخش قبل در نظر گرفته شده است با این تفاوت که بجای بارگسترده، پل تحت اثر یک بار متمرکز نامتقارن در وسط دهانه قرار دارد. در شکل ۲۳، نمایی از قرارگیری بار متمرکز بر روی پل نشان داده شده است. در این بخش، پل در دو حالت مختلف بدون دیافراگم و دارای دیافراگم در نظر گرفته شده است تا اثر دیافراگم در کاهش تاثیر بار متمرکز نامتقارن بر پاسخ پل نشان داده شود. پل در دو حالت ۱۲ و ۲۰ المان نواری ساخته شده است (حالات اول و دوم بخش قبل). در شکل‌های ۲۴ تا ۲۹ پاسخ‌های بدست

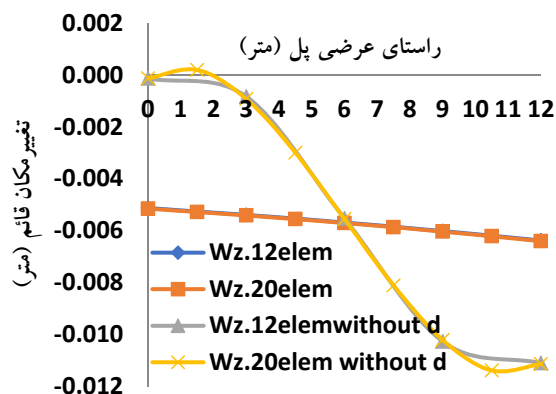


(الف)

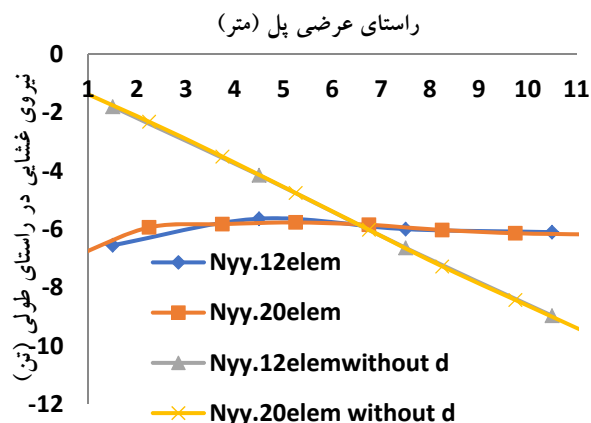
شکل ۲۳. نمایی از اعمال بار متمرکز قائم به پل (الف) مقطع طولی (ب) مقطع عرضی



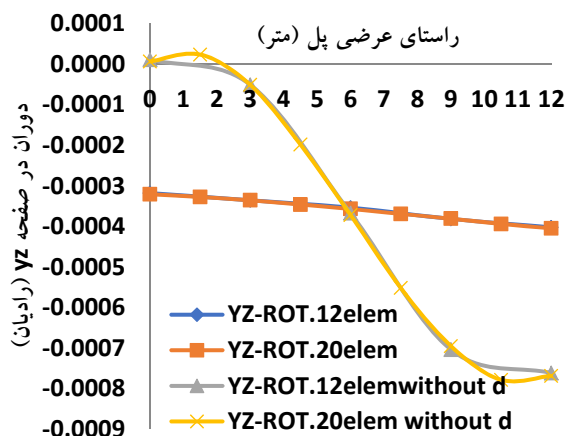
شکل ۲۵. تاثیر دیافراگم بر دوران پل در صفحه XZ (θ_{xz}) در یک چهارم دهانه



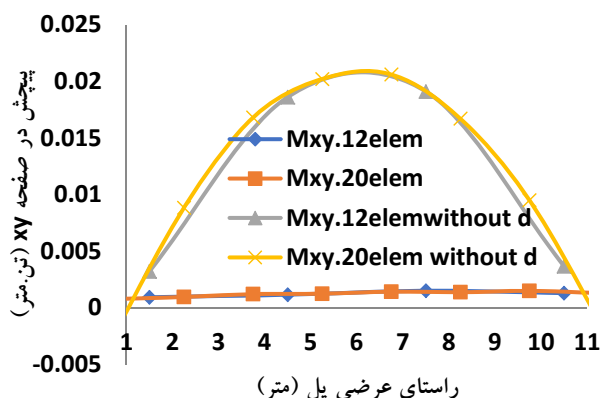
شکل ۲۴. تاثیر دیافراگم بر تغییر مکان قائم پل (W_z) در یک چهارم دهانه



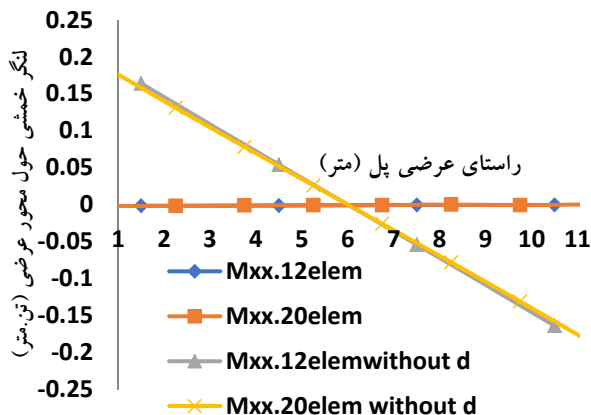
شکل ۲۷. تاثیر دیافراگم بر نیروی غشایی در راستای طولی پل (N_{yy}) در یک چهارم دهانه



شکل ۲۶. تاثیر دیافراگم بر دوران پل در صفحه YZ (θ_{yz}) در یک چهارم دهانه



شکل ۲۹. تاثیر دیافراگم بر پیشش در صفحه XY (M_{xy}) در یک چهارم دهانه



شکل ۲۸. تاثیر دیافراگم بر لنگر خمشی حول محور عرضی پل (M_{xx}) در یک چهارم دهانه

۴- نتیجه گیری

توابع لاگرانژ در راستای عرضی، تغییر مکان المان نوری تخمین زده شده است. همچنین با استفاده از المان‌های مستطیلی ایزوپارامتریک، دیافراگم‌های داخلی به روش اجزای محدود شبیه‌سازی شده‌اند. با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ، سازگاری میان تغییر مکان‌های گره‌های مشترک میان دیافراگم‌ها و پل اعمال می‌شود. با انجام تحلیل استاتیکی، جابجایی، دوران و نیروهای داخلی پل و دیافراگم تحت بارهای گسترده و متمرکز محاسبه می‌شود. روش ارائه شده در این تحقیق به صورت کد در محیط FORTRAN توسعه داده شده است. در ادامه با حل چند مثال مختلف، همگرایی کد نوشته شده و پاسخ پل در شرایط مختلف بررسی شده است. همچنین با مقایسه نتایج بدست آمده از کد

بررسی مطالعات پیشین نشان می‌دهد که در نظر گرفتن دیافراگم انعطاف‌پذیر در درون پل‌های جعبه‌ای طولی به کمک روش نوار محدود امکان پذیر نمی‌باشد. بر همین اساس، شبیه‌سازی این نوع سازه‌ها به کمک روش اجزای محدود انجام شده و این کار هزینه محاسباتی بسیار زیادی دارد. در این تحقیق روشی ترکیبی (اجزای محدود و نوار محدود) و مقرون به صرفه به منظور تحلیل پل‌های جعبه‌ای طولی دارای دیافراگم انعطاف‌پذیر توسعه داده شده است. در این راستا، بدنه و عرشه پل جعبه‌ای طولی به کمک روش نوار محدود کلاسیک و دیافراگم‌های داخلی انعطاف‌پذیر آن به کمک روش اجزای محدود شبیه‌سازی شده‌اند. در روش نوار محدود با کمک توابع شکل هارمونیک در راستای طولی و

از آن همگرایی نیروهای غشایی و نیروهای برشی بسیار کندتر می‌باشد.

-با اضافه شدن دیافراگم به پل جعبه‌ای، ترکیب روش‌های المان محدود و نوار محدود راهکاری بسیار کارآمد برای رسیدن به جواب‌های مناسب می‌باشد.

-دیافراگم قطعه مناسبی در سازه برای جلوگیری از پیچش‌های بیش از حد و نیروهای برشی زیاد بوده و همچنین باعث جلوگیری از ایجاد تغییر شکل‌های زیاد در بدنه پل به دلیل اعمال بارهای نامتقارن می‌گردد.

توسعه داده شده در FORTRAN و نرم افزار اجزای محدود تجاری ABAQUS، صحت نتایج بدست آمده از کد توسعه داده شده در این تحقیق بررسی گردید. خلاصه نتایج بدست آمده به شرح ذیل است:

-با افزایش گره‌ها و افزایش تعداد المان‌های نواری جواب‌های بهتر و دقیق‌تری برای حالات بارگذاری مختلف و نتایج حاصل به دست می‌آید.

-همگرایی تغییر شکل‌ها خیلی سریعتر است، حتی در چند هارمونیک غیرصفر اول حاصل می‌شود. اما در لنگرها دیرتر و بعد

۶- مراجع

- محمدکریمی حسین آبادی، م.، مرشد، ر.، (۱۳۸۹)، "بررسی اندرکنش قطار سریع السیر و پل‌های دوسر ساده با تیر بتنی پیش ساخته"، پژوهشنامه حمل و نقل، سال هفتم شماره ۴، صص. ۳۶۱-۳۵۹.

- ناطقی الهی، ف.، معتمدی، م.، سخاوتی، پ.، (۱۳۹۶)، "مطالعه تحلیلی میراگرهای فلزی آکاردئونی در مقاوم سازی لرزه‌ای پل‌ها"، مجله علوم و مهندسی زلزله، سال چهارم شماره ۴، صص. ۷۵-۸۸.

- یزدانی، م.، معرفت، م.ص.، (۱۳۹۴)، "بررسی اثر تعداد دهانه بر ظرفیت استاتیکی پل‌های قوسی بتنی غیرمسلح با دهانه ۶ متری"، مجله تحقیقات بتن ایران، سال هشتم شماره ۱، صص. ۸۴-۷۱.

-Bebiano, R., Calcada, R., Camotim, D., Silvestre, N., (2017), "Dynamic analysis of high-speed railway bridge decks using generalized beam theory", Thin-Walled Structures, Vol. 114, No. 4, pp. 22-31.

- Branco, F. A., and Green, R., (1984), "Bracing in completed composite box girder bridges", Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 11, No. 4, pp. 967-977.

-Chapman, J. C., Dowling, P. J., Lim, P. T. K., and Billington, C. J., (1971), "The structural behavior of steel and concrete box girder bridges" Structural Engineering., Vol. 49, No. 3, pp. 111-120.

-Cheung, M. S. and Cheung, Y. K., (1971), "Analysis of curved box girder bridges by the finite-strip method", International Association of Bridges and Structural Engineering, Vol. 31, No. 1, pp. 1-8.

-Cheung, M. S. and Chan, M. Y. T., (1978), "Finite strip evaluation of effective flange width of bridge girders", Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 5, No. 2, pp. 174- 185.

-Cheung, Y.K., Fan, S.C., Wu, C.Q., (1982), "Spline Finite Strip in Structural Analysis", Conference on Finite Element Methods, Shanghai, China, pp.704-709.

- آفرینی فرد، م.، خانمحمدی، م.، (۱۳۹۵)، "اثر زلزله ی قائم بر رفتار عرشه‌ی پل‌های قطعه‌ای پیش ساخته پس کشیده غیر چسبیده"، فصلنامه مهندسی عمران مدرس، سال شانزدهم شماره ۴، صص. ۱۰-۱.

- برگی، خ.، آقا بزرگی، ع.، (۱۳۸۹)، "آنالیز دینامیکی پل‌های راه آهن تحت اثر عبور قطار سریع السیر با در نظر گرفتن اندرکنش پل و قطار"، Civil Engineering Infrastructures Journal، سال چهارم شماره ۲، صص. ۱۴۹-۱۴۱.

- شیرواند، م.ر.، محبوبی، ش.، امیدیان، پ.، (۱۳۹۶)، "ارزیابی رفتار لرزه‌ای پل‌های بتنی عرشه پیوسته با بیه‌های مختلف با استفاده از منحنی شکنندگی"، فصلنامه مهندسی سازه و ساخت، پیاپی ۱۴، صص. ۱۷۱-۱۵۵.

- رهایی، ع.، میرقادری، س.ر.، حجت، ا.، (۱۳۸۶)، "ارزیابی عملکرد لرزه‌ای پل سفید اهواز و روش بهسازی آن"، پژوهشنامه حمل و نقل، سال چهارم شماره ۱، صص. ۱۱-۱.

- صادق آذر، م.، تجلی، م.ر.، (۱۳۹۳)، "بررسی اثر بیه ی عرشه در پاسخ دینامیکی پل با در نظر گرفتن اندرکنش دینامیکی پل قطار"، مجله مهندسی عمران شریف، سال سی‌ام شماره ۴، صص. ۴۱-۳۳.

- فلاح، ن.، پورزینلی، س.، کریمی، ح.، (۱۳۸۷)، "بررسی تاثیر ارتفاع پایه پل‌ها بر دقت روش تک مودی آیین‌نامه آشتو در تحلیل لرزه‌ای پل‌ها و ارایه پیشنهاد برای اصلاح و توسعه روش"، پژوهشنامه حمل و نقل، سال پنجم شماره ۲، صص. ۲۰۳-۱۹۵.

- قائمیان، م.، پورامینیان، م.، (۱۳۹۴)، "بهینه سازی پل‌های قوسی بتنی با جان باز"، فصلنامه مهندسی عمران مدرس، سال پانزدهم شماره ۱، صص. ۹-۱.

- Structural Engineering and Structural Mechanics Report No. UC/SESM 74-10, University of California, Berkeley, CA.
- Li, H., (2017), "Frequency domain analysis of composite long-span cable-stayed bridges by finite strip method", Master thesis, University of Ottawa, USA.
- Lim, P. T., Kilford, J. T., and Moffatt, K. R., (1971), "Finite element analysis of curved box girder bridges", *Devel Bridge Design and Construction*, U.K., pp. 264–286.
- Naderian, H., Cheung, M.S., Mohammadian, M., Dragomirescu, E., (2019), "Integrated finite strip flutter analysis of bridges", *Computers and Structures*, Vol. 212, No. 5, pp. 145–161.
- Nakai, H., Miki, T., and Sumiyoshika, S., (1980), "Theoretical and experimental research on distortion of thin-walled horizontally curved box girder bridges" *Journal of Civil Engineering*, Vol. 2, No. 1, pp. 63–101.
- Ozakca, M., and Taysi, N., (2003), "Analysis and shape optimization of variable thickness box girder bridges in curved platform", *Journal of Structural Engineering*, Vol. (3), No. 2, pp. 1-22.
- Sargious, M. A., Dilger, W. H., and Hawk, H., (1979), "Box girder bridge diaphragms with openings" *Journal of Structural Division*, Vol. 105, No. 1, pp. 53–65.
- Seo, J., Kidd, B., (2021), "Parametric study of deteriorating precast concrete double-tee girder bridges using computational models", *Engineering Structures*, Vol. 230, No. 2, pp. 1-10.
- Shen, Z., Cheung, M.M.S., Naderian, H., Dragomirescu, E., (2013), "An Integrated Finite Strip Solution for Dynamic Analysis of Continuous Multi-span Bridges", *Conference on CSCE 2013*, Montreal, Canada.
- Shimizu, S., and Yoshida, S., (1991), "Reaction allotment of continuous curved box girders" *Thin-Walled Structures*, Vol. 11, No. 4, pp. 319–341.
- Tiwari, S., Bhargava, P., (2017), "Load distribution factors for composite multicell box girder bridges", *Journal of The Institution of Engineers (India): Series A*, Vol. 98, No. 4, pp. 483-492.
- Verma, V., Nallasivam, K., (2020), "One dimensional finite element analysis of thin walled boxgirder Bridge", *Innovative Infrastructure Solutions*, Vol. 51, No. 5, pp. 1-24.
- Zhou, Y., Nogueira, C., Rens, K., Li, Chengyu., (2021), "Long-Term Performance of a Curved Box Girder Viaduct", *Journal of Performance of Constructed Facilities*, Vol. (35), No. (1), pp. 8-16.
- Cheung, M.M.S., Shen, Z., Chan, B.Y.B., (2009), "An Integrated Finite Strip Solution for Box Girder Bridges and Slab-on-girder Bridges", *CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences*, Vol. 45, No. 2, pp. 155–178.
- Cheung, Y.K., "Analysis of Box Girder Bridges by the Finite Strip Method", *Proceedings of Second International Symposium on Concrete Bridge Design*, Chicago, ACI Publication, SP 26, 1971, pp.357-378.
- Choi C.K., and Hong, H.S., (2001), "Finite strip analysis of multi-span box girder bridges by using non-periodic B-spline interpolation", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 12, No. 3, pp. 313-328.
- Cusens, A. R., and Loo, Y. C., (1974), "Application of the finite-strip method in the analysis of concrete box bridges", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 75, No. 2, pp. 251-273.
- Daniels, J. H., Abraham, D., and Yen, B. T., (1979), "Fatigue of curved steel bridge elements effect of internal diaphragms on fatigue strength of curved box girders", *Report No. FHWA-RD-79-136*, Federal Highway Administration, Washington, D.C.
- Ezeokpube, G.C., (2015), "Review of Elastic Analysis of Box Girder Bridges", *Nigerian Journal of Technology*, Vol. 34 No. 1, pp. 80-94.
- Fam, A. and Turkstra, C., (1976), "Model Study of Horizontally Curved Box-Girder", *Journal of Structural Division*, Vol. 102, No. 5, pp. 1-12.
- Feng, W., Jian, Z., and Lei, J., (2017), "Analysis of Single Cell Curved Box Girder Bases on Finite Strip Element Theory", *5th International Conference on Mechatronics, Materials, Chemistry and Computer Engineering*, Chongqing, China, pp. 1371-1375.
- Ghasemi, M.R., and Dizangian, B., (2010), "Size, shape and topology optimization of composite steel box girders using PSO method" *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*, Vol. 11, No. 6, pp. 699-715.
- Gambhir, M. L., and Singla, K. G., (1988), "Optimization of concrete multi-cellular bridge decks" *Indian Concrete Journal*, Vol. 62, No. 1, pp. 21–26.
- Hammad, N., El Khafif, M., Hanna, N., (2020), "Cost optimization of high-speed railway pre-stressed box girder bridge", *International Journal of Civil Engineering and Technology*, Vol. 11, No. 4, pp. 91-105.
- Ho, S., Cheung, M. S., Ng, S. F., and Yu, T., (1989), "Longitudinal girder moments in simply supported bridges by the finite strip method", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 698-703.
- Kabir, A. F. and Scordelis, A. C., (1974), "Computer programs for curved bridges on flexible bents",

Development of a Combined Finite Element/Finite Strip Method to Analysis the Long-Span Box Bridge Having Diaphragm

Davood Poorveis, Associate Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.

Amin Khajehdezfuly, Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.

Seyed Abdollah Hosseini Dehdashti, Instructor, Department of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.

E-mail: dpoorveis@scu.ac.ir

Received: March 2023- Accepted: August 2023

ABSTRACT

This paper presents a low-cost combined finite element/finite strip method to simulate and analysis of long span box bridge with internal diaphragm. In this regard, the finite element method was used to simulate the bridge and the diaphragms. The displacement-strain relationships were derived based on the first shear deformation theory. The Lagrange multiplication factors were used to apply the displacement boundary conditions on the interaction/connection between the diaphragm and the bridge. The bridge was subjected to two types of loading (concentrated and distributed loads). The stiffness matrix and load vector of the diaphragms were computed on the global coordinate system. The stiffness matrix and load vector of the bridge were obtained in local coordinate system. The stiffness matrix and load vector of the bridge were transferred into the global coordinate system using the transformation matrix. The responses of the bridge and diaphragm (such as deflection, internal forces and stresses) were computed using the static analysis. The bridge response obtained from the method developed in this study was compared with that obtained from ABAQUS software (a fully finite element model of the bridge and diaphragm) in order to prove the validity of the results computed by the approach developed in this paper. The comparison showed that although a negligible difference is seen between the results obtained from the ABAQUS and the proposed method, the computational cost of the ABAUQS model is significantly greater than that of the method developed in this study. The effects of loading type, number of elements, bridge cross section and diaphragm on the bridge response were investigated. The results indicated that the diaphragm increases the bridge torsional resistance. Moreover, when an asymmetric point load was applied to the bridge, the bridge rotation was significantly decreased using the diaphragm.

Keywords: Box Girder Bridge, Flexible Diaphragm, Finite Element Method, Finite Strip Method, Computational Cost