

مسئله مسیریابی سبز خودرو وابسته به زمان برای تدارکات زنجیره سرد

مقاله علمی - پژوهشی

میثم حسینی*، استادیار، گروه ریاضی، پردیس بیجار، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران
ارسلان رحمانی، استادیار، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: me.hosseini@uok.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۲۰ - پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۲۵

صفحه ۱۹۰-۱۶۷

چکیده

تحت رقابت شدید بازار برای کاهش انتشار آلودگی محیط زیست، شرکت‌های لجستیک زنجیره سرد برای توسعه بهتر علاوه بر برآورد تقاضای مشتری، انتشار گازهای مخرب را نیز مورد توجه قرار می‌دهند. زنجیره تامین سرد به تهیه و توزیع کالاهایی می‌پردازد که در گذر زمان دچار فسادپذیری و تخریب می‌شوند. بنابراین، برای تازه نگه‌داشتن کالاها در این زنجیره باید دما به طور بی‌وقفه و پیوسته کنترل شود که منجر به مصرف سوخت بیشتری می‌شود. همچنین در مسائل مسیریابی خودروها زمان پیمودن یک مسیر و مصرف سوخت تنها به مسافت پیموده شده بستگی ندارد، بلکه به سرعت و زمانی از روز که آن مسیر پیموده می‌شود نیز بستگی دارد. این مقاله یک مدل بهینه‌سازی عدد صحیح مختلط جدید از مسئله مسیریابی خودروها یخچال دار با توجه به ترافیک موجود در شبکه، با هدف به حداقل رساندن انتشار آلودگی ارائه می‌دهد. در این مدل علاوه بر هزینه انتشار آلودگی هزینه‌هایی دیگر شامل هزینه ثابت خودرو، حمل و نقل، از دست دادن کیفیت، تازه نگه‌داشتن مواد و جریمه رسیدن خارج از پنجره زمانی مربوط به مشتری در نظر گرفته شده است. برای حل مسائل بزرگ یک الگوریتم حل مبتنی بر روش تجزیه بندرز ارایه شده است. نتایج محاسباتی نشان دادند که مدل ارایه شده به خوبی مسیر بهینه و زمان سفر خودرو را با در نظر گرفتن کاهش آلودگی و سرعت مناسب را ارایه می‌دهد. همچنین اجرای الگوریتم حل بر روی مثال‌های متفاوت کارایی الگوریتم را در کاهش زمان حل و به دست آوردن جواب‌های با دقت خوب را نشان داد.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم تجزیه بندرز، آلودگی محیط زیست، برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط، زنجیره تامین سرد، مسئله مسیریابی خودرو

۱-مقدمه

در جهان توسط این بخش به وجود آمده است. ۷۵ درصد آلودگی منتشر شده در بخش حمل و نقل بوسیله خودروهای جاده‌ای ایجاد می‌شود (Piecyk and McKinnon, 2010). با بهبود مستمر استانداردهای زندگی تقاضا برای دریافت کالاها و مواد تازه مانند مواد غذایی افزایش یافته و مطالعه بر روی بهینه سازی شبکه‌های توزیع لجستیک زنجیره تامین سرد توسعه زیادی پیدا کرده است. در لجستیک زنجیره سرد که

در سال‌های اخیر گرم شدن زمین یکی از موضوعات چالش برانگیز در جهان بوده است. دانشمندان بر این باورند که یکی از اصلی‌ترین عوامل گرم شدن زمین، انباشته شدن گازهای گلخانه‌ای است که توسط فعالیت‌های انسانی تولید شده‌اند (Montoya, et. al. 2016). مطالعات نشان می‌دهند که بخش حمل و نقل سهم بزرگی در انتشار این نوع آلودگی‌ها دارد، به طوری که در حدود ۱۴ درصد از کل آلودگی منتشر شده

روش ابتکاری ترکیبی را برای حل مدل رایج شده استفاده کردند. در مسئله حمل و نقل زنجیره سرد که یکی از انواع مسائل VRP است، برای تازه نگهداشتن کالاهای منتقل شده باید دما به طور بی وقفه کنترل شود. تغییرات غیرمنتظره دما در زنجیره‌های سرد منجر به فسادپذیر شدن و از بین رفتن کیفیت مواد می‌شود که در نهایت می‌تواند منجر به از دست دادن اعتماد مشتری می‌گردد (Ndraha. et. al. 2018). از همین رو، در مسائل مسیریابی زنجیره سرد برای پایین نگه داشتن دما سوخت بیشتری نسبت به مسیریابی معمولی مصرف می‌شود. مصرف سوخت بیشتر موجب انتشار بیشتر گازهای گلخانه‌ای می‌شود، بطوری‌که کامیون‌های یخچال‌دار نسبت به کامیون‌های معمولی ۳۰ درصد بیشتر گاز گلخانه‌ای تولید می‌کنند (Li. et. al. 2019). با توجه به مطالب گفته شده، چگونگی مشخص کردن مسیرهای توزیع بهینه در زنجیره سرد با در نظر گرفتن کاهش مصرف انرژی و انتشار آلودگی اهمیت فراوانی دارد. در ادبیات، مقالات گوناگون در مسیریابی وسایل نقلیه در زنجیره سرد با در نظر گرفتن کاهش مصرف انرژی و آلودگی محیط زیست رایج شده‌است.

وانگ و همکاران (Wang. et. al. 2017) تأثیر مالیات کربن بر انتشار گازهای کربن در یک مسئله مسیریابی زنجیره سرد را مورد بررسی قرار دادند. سان و همکاران (Sun. Xie. et. al. 2017) در مقاله خود زمان تحویل کالا را در یک پنجره زمانی برای اطمینان از تازه بودن محصولات و افزایش رضایت مشتری در زنجیره سرد لحاظ کردند. باو و ژانگ (Bao and Zhang 2018) مسیر بهینه یک زنجیره تامین سرد را در توزیع مشترک مورد بررسی قرار دادند، آنها اظهار داشتند که توزیع مشترک در کمتر کردن هزینه‌های توزیع و هزینه انتشار آلودگی بهتر از توزیع جداگانه است. کین و همکاران (Qin. Tao and Li 2019) به منظور هماهنگی هزینه، رضایت مشتری و انتشار کربن در مسئله بهینه‌سازی مسیر تدارکات زنجیره سرد، یک مدل بهینه‌سازی مسیریابی جامع سرد برای به حداقل رساندن هزینه و راضی نگهداشتن مشتری رایج کردند. لی و همکاران (Li. Lim and Tseng. et. al. 2019) مسئله مسیریابی وسایل نقلیه سبز با در نظر گرفتن مجموعه کامل انتشار گازهای گلخانه‌ای مورد بررسی قرار دادند. آنها یک مدل بهینه‌سازی مسیریابی وسایل نقلیه سبز سرد را که در آن سرعت خودروها ثابت است بررسی کردند. وانگ

به انتقال سالم مواد فاسد شدنی به مشتریان مرتبط است، بدلیل استفاده از یخچال و وسایل سردساز مصرف انرژی بیشتر و انتشار گازهای گلخانه‌ای در این زنجیره بیشتر است (Zhang. et. al. 2020). با توجه به این موارد، محققان دنبال روش‌های موثری در مسئله حمل و نقل بخصوص در زنجیره سرد هستند تا با یافتن بهترین مسیر از انتشار گازهای گلخانه‌ای بکاهند. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه^۱ (VRP) یکی از مسائل کلاسیک بهینه‌سازی است که کاربردهای فراوانی دارد. در مسئله VRP، تقاضای مشتری‌ها توسط ناوگانی از خودروها که از انبار حرکت خود را آغاز می‌کنند برآورده می‌شوند. از سال ۱۹۵۹ که این مسئله توسط دانتزیک و رامسر (Ramser Dantzig and 1959) ارائه گردید توسعه‌های فراوانی بر روی این مسئله ایجاد گردید. نویسندگان مختلفی با اضافه کردن فرضیات حقیقی گوناگون، مدل‌ها و روش‌های حل متفاوتی را برای VRP ارائه داده‌اند، برای یک مطالعه مروری درباره VRP می‌توان به مقاله (Goel and Maimi 2017) مراجعه کرد.

در سال‌های اخیر بسیاری از دانشمندان معتقدند که در مسائل VRP علاوه بر اهداف اقتصادی باید بحث انتشار آلودگی را که باعث تأثیرات مخرب محیط زیست می‌گردند لحاظ شوند (Sbihi and Eglese 2010). اردوغان و میلر-هوک (Erdoğan and Miller-Hooks 2012) مسئله مسیریابی وسایل نقلیه سبز (Green VRP) را مطرح و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای آن ارائه دادند. در مدل رایج شده توسط آنها خودروها از سوخت جایگزین استفاده کرده و دو روش حل را برای آن ارائه شده بیان کردند. پونتالیر و ناداراجان (Poonthalir and Nadarajan 2018) یک مسئله مسیریابی وسایل نقلیه سبز سوخت موثر دوهدفه با سرعت متغیر را ارائه داده‌اند. آنها همزمان بحث مینیمم کردن هزینه مسیر و مصرف سوخت را در یک محیطی که سرعت خودروها در آن متغیر بوده مورد بررسی قرار دادند. هوشمند و میرحسینی (Hooshmand and MirHassani 2019) با هدف کاهش میزان انتشار دی‌اکسیدکربن یک مسئله مسیریابی وسایل نقلیه سبز وابسته به زمان برای خودروها سوخت جایگزین ارائه دادند. در مسئله آنها سرعت خودروها بر اساس ترافیک صبح‌گاهی و عصرگاهی و همچنین بازه زمانی سرعت آزاد تغییر می‌کند. در مدل آنها میزان مصرف سوخت بر اساس سرعت و زمان عبور خودرو تغییر می‌کند. آنها یک

۳- سرعت براساس زمان حرکت و ترافیک موجود در جاده لحاظ می‌شود. ۴- یک الگوریتم ترکیبی برپایه روش تجزیه بندرز تعمیم یافته برای بدست آوردن جواب مدل در شبکه‌های بزرگ ارائه شده است.

ادامه این مقاله به صورت زیر مرتب شده است. در بخش ۲ تعریف مسئله، فرضیات در نظر گرفته شده در مدل پیشنهادی بیان و مدل پیشنهادی ارائه می‌گردد. در بخش ۳ روش حل ترکیبی پیشنهادی برای مدل بررسی می‌گردد، ابتدا قسمت خطی سازی مدل ارائه شده و سپس روش حل مبتنی بر تجزیه بندرز برای حل مدل خطی شده ارائه می‌شود. در بخش ۴ نتایج محاسباتی برای نشان دادن کارایی مدل و روش حل ارائه شده آورده می‌شود. در بخش پایانی نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای کارهای آینده ارائه می‌گردد.

۲- فرمول‌بندی مسئله

در این بخش مدل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه در یک زنجیره سرد با در نظر گرفتن ترافیک ارائه می‌شود. در مدل ارائه شده، علاوه بر هزینه مربوط به مصرف سوخت و انتشار آلودگی بقیه هزینه‌های مطرح شده در یک زنجیره سرد نیز در نظر گرفته شده است. مدل ارائه شده بهترین مسیر و زمان حرکت خودروها را با توجه به ترافیک موجود مشخص می‌کند. در ادامه ابتدا توصیف کلی از مسئله در نظر گرفته شده بیان می‌گردد، سپس نحوه محاسبه زمان سفر، فرمول‌بندی مسئله و محاسبه هزینه‌های موجود در تابع هدف ارائه می‌شود.

۲-۱- توصیف مسئله

در مسئله مسیریابی وسایل نقلیه در یک زنجیره سرد با در نظر گرفتن ترافیک، شبکه کاملی با یک انبار مرکزی و مجموعه‌ای از مشتریان I (با اندیس i) که دارای تقاضای مشخص q_i برای مشتری نام هست موجود است. تقاضای این مشتریان باید توسط تعداد مشخصی خودرو یخچال‌دار همگن با اندیس k (که $K = \{1, 2, \dots, m\}$) با ظرفیت محدود Q در یک پنجره زمانی نرم مربوط به هر مشتری برآورده شود. اگر خودرو خارج از پنجره زمانی $[L_i, U_i]$ به مکان مشتری نام برسد مشمول پرداخت جریمه می‌شود. محل انبار و هر مکان هر مشتری مشخص است. تقاضای هر

و ون (Wang and Wen 2020) مسئله مسیریابی وسیله نقلیه کم کربن در یک شبکه لجستیکی زنجیره سرد واقعی با چندین محدودیت عملی، که رضایت مشتری را نیز در نظر می‌گیرد، مطالعه کردند. نویسندگان یک روش الگوریتم ژنتیکی تطبیقی را برای حل مدل پیشنهاد کردند. زکریایی و همکاران (Zakaryaei, Javadian and Movahedi, 2021) مسئله مسیریابی مسیر پویای سبز برای محصولات فاسدشدنی در شرایط ترافیک را در نظر گرفتند. در مدل آنها هزینه کل شبکه حمل و نقل پویا و تأثیرات مخرب زیست محیطی به حداقل رسانده می‌شود. اکثر مقالاتی که در زمینه حمل و نقل زنجیره سرد ارائه شده است عواملی مانند شرایط ترافیک و زمان سفر را در نظر نگرفته و سرعت را در زمان‌های مختلف روی مسیرها ثابت لحاظ کرده‌اند.

سرعت خودرو بنا بر زمان حرکت در طول روز و ترافیک موجود در جاده متغیر است. در این مقاله یک مدل بهینه‌سازی غیرخطی برای مسئله مسیریابی وسیله نقلیه سبز در لجستیک زنجیره سرد با در نظر گرفتن ترافیک موجود در شبکه و زمان حرکت خودروها ارائه داده‌ایم. مدل ارائه شده همزمان هزینه‌های بکارگیری خودرو، حمل و نقل، از دست‌دادن کیفیت، هزینه تازه نگهداشتن محصول، هزینه جریمه، هزینه انتشار آلودگی و مصرف سوخت را مینیمم می‌کند. چون مدل ارائه شده یک مدل غیرخطی بوده، با افزایش اندازه مسئله حل آن مشکل می‌شود. با توجه به ساختار مناسب مدل ارائه شده یک روش حل ابتکاری بر پایه روش تجزیه بندرز ارائه شده است. روش ابتکاری از دو بخش تشکیل شده است: در بخش اول با ارائه تکنیک‌های خطی مدل خطی‌سازی می‌شود. بعد از به دست آوردن مسئله خطی عدد صحیح مختلط، روش اصلاح شده بندرز را برای حل مدل ارائه شده توسعه داده می‌شود. همچنین در پایان با ارائه مثال‌ها و تحلیل حساسیت نشان داده شده که مدل پیشنهادی می‌تواند نتایج خوبی در کاهش تولید آلودگی و در نظر گرفتن ترافیک داشته باشد. سهم اصلی مقاله ارائه شده در ادبیات را می‌توان به صورت زیر بیان کرد. ۱- ارائه یک مدل عدد صحیح مختلط برای مسئله مسیریابی وسایل نقلیه در زنجیره سرد که شامل محدودیت پنجره زمانی تحویل کالا، محدودیت بار خودرو، لحاظ کردن ترافیک و در نظر گرفتن انتشار آلودگی در مدل است. ۲- آلودگی‌های ناشی از مصرف سوخت به صورت کلی مینیمم می‌شود.

مقدار ثابت بوده و ممکن است به عنوان سرعتی که توسط شرکت حمل و نقل مربوطه اعمال می شود تفسیر شود.

۳- دوره اوج ترافیک عصر که در فاصله زمانی $[a_2, T_{max}]$ بوده و سرعت در این دوره با v_3 نشان داده می شود، که مقداری ثابت است.

به خاطر سادگی در فرمول نویسی فرض زیر را لحاظ می کنیم: فرض ۱: فرض می کنیم که برای هر یال $(i, j) \in A$ اگر یک وسیله نقلیه از گره i به گره j در ابتدای دوره ترافیکی دوم $[a_1, a_2]$ با سرعت آزاد v_2 شروع به حرکت کند، حتماً می تواند کل فاصله از i به j را در آن دوره بپیماید. یعنی برای هر یال داریم:

$$\frac{d_{ij}}{v_2} \leq a_2 - a_1 \quad \forall (i, j) \in A \quad (1)$$

زمان سفر، سرعت خودرو و در نتیجه سوخت مصرفی خودرو در یک یال $(i, j) \in A$ ، به فاصله d_{ij} و همچنین زمانی از روز که از یال مربوطه عبور می کنیم بستگی دارد. $t_{i,j}^k(\tau_i^k)$ را مدت زمان سفر از گره "i" به گره "j" تعریف می کنیم، که در آن τ_i^k زمان حرکت خودرو k از گره i است. در زیر بخش آینده نحوه محاسبه $t_{i,j}^k(\tau_i^k)$ که یک تابع قطعه ای خطی بر اساس τ_i^k است ارائه می شود. لازم به ذکر است که ممکن است در برخی مواقع برای اجتناب از رانندگی در ترافیک، خودروها در انبار منتظر بمانند. در نتیجه، در مدل ارائه شده زمان حرکت از انبار نیز تصمیم گیری می شود.

۲-۲- محاسبه زمان سفر

در این زیربخش نحوه محاسبه زمان سفر که با استفاده از مقاله (Hooshmand and MirHassani 2019) ارائه شده بیان می گردد. با توجه به سه سطح از سرعت که در بخش قبل شرح داده شد، زمان سفر روی یال $(i, j) \in A$ ، بر اساس زمان حرکت از نقطه i و طول یال d_{ij} محاسبه می شود. تابع محاسبه زمان سفر یک یال بر اساس سرعت خودرو و طول یال به صورت تابعی خطی با توجه به ویژگی^۲ (FIFO) ارائه

مشتري باید به طور کامل توسط یک خودرو برآورده گردد. انبار شرکت را با 0 نشان می دهیم. هر خودرو باید سفر خود را از انبار آغاز کند و بعد از سرویس دادن به مشتری ها مجدداً به انبار بازگردد. مجموعه شامل مشتریان و انبار را با $I_0 = I \cup \{0\}$ نشان می دهیم. مجموعه همه یالهای (i, j) موجود در شبکه که $i, j \in I_0$ است را با A نمایش می دهیم، فاصله بین هر یال (i, j) با d_{ij} نشان داده می شود. مدت زمان کل مسیر پیموده شده توسط خودرو (شامل زمان سفر و خدمت رسانی به مشتری ها) نمی تواند بیش از یک زمان مشخص T_{max} (برحسب دقیقه یا ساعت) باشد. زمان صرف شده S_i در گره $i, i \in I$ ، برای سرویس به مشتری است که این سرویس برای تخلیه بار بوده و برابر با میزان تقاضا تقسیم بر سرعت تخلیه است. از آنجا که در یک شبکه حمل و نقل بخصوص در شهرهای بزرگ ترافیک یک پدیده معمولی است، سرعت خودرو در طول روز ثابت نیست و در زمان های متفاوتی از روز بنابر ترافیک موجود باید با سرعت متفاوت حرکت کرد. در این جا مانند مقاله (Hooshmand and MirHassani 2019)، افق برنامه ریزی ساعات ترافیک را به صورت سه دوره زمانی به نام دوره اوج ترافیکی صبح، دوره جریان آزاد و دوره اوج ترافیکی عصر در نظر می گیریم. در دوره اول و سوم ترافیک که اوج ترافیک صبح و عصر است سرعت خودرو نسبتاً کم در نظر گرفته می شود. دوره دوم مربوط به اواسط روز است، جایی که تراکم ترافیک کمتر بوده و سرعت زیادتر است. کل افق زمانی مجاز برای حرکت در طول روز را با فاصله $[0, T_{max}]$ نشان می دهیم.

a_1 و a_2 به صورت $0 < a_1 < a_2 < T_{max}$ را به عنوان نقاط شکست سرعت در نظر گرفته که بازه زمانی ترافیکی و در نتیجه سرعت در آن نقاط تغییر می کند، 0 را شروع افق برنامه ریزی در نظر گرفته و سه وضعیت ترافیکی را به صورت ادامه لحاظ می کنیم.

۱- دوره اوج ترافیک صبح که در فاصله زمانی $[0, a_1]$ اتفاق می افتد. سرعت در این دوره که مقداری ثابت بوده با v_1 نشان داده می شود.

۲- دوره سرعت جریان آزاد که در فاصله زمانی $[a_1, a_2]$ است. سرعت در این دوره با v_2 نشان داده می شود که یک

"i" را از زودتر از خودتر از خودرو B به سمت گره "j" ترک کند، آنگاه وسیله نقلیه A زودتر از B به گره "j" می‌رسد (Ichoua, Gendreau and Potvin, 2003). برای

می‌شود. خاصیت FIFO بیان می‌کند که اگر وسیله نقلیه A گره "i" را از زودتر از خودتر از خودرو B به سمت گره "j" ترک کند، آنگاه وسیله نقلیه A زودتر از B به گره "j" می‌رسد (Ichoua, Gendreau and Potvin, 2003). برای

$$t_{i,j}(\tau_i^k) = \begin{cases} \frac{d_{ij}}{v_1} & 0 \leq \tau_i^k \leq a_1 - \frac{d_{ij}}{v_1} \\ \left(a_1 - \tau_i^k\right) + \frac{d_{ij} - v_1(a_1 - \tau_i^k)}{v_2} & a_1 - \frac{d_{ij}}{v_1} \leq \tau_i^k \leq a_1 \\ \frac{d_{ij}}{v_2} & a_1 \leq \tau_i^k \leq a_2 - \frac{d_{ij}}{v_2} \\ \left(a_2 - \tau_i^k\right) + \frac{d_{ij} - v_2(a_2 - \tau_i^k)}{v_3} & a_2 - \frac{d_{ij}}{v_2} \leq \tau_i^k \leq a_2 \\ \frac{d_{ij}}{v} & a_2 \leq \tau_i^k \leq T_{\max} - \frac{d_{ij}}{v} \end{cases} \quad (2)$$

به این منطقه زمانی گره i را ترک کند، تمام فاصله d_{ij} را با $\frac{d_{ij}}{v_2}$ و با سرعت v_2 طی می‌کند و وارد گره j می‌شود.

تابع $t_{i,j}(\tau_i^k)$ یک تابع قطعه‌ای خطی از متغیر τ_i^k است که بر اساس آن می‌توان افق برنامه‌ریزی سفر را به ۵ منطقه زمانی متوالی به صورت زیر تقسیم کرد:

➤ چهارمین منطقه زمانی $\left[a_2 - \frac{d_{ij}}{v_2}, a_2\right]$ بعنوان "منطقه زمانی-گذرای-عصرگاهی"، نشان می‌دهد اگر خودرو k گره i را در زمانی متعلق به این منطقه زمانی ترک کند، فاصله‌ای به طول $v_2(a_2 - \tau_i^k)$ را با سرعت v_2 و باقی‌مانده فاصله را به طول $d_{ij} - v_2(a_2 - \tau_i^k)$ با سرعت v_3 طی می‌کند.

➤ اولین منطقه زمانی $\left[0, a_1 - \frac{d_{ij}}{v_1}\right]$ بعنوان "منطقه زمانی-صبح‌گاهی-تمام ترافیک"، نشان می‌دهد خودرویی که در هر زمان متعلق به این منطقه زمانی گره i را ترک کند، تمام فاصله d_{ij} را با سرعت v_1 و صرف زمان $\frac{d_{ij}}{v_1}$ طی کرده و وارد گره j می‌شود.

➤ پنجمین منطقه زمانی $\left[a_2, T_{\max} - \frac{d_{ij}}{v_3}\right]$ بعنوان "منطقه زمانی-عصرگاهی-تمام ترافیک"، نشان می‌دهد خودرویی که در هر زمان متعلق به این منطقه زمانی گره i را ترک کند، تمام فاصله d_{ij} را با صرف زمان $\frac{d_{ij}}{v_3}$ در ترافیک عصرگاهی و با سرعت v_3 طی کرده و وارد گره j می‌شود.

➤ دومین منطقه زمانی $\left[a_1 - \frac{d_{ij}}{v_1}, a_1\right]$ بعنوان "منطقه زمانی-گذرای-صبح‌گاهی"، نشان می‌دهد خودرو k که در زمانی متعلق به منطقه زمانی ترافیک صبح‌گاهی، گره i را ترک می‌کند، فاصله‌ای به طول $v_1(a_1 - \tau_i^k)$ را با سرعت v_1 و بقیه فاصله را به طول $d_{ij} - v_1(a_1 - \tau_i^k)$ با سرعت v_2 طی می‌کند.

مجموعه $p \in \{1, 2, \dots, 5\}$ را بعنوان مجموعه شامل اندیس‌های متعلق به مناطق زمانی متفاوت که در بالا شرح داده

➤ سومین منطقه زمانی $\left[a_1, a_2 - \frac{d_{ij}}{v_2}\right]$ بعنوان "منطقه زمانی-جریان-تمام آزاد"، نشان می‌دهد خودرویی در هر زمان متعلق

$$\eta_{ij}^p = \begin{cases} \frac{d_{ij}}{v_1} & p=1 \\ \frac{d_{ij}}{v_2} + \frac{v_2 - v_1}{v_2} a_1 & p=2 \\ \frac{d_{ij}}{v_2} & p=3 \\ \frac{d_{ij}}{v_3} + \frac{v_3 - v_2}{v_3} a_2 & p=4 \\ \frac{d_{ij}}{v_3} & p=5 \end{cases} \quad (5)$$

شده در نظر بگیرید، نقاط شکست را برای هر $(i, j) \in A$ به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$b_{i,j,0} = 0, \quad (3)$$

$$b_{i,j,1} = a_1 - \frac{d_{ij}}{v_1},$$

$$b_{i,j,2} = a_1,$$

$$b_{i,j,3} = a_2 - \frac{d_{ij}}{v_2},$$

$$b_{i,j,4} = a_2,$$

$$b_{i,j,5} = T_{\max} - \frac{d_{ij}}{v_3},$$

۳-۲- فرمول‌بندی مسئله

در این زیربخش مدل مسیریابی خودروهایی یخچال‌دار با در نظر گرفتن ترافیک در یک زنجیره سرد ارائه می‌شود. در این مدل حداکثر "m" سفر به ازای تعداد خودروها مشخص می‌شود، که شروع و پایان هر سفر پس از بازدید از یک زیرمجموعه از مشتری‌ها، انبار است. هدف مسئله این است که هزینه مرتبط با انتشار آلودگی و سایر هزینه‌ها مینیمم گردد. در مجموع ۷ هزینه کلی را در مدل در نظر می‌گیریم: هزینه بکارگیری خودروها، حمل‌ونقل، از دست دادن کیفیت، تازه نگهداشتن محصولات، جریمه، مصرف سوخت و هزینه انتشار آلودگی که در بخش ۲-۴ به تفصیل هزینه‌ها توضیح داده خواهند شد. علاوه بر اندیس‌ها، پارامترها تعریف شده در بخش‌های قبل، موارد جدول ۱ نیز در مدل ارائه شده استفاده شده است. بعد از بیان پارامترها و متغیرهای مورد استفاده مدل مسیریابی وسایل نقلیه در یک زنجیره سرد با در نظر گرفتن ترافیک (TGVRP-C) ارائه می‌گردد.

بازه زمانی $[b_{i,j,p-1}, b_{i,j,p}]$ نشان دهنده p -امین منطقه زمانی برای یال $(i, j) \in A$ خواهد بود. می‌توان تابع (۲) را وقتی $\tau_i^k \in [b_{i,j,p-1}, b_{i,j,p}]$ به صورت $t_{ij}(\tau_i^k) = \theta_{ij}^p \tau_i^k + \eta_{ij}^p$ در آن پارامترهای θ_{ij}^p و η_{ij}^p به صورت زیر مشخص می‌شوند.

$$\theta_{ij}^p = \begin{cases} 0 & p=1,3,5 \\ \frac{v_1 - v_2}{v_2} & p=2 \\ \frac{v_2 - v_3}{v_3} & p=4 \end{cases} \quad (4)$$

جدول ۱. اندیس‌ها و متغیرهای مورد استفاده در مدل

پارامترها	
واحد هزینه سردکردن یخچال در طول مسیر برای خودرو	F_4
واحد هزینه سرد کردن یخچال در طول تخلیه برای خودرو	F_5
واحد جریمه وقتی خودرو زود میرسد	F_6
واحد جریمه وقتی خودرو دیر می‌رسد	F_7
واحد هزینه سوخت	F_8
نرخ فسادپذیری کالا هنگام حرکت وقتی در یخچال بسته است	∂_1
نرخ فسادپذیری کالا هنگام توقف وقتی در یخچال باز است	∂_2
واحد هزینه انتقال یک واحد کالا از نقطه i به j	c_{ij}
هزینه ثابت استفاده از خودرو	F_1
واحد هزینه خسارت به تولیدات در زنجیره تامین سرد	F_3
متغیرها	

متغیر دودویی: ۱ اگر یال $(i, j) \in A$ توسط خودرو k پیموده شود. ۰ در غیر این صورت	x_{ij}^k
متغیر دودویی: ۱ اگر یال $(i, j) \in A$ توسط خودرو k پیموده شود هنگامی که زمان خروج از گره i در ناحیه زمانی p است. ۰ در غیر این صورت	y_{ij}^{kp}
متغیر پیوسته نامنفی: زمانی در ناحیه زمانی p که خودرو k گره i را برای طی کردن یال $(i, j) \in A$ ترک کند.	τ_{ij}^{kp}
متغیر پیوسته نامنفی: میزان باری که توسط خودرو k بر روی یال $(i, j) \in A$ حمل می شود.	w_{ij}^k
متغیر پیوسته نامنفی: زمان کلی صرف شده بر روی مسیری که توسط خودرو k پیموده شده و گره i آخرین گره قبل از رسیدن به مبدا است.	$\tau_{i0}^{k'}$
(یا متغیر پیوسته که زمان برگشتن خودرو k را به مبدا از طریق گره $i \in I$ را مشخص می کند)	

$$\text{TGVRP-C} \quad \min C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6 \quad (6)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in K} \sum_{j \in I} x_{0j}^k \leq m \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I_0} x_{ij}^k = 1 \quad \forall j \in I \quad (8)$$

$$\sum_{\substack{j \in I_0 \\ j \neq i}} x_{ij}^k = \sum_{\substack{j \in I_0 \\ j \neq i}} x_{ji}^k \quad \forall i \in I_0, \forall k \in K \quad (9)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in I_0} w_{ji}^k - \sum_{k \in K} \sum_{j \in I_0} w_{ij}^k = q_i \quad \forall i \in I \quad (10)$$

$$q_j (x_{ij}^k) \leq w_{ij}^k \leq x_{ij}^k (Q - q_i) \quad \forall i, j \in I_0, \forall k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I} w_{0i}^k = \sum_{i \in I} q_i \quad (12)$$

$$\sum_{p \in P} y_{ij}^{kp} = x_{ij}^k \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K \quad (13)$$

$$y_{ij}^{kp} b_{ij}^{p-1} \leq \tau_{ij}^{kp} \leq y_{ij}^{kp} b_{ij}^p \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K, \forall p \in P \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} (\tau_{ij}^{kp} + \theta_{ij}^p \tau_{ij}^{kp} + \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp}) + L(\tau_j^k) + s_j \sum_{i \in I_0} x_{ij}^k = \sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \tau_{ji}^{kp} \quad \forall j \in I, \forall k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{p \in P} (\tau_{i0}^{kp} + \theta_{i0}^p \tau_{i0}^{kp} + \eta_{i0}^p y_{i0}^{kp}) \leq \tau_{i0}^{k'} \quad \forall i \in I \mid (i, 0) \in A, \forall k \in K \quad (16)$$

$$\tau_{i0}^{k'} \leq T_{\max} \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (17)$$

$$y_{ij}^{kp}, x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad w_{ij}^k, \tau_{ij}^{kp}, \tau_{i0}^{k'} \geq 0 \quad (18)$$

۱- هزینه مربوط به لجستیک

هزینه‌های مربوط به لجستیک شامل دو هزینه کلی استفاده از خودرو و حمل و نقل است.

هزینه ثابت مربوط به استفاده از خودروها: هزینه ثابت استفاده از خودرو بصورت هزینه خرید خودرو یا اجاره آن است. برای استفاده از خودرو باید هزینه ثابت به آن پرداخت شود. هزینه استفاده از خودرو را در مدل به صورت C_1 لحاظ می‌کنیم، اگر خودرو از انبار شروع به حرکت کند باید هزینه استفاده از

$$C_1 = \sum_{j \in I} F_1(x_{0,j})$$

خودرو در مدل لحاظ شود.

هزینه حمل و نقل: در انتقال کالا به مشتری هزینه حمل و نقل به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$C_2 = \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_0} \sum_{\substack{j \in I_0 \\ i \neq j}} (c_{ij} d_{ij}) w_{ij}^k$$

۲- هزینه‌های مربوط به کیفیت و سردسازی

هزینه‌های مربوط به کیفیت و سردسازی را به صورت سه هزینه کلی از دست دادن کیفیت، هزینه تازه نگهداشتن محصولات و هزینه جریمه در نظر گرفته‌ایم.

هزینه از دست دادن کیفیت: محصولات انتقال داده شده در مسئله حمل‌ونقل زنجیره سرد، نسبت به مسئله حمل‌ونقل معمولی متفاوت هستند زیرا در زنجیره تامین سرد، کالاها انتقال یافته فاسدشدنی می‌باشند. در مدل‌های مسئله حمل‌ونقل معمولی ممکن است آسیب کالاها را در هنگام بارگیری و تخلیه بار در نظر بگیرند که به دلیل ضرر ناشی از برخورد است. با این حال، در زنجیره تامین سرد هزینه‌های خسارت محصولات فاسدشدنی عمدتاً به دلیل تغییر دما در هنگام حمل‌ونقل و جابجایی کالا در نظر گرفته می‌شود. ویژگی‌های متفاوت موجود در محیط مانند دما، رطوبت، غلظت اکسیژن در محیط ذخیره‌سازی و سایر عوامل بر تغییر کیفیت کالاها تأثیر می‌گذارد. کیفیت کالاهای فاسدشدنی با افزایش زمان انتقال و تغییرات دما به تدریج کاهش یافته و ارزش خود را از دست می‌دهند. وقتی کیفیت محصولات پایین بیایند، خسارت به بار بیشتر می‌شود. مقدار کالاهای باقیمانده در کامیون‌های یخچال نه تنها ارتباط تنگاتنگی با تقاضای مشتریان دارد، بلکه مستقیماً با ضرر و زیان کالا در فرآیند توزیع لجستیک زنجیره سرد در ارتباط است (Wang, et. al. 2017).

قید ۶ نشان دهنده تابع هدف شامل تمام هزینه‌ها است. در زیر بخش بعدی نحوه محاسبه این هزینه‌ها به تفصیل بیان شده است. قید ۷ بیان می‌کند حداکثر m خودرو مورد استفاده قرار گرفته و از انبار خارج شوند. قید ۸ بیان می‌کند که فقط یک خودرو باید به هر مشتری وارد شود. محدودیت ۹ بیان می‌کند که از هر گره به تعداد خودرو ورودی، خودرو باید خارج شود. محدودیت‌های (۱۰)–(۱۲) اطمینان حاصل می‌کنند که درخواست مشتریان برآورده شده و ظرفیت خودرو نیز رعایت می‌شود. لازم به ذکر است که این محدودیت‌ها علاوه بر ردیابی سطح بار، از ایجاد تورهای فرعی نیز جلوگیری می‌کنند. قیود (۱۳) نشان می‌دهد که اگر وسیله نقلیه k بر روی یال (i, j) حرکت کند، این حرکت باید در یکی از مناطق زمانی $p \in P$ رخ دهد. مجموعه قیود (۱۴) شرایط مرزی را در زمان حرکت بیان می‌کند. قید (۱۵) نشان می‌دهد که اگر وسیله نقلیه k بر روی یال (i, j) حرکت کند، زمان حرکت از راس j برابر با زمان حرکت از راس قبلی i به اضافه زمان پیمودن یال (i, j) (با توجه به معادلات (۴) و (۵))، به علاوه زمان انتظار $L(\tau_j^k)$ اگر زودتر از پنجره زمانی به گره j رسیده و نیز زمان سرویس در راس j است. نحوه محاسبه زمان انتظار $L(\tau_j^k)$ در قسمت هزینه‌ها توضیح داده می‌شود. توجه داشته باشید این محدودیت به وسایل نقلیه اجازه می‌دهد تا در صورت نیاز برای جلوگیری در ترافیک ماندن در انبار منتظر بمانند و از این رو زمان صرف شده به دلیل رانندگی در ترافیک و در نتیجه انتشار کل آلودگی کاهش یابد. قیود (۱۶) زمان بازگشت به انبار برای هر خودرو را محاسبه می‌کنند. محدودیت (۱۷) نشان می‌دهد که هر وسیله نقلیه حداکثر به اندازه T_{max} در دسترس است. قیود (۱۸) مشخص کننده علامت متغیرها است.

۴-۲- هزینه‌های تابع هدف

در مدل ارائه شده ۶ نوع هزینه در نظر گرفته‌ایم. این هزینه‌ها را می‌توان در ۳ دسته مجزا دسته‌بندی کرد: هزینه‌های مربوط به لجستیک، هزینه‌های مربوط به کیفیت و سردسازی و هزینه مربوط به محیط زیست. در ادامه به معرفی این هزینه‌ها می‌پردازیم.

در مدل لحاظ شده و محاسبه می‌شود. هزینه تبرید شامل هزینه‌های ناشی از مصرف انرژی خودرو برای پایین نگهداشتن دمای یخچال تا زمان تحویل کالا (یعنی زمان ماندن مواد در یخچال) و همچنین هزینه انرژی اضافی تأمین شده توسط سیستم تبرید در طی فرآیند تخلیه است. این هزینه به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$C_4 = \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} \sum_{i \in I_0} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} (F_4 t_{ij}^{kp} y_{ij}^{kp} + F_5 s_j y_{ij}^{kp})$$

هزینه جریمه: در توزیع مواد فسادپذیر، مشتریان معمولاً برای دریافت این نوع کالا محدودیت زمانی را در نظر می‌گیرند. اگر کالاها در مدت زمانی که مشتری توافق کرده به مقصد نرسد، بر روی رضایت مشتری تأثیر گذاشته و در نتیجه هزینه‌هایی مانند هزینه تلفات کالا، هزینه مصرف انرژی بیشتر و غیره را به همراه می‌آورد. این هزینه‌ها با مفهوم پنجره زمانی در مسائل مسیریابی وسایل نقلیه در ارتباط است. در این مقاله پنجره زمانی نرم را در نظر گرفته که براساس آن، خودروها برای دیر یا زود رسیدن نسبت به پنجره زمانی باید جریمه پرداخت کنند. هزینه جریمه به صورت زیر لحاظ شده است.

$$C_5 = \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} (F_6 (L\tau_i^k) + F_7 (U\tau_i^k))$$

که در آن:

$$U(\tau_j^k) = \max \left\{ \left(\sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} (\tau_{ij}^{kp} + \theta_{ij}^p \tau_{ij}^{kp} + \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp}) \right) - \sum_{i \in I_0} U_j x_{ij}^k, 0 \right\}$$

مدت زمان دیر رسیدن به مشتری j است.

هزینه مربوط به محیط زیست

میزان انتشار گازهای گلخانه‌ای ارتباط مستقیمی با مصرف سوخت دارد، بنابراین می‌توان میزان انتشار آلودگی را پس از میزان مصرف سوخت محاسبه کرد. وسایل نقلیه یخچالدار در زنجیره تأمین سرد در حین انتقال کالا و برای سردسازی سوخت مصرف می‌کنند. در نتیجه، هزینه انرژی در این‌جا شامل دو قسمت است: هزینه سوخت مصرفی وسیله نقلیه و هزینه سوخت مصرفی تجهیزات سردسازی.

برای محاسبه سوخت مصرفی در حمل‌ونقل، معادله‌های متفاوتی در ادبیات ارائه شده است. در این مقاله از فرمول

در انتقال تقاضای مشتری از انبار به مشتری، مواد نگهداری شده در دو حالت قرار دارند. یک حالت زمانی است که در یخچال بسته بوده و کامیون در حین حرکت است که میزان از دست دادن کیفیت در این حالت به صورت زیر مشخص می‌شود:

$$C_3' = \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} \sum_{i \in I_0} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \left(q_j \left(1 - e^{-\delta_1 (t_{ij}^{kp})} \right) \right)$$

عبارت $t_{ij}^{kp} = \theta_{ij}^p \tau_{ij}^{kp} + \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp} + L(\tau_j^k)$ نشان‌دهنده مدت زمان انتقال کالا بر روی یال (i, j) در دوره p بعلاوه $L(\tau_j^k)$ مدت زمان انتظار خودرو k وقتی زودتر از پنجره زمانی به گره j برسد. می‌توان t_{ij}^{kp} را به صورت یک متغیر پیوسته به مدل اضافه کرد.

مدت زمان انتظار در گره را می‌توان به صورت:

$$L(\tau_j^k) = \max \left\{ \sum_{i \in I_0} L_j x_{ij}^k - \left(\sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} (\tau_{ij}^{kp} + \theta_{ij}^p \tau_{ij}^{kp} + \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp}) \right), 0 \right\}$$

در نظر گرفت. در تابع هزینه C_3' برای هر یال (i, j) ، هزینه از دست دادن کیفیت مقدار بار (q_j) را که برای هر مشتری j منتقل می‌شود با توجه به مدت زمان پیمودن آن یال محاسبه می‌شود. حالت دیگری که در آن مواد کیفیت خود را از دست می‌دهند زمانی است که خودرو برای تخلیه بار به مشتری متوقف شده و درب یخچال باز است. در این حالت از دست دادن کیفیت مواد نسبت به زمانی که درب یخچال بسته است سرعت بیشتری دارد $(\delta_2 > \delta_1)$. این خسارت بر روی کل کالای باقی مانده که از گره i به گره j منتقل می‌شود وارد شده و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C_3'' = \sum_{k \in K} \sum_{j \in I_0} \sum_{\substack{i \in I \\ j \neq i}} w_{ij}^k (1 - e^{-\delta_2 s_i})$$

در حالت کلی هزینه از دست دادن کیفیت مجموع دو هزینه بالا

$$C_3 = F_3 (C_3' + C_3'') \quad \text{است:}$$

هزینه تازه نگهداشتن محصولات یا تبرید: در مسئله حمل‌ونقل در زنجیره سرد، هزینه تبرید که مربوط به سردسازی محیط یخچال به‌منظور تازه نگهداشتن مواد داخل یخچال است

نرخ مصرف سوخت در حین انتقال را می‌توان از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$F_r = \xi \left(KYV + \frac{P}{\eta} \right) / \kappa \quad (19)$$

که در آن $P = P_{tract} / n_{if} + P_{acc}$ و P_{tract} به صورت زیر بدست آورده می‌شود.

$$P_{tract} = (M_v a + M_v g \sin \theta + 0.5 C_d \rho S v^2 + M_v g C_r \cos \theta) v / 1000 \quad (20)$$

همچنین $\alpha = a + g (\sin \theta) + g C_r (\cos \theta)$ و $\beta = 0.5 C_d \rho S$ فرمول ساده‌شده نرخ مصرف سوخت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$F = \alpha \lambda \gamma d M_v + \lambda \gamma d \beta v^2 + \lambda KYV d / v \quad (21)$$

موسوم به مدل انتشار کیفی جامع^۲ که در مقاله (Dukkanci, Kara and Bektas 2019) مورد استفاده قرار گرفته، استفاده می‌کنیم. این فرمول به منظور برآورد مصرف سوخت در وسایل نقلیه سنگین دیزلی ارایه شده است. در مقایسه با سایر مدل‌های انتشار در ادبیات، این مدل به پارامترهای دقیق‌تر مربوط به خودرو مانند ضریب اصطکاک موتور و دور موتور نیز اشاره دارد. در این مقاله از یک فرم ساده شده معادله برآورد مصرف سوخت خودرو در حین انتقال استفاده می‌کنیم. برای بیان معادله محاسبه سوخت از پارامترهای جدول ۲ استفاده شده است.

برای ساده سازی فرمول نرخ مصرف سوخت F_r آن را به صورت F نمایش داده و پارامترهای جدید را به صورت زیر تعریف کرده‌اند. فرض کنید یک خودرو جاده‌ای را به طول d با سرعت ثابت v بپیماید، با در نظر گرفتن $\lambda = \xi / \kappa \psi$ و $\gamma = 1/1000 n_{if} \eta$

جدول ۲. پارامترهای مورد استفاده در معادله انتشار آلودگی خودرو

پارامتر	توضیح	پارامتر	توضیح
ξ	نسبت توده سوخت به هوا	θ	زاویه جاده
η	پارامتر کارایی برای موتورهای دیزلی	C_d	ضریب کشش آیرودینامیکی
κ	مقدار گرمایش یک سوخت دیزل معمولی	C_r	ضریب مقاومت نورد
n_{if}	کارایی قطار محرک وسیله نقلیه، که مربوط به بازده کلی کلیه اجزای انتقال موتور به چرخ‌ها است	ρ	تراکم هوا (در کیلوگرم بر متر مکعب)
P_{acc}	تقاضای انرژی موتور مربوط به افت موتور و عملکرد لوازم جانبی خودرو مانند استفاده از تهویه هوا است	ψ	ضریب تبدیل سوخت
P_{tract}	کل قدرت کششی مورد نیاز (در کیلووات)	V	تغییر مکان موتور
ω	وزن خودرو خالی	K	ضریب اصطکاک موتور
a	شتاب لحظه‌ای	Υ	دور موتور
S	منطقه سطح پیشانی (در متر مربع)	M_v	وزن کل خودرو
g	ثابت گرانش در متر بر مجذور ثانیه	E_R	واحد هزینه انتشار آلودگی

سرعت، مصرف سوخت نیز افزایش می‌یابد. نقطه مینیمم با توجه به مقادیر $\lambda, \beta, \Upsilon, V$ و K تعیین می‌شود. مدل انتشار آلودگی برای خودرو خالی با وزن ω مستقل از بار را به صورت $\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \omega \alpha \lambda d_{ij} x_{ij}^k$ و مدل انتشار آلودگی

به راحتی می‌توان مشاهده کرد که تابع مصرف سوخت F براساس سرعت v با فرض ثابت بودن سایر پارامترها دارای خاصیت نقطه مینیمم است. این بدان معنی است که اگر سرعت از صفر تا مقدار مشخصی افزایش یابد، مصرف سوخت کاهش می‌یابد و پس از این مقدار مشخص، متناسب با افزایش

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} (\beta \gamma \lambda d_{ij}(v)^2) y_{ij}^{kp}$$

$$\text{و موتور را به ترتیب با } \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} (K \Upsilon V \lambda d_{ij} \frac{1}{v}) y_{ij}^{kp} \text{ در نظر می‌گیریم.}$$

در حالت کلی با توجه به معادلات گفته شده هزینه سوخت و هزینه انتشار آلودگی در مدل ارایه شده به صورت زیر بیان می‌شود:

$$C_6 = E_R \left[\begin{aligned} & \left(\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \omega \alpha \gamma \lambda d_{ij} x_{ij}^k \right) + \left(\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \alpha \gamma \lambda d_{ij} w_{ij}^k \right) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{\substack{j \in I_0 \\ i \neq j}} (F_7 \alpha_1 s_i) x_{ij}^k + \\ & \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_p (\beta \gamma \lambda d_{ij}(v)^2 + K \Upsilon V \lambda d_{ij} \frac{1}{v}) y_{ij}^{kp} \end{aligned} \right]$$

برای حل مدل ارایه می‌شود. روش ارایه شده در دو مرحله انجام می‌شود: در مرحله اول با استفاده از تکنیک‌های خطی سازی، عبارات غیرخطی در مدل خطی می‌شوند. سپس در مرحله دوم، از روش تجزیه بندرز برای حل مدل خطی استفاده می‌شود.

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \alpha \gamma \lambda d_{ij} w_{ij}^k$$

در نظر می‌گیریم.

هزینه مصرف سوخت برای یخچال هنگام توقف برای برآورد

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{\substack{j \in I_0 \\ i \neq j}} (F_7 \alpha_1 s_i) x_{ij}^k$$

و میزان مصرف سوخت و انتشار آلاینده‌گی ناشی از سرعت

با توجه به تعریف توابع هدف در مدل TGVRP-C این مدل یک مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی است.

۳- روش حل

مسئله TGVRP-C یک نسخه تعمیم یافته از مسئله VRP کلاسیک بوده و بنابراین یک مسئله سخت است. در این گونه مسائل هنگامی که تعداد مشتریان و خودروها افزایش یابد، اندازه مدل به سرعت رشد می‌کند. در نتیجه بدست آوردن جواب‌های بهینه یا حتی جواب‌های نزدیک بهینه با استفاده از روش‌های حل دقیق یک زمان مناسب برای مسائل متوسط و بزرگ امکان پذیر نیست. مدل ارایه شده در این مقاله دارای عبارات غیرخطی در تابع هدف و محدودیت‌ها بوده که مدل را برای حل، سخت‌تر می‌کند. در این بخش، یک روش کارآمد

۳-۱- خطی سازی روابط غیرخطی

در مدل ارایه شده TGVRP-C معادلات مربوط به هزینه‌های C_3'' , C_3' و C_4 و عبارات موجود در تعریف متغیرهای پیوسته نامنفی $L(\tau_j^k)$ و $U(\tau_j^k)$ غیرخطی هستند. در ادامه خطی سازی این عبارات توضیح داده می‌شود. برای خطی سازی متغیرهای پیوسته نامنفی $L(\tau_j^k)$ و $U(\tau_j^k)$ به ترتیب فیود زیر را به مدل اضافه می‌کنیم.

$$\sum_{i \in I_0} L_j x_{ij}^k - \left(\sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} (\tau_{ij}^{kp} + \theta_{ij}^p \tau_{ij}^{kp} + \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp}) \right) \leq L(\tau_j^k) \quad \forall j \in I, \forall k \in K \quad (22)$$

$$\left(\sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} (\tau_{ij}^{kp} + \theta_{ij}^p \tau_{ij}^{kp} + \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp}) \right) - \sum_{i \in I_0} U_j x_{ij}^k \leq U(\tau_j^k) \quad \forall j \in I, \forall k \in K \quad (23)$$

$$\bar{C}_3'' = \sum_{k \in K} \sum_{j \in I_0} \sum_{\substack{i \in I \\ j \neq i}} w_{ij}^k (\partial_2 s_i)$$

برای خطی سازی روابط C_3' , C_3'' توابع تقریب خطی به صورت زیر برای جایگزینی توابع نمایی استفاده می‌کنیم.

بنابراین هزینه از دست دادن کیفیت با استفاده از این دو تابع تقریب خطی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\bar{C}_3' = \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} \sum_{i \in I_0} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} (q_j \partial_1 (t_{ij}^{kp}))$$

شده متغیرهای پیوسته t_{ij}^{kp} در متغیرهای دودویی y_{ij}^{kp} ضرب شده‌اند. به همین منظور یک متغیر پیوسته نامنفی به صورت $t(y_{ij}^{kp})$ تعریف کرده و قیود زیر را به مدل اضافه می‌کنیم. در قیود زیر M یک عدد مثبت بسیار بزرگ است.

$$t(y_{ij}^{kp}) \leq M y_{ij}^{kp} \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K, \forall p \in P \quad (24)$$

$$t(y_{ij}^{kp}) \leq t_{ij}^{kp} \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K, \forall p \in P \quad (25)$$

$$t(y_{ij}^{kp}) \geq t_{ij}^{kp} - M(1 - y_{ij}^{kp}) \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K, \forall p \in P \quad (26)$$

صورت شدنی بودن تقریبی از جواب مسئله مورد نظر را به دست می‌دهد.

در ادبیات چندین مورد موفق از بکارگیری روش تجزیه بندرز در حل مدل‌های گوناگون وجود دارد (Hosseini, 2020; Rahmaniani, et. al. 2017).

با بررسی مدل عددصحیح مختلط بدست آمده متوجه می‌شویم که این مدل یک مورد مناسب برای استفاده از الگوریتم حل تجزیه بندرز است. مدل ارائه شده در حالت کلی دارای دو دسته متغیر به صورت پیوسته $(w_{ij}^k, \tau_{ij}^{kp}, \tau_{i0}^k, t_{ij}^{kp}, L(\tau_j^k), U(\tau_j^k), t(y_{ij}^{kp}))$ و متغیر دودویی (y_{ij}^{kp}, x_{ij}^k) است. که می‌توان مدل را بر اساس این دو نوع متغیر و با توجه به روش بندرز به دو زیر مدل تجزیه کرد. در ادامه این بخش الگوریتم تجزیه بندرز بر روی مدل خطی شده TGVRP-C ارائه می‌شود. ابتدا زیرمسئله بندرز برای مدل TGVRP-C و روش ایتکاری حل آن، سپس مسئله اصلی بندرز و روش‌های تولید قیود برش بیان می‌گردد.

۳-۲-۱- زیرمسئله بندرز

فرض کنیم مقدار متغیرهای دودویی بر اساس جواب مسئله اصلی بندرز به صورت (\hat{x}, \hat{y}) مشخص شده‌است. زیر مسئله بندرز مدل خطی مسیریابی سرد با در نظر گرفتن ترافیک که به صورت مسئله $BSP(\hat{y}, \hat{x})$ ارجاع داده می‌شود. در این مدل تنها متغیرهای پیوسته بعنوان متغیرهای تصمیم وجود دارند. همچنین قیودی که در آنها متغیرهای پیوسته وجود دارند را بعنوان متغیرهای زیرمسئله بندرز در نظر می‌گیریم. این نوع قیود یا تنها شامل متغیرهای پیوسته بوده و یا متغیرهای دودویی

$$C_3 = F_3(\bar{C}_3' + \bar{C}_3'')$$

در تابع هزینه C_4 باید ضرب متغیرها را در عبارت $\sum_{k \in K} \sum_{p \in P} \sum_{i \in I_0} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} F_4 t_{ij}^{kp} y_{ij}^{kp}$ خطی کنیم. در عبارت گفته

با اضافه کردن قیود ۲۴-۲۶ به مدل تابع هزینه C_4 به صورت

$$C_4 = \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} \sum_{i \in I_0} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} (F_4 t(y_{ij}^{kp}) + F_5 s_j y_{ij}^{kp})$$
 خطی

تبدیل و در نتیجه مدل به یک مسئله بهینه سازی خطی عددصحیح مختلط تبدیل می‌شود.

۳-۲- الگوریتم حل تجزیه بندرز

برای حل مدل خطی عدد صحیح بدست آمده از یک الگوریتم حل کارا بر اساس روش تجزیه بندرز (Benders, 1962) استفاده می‌کنیم. با بررسی مدل ارائه شده متوجه می‌شویم که این مدل یک مورد مناسب برای استفاده از الگوریتم حل تجزیه بندرز است. روش حل بندرز، یک روش حل بر اساس تجزیه مدل است. در روش تجزیه بندرز، مدل بر اساس متغیرهای ساده (متغیرهای پیوسته) و متغیرهای سخت (معمولا متغیرهای عددصحیح) به دو زیرمدل جداگانه تجزیه می‌شود. یک زیرمدل که به عنوان زیرمسئله شناخته می‌شود تنها بر اساس متغیرهای ساده است. در مدل زیرمسئله، قیودی که شامل متغیرهای پیوسته و قیودی که همزمان شامل متغیرهای ساده و سخت هستند باقی می‌مانند که مقدار متغیرهای سخت در آنها مشخص و به صورت مقداری ثابت فرض شده‌است. زیر مسائل معمولا به صورت مدل‌های خطی پیوسته تبدیل می‌شوند که می‌توانند به راحتی حل شوند. زیرمدل دوم به نام مسئله اصلی بندرز شناخته می‌شود و بر اساس متغیرهای سخت و قیود شامل این متغیرها هستند. در هر تکرار بر اساس جواب دوگان قیود زیرمسئله یک قید برش به مسئله اصلی بندرز اضافه می‌شود. جواب مسئله اصلی بندرز در

جواب مسئله اصلی بندرز به صورت (\hat{x}, \hat{y}) ثابت در نظر می‌گیریم. تابع هدف مسئله $BSP(\hat{y}, \hat{x})$ که تنها شامل متغیرهای پیوسته است به صورت زیر نوشته می‌شود.

را هم در خود دارند. برای قیودی که تنها شامل متغیرهای پیوسته هستند (قیود ۱۰، ۱۲ و ۲۵) خود قیود را بدون تغییر در مدل زیرمسئله بندرز نوشته می‌شوند. برای قیودی که همزمان شامل متغیرهای پیوسته و دودویی هستند (قیود ۱۱، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۲۴ و ۲۶) متغیرهای دودویی را در آنها بر اساس

$$Z_{SP} = \sum_{k \in K} \sum_{i \in I_0} \sum_{\substack{j \in I_0 \\ i \neq j}} (c_{ij} d_{ij}) w_{ij}^k + \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} \sum_{i \in I_0} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} F_4 t (y_{ij}^{kp}) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} (F_6 L(\tau_i^k) + F_7 U(\tau_i^k)) \quad (27)$$

$$+ E_R \left(\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \alpha \gamma \lambda d_{ij} w_{ij}^k \right) + \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} \sum_{i \in I_0} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} (q_j \partial_1(t_{ij}^{kp})) + \sum_{k \in K} \sum_{j \in I_0} \sum_{\substack{i \in I \\ j \neq i}} w_{ij}^k (\partial_2 s_i)$$

متغیرهای دوگان قیود مدل $BSP(\hat{y}, \hat{x})$ باشند. دوگان زیر مسئله بندرز که با $DBSP(\hat{y}, \hat{x})$ نمایش می‌دهیم به صورت زیر است.

توجه کنید که با توجه به ساختار مدل $BSP(\hat{y}, \hat{x})$ چون متغیرها از پایین کراندار بوده و مسئله مینیمم‌سازی است پس مدل کراندار بوده و زیرمسئله بندرز حتما شادنی است. فرض کنیم بردار $(\Delta 1, \Delta 2, \dots, \Delta 14)$ مشخص‌کننده بردار

$$DBSP(\hat{y}, \hat{x}) \quad \max \quad Z_{DSP} = \sum_{i \in I} q_i (\Delta 1_i) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} q_j \hat{x}_{ij}^k (\Delta 2_{ij}^k) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \hat{x}_{ij}^k (Q - q_i) (\Delta 3_{ij}^k) + (\Delta 4) \sum_{i \in I} q_i$$

$$+ \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} \hat{y}_{ij}^{kp} b_{ij}^{p-1} (\Delta 5_{ij}^{kp}) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} \hat{y}_{ij}^{kp} b_{ij}^p (\Delta 6_{ij}^{kp}) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \Delta 7_j^k \left(\sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \eta_{ij}^p \hat{y}_{ij}^{kp} + s_j \sum_{i \in I_0} \hat{x}_{ij}^k \right)$$

$$+ \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \Delta 8_i^k \left(\sum_{p \in P} \eta_{i0}^p \hat{y}_{i0}^{kp} \right) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} T_{\max} (\Delta 9_i^k) + \sum_{k \in K} \sum_{j \in I} \Delta 10_j^k \left(\sum_{i \in I_0} L_j \hat{x}_{ij}^k - \sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \eta_{ij}^p \hat{y}_{ij}^{kp} \right) \quad 28$$

$$+ \sum_{k \in K} \sum_{j \in I} \Delta 11_j^k \left(\sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \eta_{ij}^p \hat{y}_{ij}^{kp} - \sum_{i \in I_0} U_j \hat{x}_{ij}^k \right) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} M \hat{y}_{ij}^{kp} (\Delta 12_{ij}^{kp}) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} M (\hat{y}_{ij}^{kp} - 1) (\Delta 14_{ij}^{kp})$$

$$s.t. \quad (\Delta 1, \Delta 2, \dots, \Delta 14) \in \Delta \quad 29$$

مجموعه $EP(\hat{y}, \hat{x})$ را به عنوان نقاط گوشه‌ای مسئله دوگان $DBSP(\hat{y}, \hat{x})$ در نظر می‌گیریم. می‌توان مسئله اصلی بندرز را که با BMP نمایش می‌دهیم به صورت زیر نوشت.

$$BMP \quad \min \quad Z_{mp} = \sum_{j \in I} F_1(x_{0j}) + \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} \sum_{i \in I_0} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} F_5 s_j y_{ij}^{kp} + \pi$$

$$+ E_R \left[\left(\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \omega \alpha \gamma \lambda d_{ij} x_{ij}^k \right) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{\substack{j \in I_0 \\ i \neq j}} (F_7 \alpha_1 s_i) x_{ij}^k + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_p (\beta \gamma \lambda d_{ij} (v)^2 + K \Upsilon V \lambda d_{ij} \frac{1}{v}) y_{ij}^{kp} \right] \quad (30)$$

$$s.t. \quad (13) \text{ و } (9)-(V)$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i \in I} q_i (\hat{\Delta} 1_i) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} q_j x_{ij}^k (\hat{\Delta} 2_{ij}^k) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^k (Q - q_i) (\hat{\Delta} 3_{ij}^k) + (\hat{\Delta} 4) \sum_{i \in I} q_i + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} y_{ij}^{kp} b_{ij}^{p-1} (\hat{\Delta} 5_{ij}^{kp}) \\
 & + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} y_{ij}^{kp} b_{ij}^p (\hat{\Delta} 6_{ij}^{kp}) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \hat{\Delta} 7_j^k \left(\sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp} + s_j \sum_{i \in I_0} x_{ij}^k \right) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \hat{\Delta} 8_i^k \left(\sum_{p \in P} \eta_{i0}^p y_{i0}^{kp} \right) \\
 & + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} T_{\max} (\hat{\Delta} 9_i^k) + \sum_{k \in K} \sum_{j \in I} \hat{\Delta} 10_j^k \left(\sum_{i \in I_0} L_j x_{ij}^k - \sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp} \right) + \sum_{k \in K} \sum_{j \in I} \hat{\Delta} 11_j^k \left(\sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp} - \sum_{i \in I_0} U_j x_{ij}^k \right) \\
 & + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} M y_{ij}^{kp} (\hat{\Delta} 12_{ij}^{kp}) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} M (y_{ij}^{kp} - 1) (\hat{\Delta} 14_{ij}^{kp}) \leq \pi \quad \forall (\hat{\Delta} 1, K, \hat{\Delta} 14) \in D(\text{SPD})
 \end{aligned} \tag{۳۱}$$

$$y_{ij}^{kp}, x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \pi \geq 0 \tag{۳۲}$$

برای سرعت بخشیدن به اجرای روش بندرز اگر بتوانیم تعداد تکرارهای روش بندرز را کاهش داد ارزش بسیاری دارد. در ادبیات برای سرعت بخشیدن به روش بندرز روش‌های مختلفی برای تولید قید برش مانند تولید یک قید برش در هر تکرار، تولید چند قید برش در هر تکرار، تولید قید بهینه-پارتو و غیره ارائه داده‌اند. در این مقاله روش تولید قید برش بهینه-پارتو در هر تکرار را به مسئله اصلی بندرز مورد استفاده قرار داده‌ایم. در روش تولید قید برش بهینه پارتو سعی می‌شود در هر تکرار یک برش قوی به مسئله اصلی بندرز اضافه شود. این روش سعی می‌کند یک قید برش قوی را تولید کرده تا باعث کاهش تعداد تکرارها شود.

در این‌جا، روش تولید برش بهینه-پارتو را با استفاده از مقاله مگنانتی و وانگ (Magnanti and Wong, 1981) بیان می‌کنیم. مجموعه Z را مجموعه همه جواب‌های شدنی مسئله اصلی بندرز در تکرار اول بگیریم.

تابع $C(x, y, \Delta 1, \Delta 2, \dots, \Delta 14)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 C(x, y, \Delta 1, \Delta 2, \dots, \Delta 14) = & \sum_{i \in I} q_i (\Delta 1_i) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} q_j x_{ij}^k (\Delta 2_{ij}^k) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^k (Q - q_i) (\Delta 3_{ij}^k) + (\Delta 4) \sum_{i \in I} q_i + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} y_{ij}^{kp} b_{ij}^{p-1} (\Delta 5_{ij}^{kp}) \\
 & + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} y_{ij}^{kp} b_{ij}^p (\Delta 6_{ij}^{kp}) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \Delta 7_j^k \left(\sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp} + s_j \sum_{i \in I_0} x_{ij}^k \right) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \Delta 8_i^k \left(\sum_{p \in P} \eta_{i0}^p y_{i0}^{kp} \right) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} T_{\max} (\Delta 9_i^k) \\
 & + \sum_{k \in K} \sum_{j \in I} \Delta 10_j^k \left(\sum_{i \in I_0} L_j x_{ij}^k - \sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp} \right) + \sum_{k \in K} \sum_{j \in I} \Delta 11_j^k \left(\sum_{i \in I_0} \sum_{p \in P} \eta_{ij}^p y_{ij}^{kp} - \sum_{i \in I_0} U_j x_{ij}^k \right) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} M y_{ij}^{kp} (\Delta 12_{ij}^{kp}) + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} M (y_{ij}^{kp} - 1) (\Delta 14_{ij}^{kp})
 \end{aligned} \tag{۳۳}$$

را غالب بر برش تولید شده توسط جواب دوگان $(\tilde{\Delta} 1, \tilde{\Delta} 2, \dots, \tilde{\Delta} 14)$ گویند، اگر و تنها اگر داشته باشیم.

مدل BMP ترافیک یک مسئله با متغیرهای باینری (y_{ij}^{kp}, x_{ij}^k) و متغیر پیوسته π است. با استفاده از مقادیر دوگان به دست آمده از زیرمسئله بندرز، در هر تکرار یک قید برش به صورت قید ۳۱، به مسئله اصلی بندرز اضافه می‌شود. در روش سنتی بندرز، مسئله اصلی بندرز قبل از زیر مسئله بندرز تا رسیدن به جواب بهینه حل می‌شود. این بدان معنی است که در مسئله اصلی بندرز جواب‌های مشابه بصورت غیرضروری دوباره ملاقات شوند. برای جلوگیری از تکرار جواب‌ها می‌توان مسئله را در یک درخت شاخه و کران مانند مقاله (Codato and Fischetti, 2006) حل کرد، که در این درخت جستجو، قید برش بهینگی در صورت لزوم به مسئله اصلی اضافه می‌شود.

۴-۲-۳- قید برش بهینه-پارتو

مگنانتی و وانگ (Magnanti and Wong, 1981)، مفهوم برش غالب را در چارچوب تجزیه بندرز بیان کردند. برش تولید شده به وسیله جواب دوگان $(\hat{\Delta} 1, \hat{\Delta} 2, \dots, \hat{\Delta} 14)$

(\hat{x}, \hat{y}) در هر تکرار از روش تجزیه بندرز، مسئله زیر را حل می‌کنیم. در مسئله زیر $opt(DBSP(\hat{y}, \hat{x}))$ مقدار جواب بهینه مدل $DBSP(\hat{y}, \hat{x})$ ، و $(\bar{x}, \bar{y}) \in ri(Z^c)$ ، نقطه درونی از مجموعه محدب Z^c است.

$$MW(\hat{x}, \hat{y}) \quad \max \quad C(\bar{x}, \bar{y}, \Delta 1, \Delta 2, \dots, \Delta 14) \quad 34$$

$$s.t. \quad (\Delta 1, \Delta 2, \dots, \Delta 14) \in \Delta \quad 35$$

$C(x, y, \hat{\Delta} 1, \hat{\Delta} 2, K, \hat{\Delta} 14) \leq C(x, y, \hat{\Delta} 1, \hat{\Delta} 2, K, \hat{\Delta} 14) \quad \forall (x, y) \in Z$ و نامساوی حداقل در یک نقطه به صورت اکید باشد. یک برش را بهینه-پارتو گویند، اگر هیچ برش غالب‌تر از آن وجود نداشته‌باشد. برای بدست آوردن برش بهینه-پارتو از جواب

$$C(\hat{x}, \hat{y}, \Delta 1, \Delta 2, \dots, \Delta 14) = opt(DBSP(\hat{y}, \hat{x})) \quad 36$$

استفاده کرده و نتایج الگوریتم پیشنهادی را با یک روش ابتکاری و روش دقیق سیپلکس مورد مقایسه قرار داده‌ایم. تمام محاسبات با استفاده از نرم افزار گمز^۹ در یک سیستم با مشخصات Intel (R), Core(TM) 2, CPU 2.40 GHz and 3.00 GB RAM بدست آمده‌اند.

۴-۱- نتایج مدل بر روی مثال کاربردی

در این زیربخش ابتدا مثال کاربردی که در مقاله (Li. Lim and Tseng 2019) مورد استفاده قرار گرفته مورد مطالعه قرار داده و عملکرد مدل را بر روی مثال بررسی می‌کنیم. مثال مورد مطالعه، یک شرکت توزیع زنجیره سرد مستقر در شهر چونگ‌کینگ در کشور چین است. در این زنجیره تامین سرد سبزیجات تازه باید به ۱۶ منطقه از مناطق مرکزی شهر توزیع شود. در جدول ۳ مختصات عرض (X) و طول (Y) ۱۶ مکان مشتری و میزان تقاضا و پنجره زمانی آن‌ها آورده شده‌است. مختصات (x,y) مرکز توزیع به صورت (۶۲۸/۲۹۸, ۳۲۸۱/۸۹۶) است. مقدار پارامترهای مورد نیاز مدل از مقاله (Li. Lim and Tseng 2019) و پارامترهای هزینه سوخت مصرفی و انتشار آلودگی براساس مقاله (Dukkanci, Kara and Bektas. 2019) در جدول ۴ آورده شده‌است.

در مسئله فوق Δ چند وجهی به وجود آمده از فضای جواب مسئله دوگان برای مسئله $DBSP$ است. مدل $MW(\hat{x}, \hat{y})$ یک مسئله برنامه ریزی خطی بوده و به آسانی قابل حل است. نقطه مرکزی برای مدل ارایه شده بر اساس تعداد نقاط مشتری‌ها، تعداد خودروها و دوره‌های زمانی یک بردار با اندازه $5n^2m + n^2m$ است. برای مقداردهی نقطه درونی اولیه که همزمان قیود ۸ و ۱۳ را برآورده سازد مولفه‌های بردار متغیر (\bar{x}) برابر با $\frac{1}{n^2m}$ و مولفه‌های بردار متغیر (\bar{y}) را برابر $\frac{1}{5n^2m}$ قرار می‌دهیم. در تکرارهای بعدی، مقدار نقاط درونی از میانگین نقطه درونی فعلی و جواب بدست آمده از مسئله اصلی بندرز بدست می‌آید.

۴-۲ نتایج محاسباتی

در این بخش ابتدا به بررسی عملکرد مدل ارائه شده و کارایی الگوریتم حل پیشنهادی پرداخته‌ایم. عملکرد مدل را بر روی یک مثال کاربردی مرتبط با شهر چونگ‌کینگ مورد تحلیل قرار داده‌ایم. اجرای مدل بر روی مثال چونگ‌کینگ این فرصت را فراهم می‌کند که عملکرد مدل را بر روی یک مثال واقعی دیده و نیز حساسیت مدل را در صورت تغییر در پارامترهای اصلی مدل مورد بررسی قرار دهیم. در ادامه برای ارزیابی کارایی روش حل ارایه شده از چندین مثال موجود در ادبیات

جدول ۳. اطلاعات مشتری‌ها در زنجیره سرد شهر چونگ‌کینگ

شماره مشتری	مختصات افقی (کیلومتر) X	مختصات عمودی (کیلومتر) Y	تقاضا (تن)	پنجره زمانی
۱	۶۵۲/۹۶۲	۳۲۷۲/۵۹۵	۰/۴	[۵:۰۰:۰۷:۰۰]
۲	۶۴۱/۴۷۴	۳۲۶۹/۶۱۱	۰/۲	[۵:۰۰:۰۷:۰۰]
۳	۶۵۱/۲۰۸	۳۲۶۸/۸۱۴	۰/۱	[۵:۳۰:۰۷:۰۰]
۴	۶۵۵/۲۳۶	۳۲۷۱/۷۰۲	۰/۳۵	[۵:۰۰:۰۶:۳۰]

[۵:۰۰:۶:۰۰]	۰/۲	۳۲۷۵/۹۰۴	۶۴۴/۶۵۲	۵
[۵:۳۰:۷:۰۰]	۰/۴	۳۲۷۷/۸۲۱	۶۴۰/۴۰۲	۶
[۶:۰۰:۷:۰۰]	۰/۲۵	۳۲۷۰/۵۸۲	۶۴۷/۵۲۲	۷
[۶:۰۰:۶:۳۰]	۰/۳۵	۳۲۶۳/۴۲۷	۶۴۴/۴۰۸	۸
[۵:۰۰:۶:۰۰]	۰/۱۵	۳۲۷۵/۳۰۹	۶۴۶/۲۴۸	۹
[۵:۰۰:۷:۰۰]	۰/۴۵	۳۲۷۲/۰۲۹	۶۴۲/۶۸۳	۱۰
[۶:۰۰:۷:۰۰]	۰/۲	۳۲۶۷/۱۲۹	۶۴۷/۳۲۵	۱۱
[۵:۳۰:۷:۳۰]	۰/۳	۳۲۷۹/۸۳۶	۶۴۸/۵۸۴	۱۲
[۶:۰۰:۷:۰۰]	۰/۲۵	۳۲۷۰/۱۸۲	۶۴۵/۱۸۴	۱۳
[۵:۰۰:۶:۰۰]	۰/۱۵	۳۲۷۵/۸۸۵	۶۴۷/۹۳۷	۱۴
[۵:۳۰:۷:۰۰]	۰/۲	۳۲۷۵/۱۰۳	۶۵۱/۶۰۹	۱۵
[۶:۰۰:۷:۰۰]	۰/۱	۳۲۷۶/۰۷۰	۶۵۴/۷۹۹	۱۶

جدول ۴. مقادیر داده‌ها و پارامترهای مورد نیاز مدل

داده‌ها و پارامترهای معادله هزینه مصرف سوخت و الودگی				مقادیر داده‌ها و پارامترهای در مدل			
مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر
۱/۲۰۴۱	ρ	۱	ξ	۳	m	۲۰۰	F_1
۷۳۷	ψ	۰/۹	η	۱/۷	Q	۱	C_{ij}
۵	V	۴۴	κ	۰/۰۰۲	∂_1	۵۰۰۰	F_3
۰/۲	K	۰/۴	n_{ff}	۰/۰۰۲۲	∂_2	۲۰	F_4
۹/۸۱	g	۰	P_{acc}	۳۰	v_1	۳۵	F_5
۰	θ	۶۳۵۰	ω	۷۰	v_2	۵۰	F_6
۰/۷	C_d	۰	a	۳۰	v_3	۵۰	F_7
۰/۰۱	C_r	۳/۹۱۲	S	۵:۳۰	a_1	۶/۶۸	F_8
		۳۳	Υ	۶:۳۰	a_2	۱/۴	E_R

در این مثال ۳ خودرو مورد استفاده قرار گرفته که خودروها در مسیر مربوط به خود مشتری‌های اختصاص داده را سرویس‌دهی می‌کنند. نتایج بخوبی نشان می‌دهد که مدل ارائه شده با کمترین هزینه و با رعایت سرعت مناسب در هر بازه ترافیکی و پنجره زمانی سرویس‌رسانی را انجام می‌دهد. با توجه به نتایج در نظر گرفتن سرعت غیرثابت و دوره‌های ترافیکی علاوه بر در نظر گرفتن شرایط واقعی باعث کاهش هزینه‌ها نسبت به مدل دیگر شده‌است. مدل ارائه شده بهینه‌ترین مسیر را براساس ترافیک و کاهش انتشار آلودگی مشخص کرده که با مسیر مقاله (Li, Lim and Tseng 2019) متفاوت است. مسیرهای بهینه بدست آمده از حل مدل ارائه شده در شکل ۲ نمایش داده شده‌است.

مدل ارائه شده را بر روی مثال گفته شده با در نظر گرفتن ۳ دوره زمانی ترافیک که شروع زمان کاری از ساعت ۴:۳۰ و پایان آن ۷:۳۰ است اجرا کرده و نتایج را در جدول ۵ آورده‌ایم. زمان سرویس‌دهی به هر مشتری ۲ دقیقه در نظر گرفته شد. نتایج بدست آمده از مدل ارائه شده با بهترین جواب گزارش شده مقاله (Li, Lim and Tseng 2019) که سرعت در مدل آن‌ها به صورت ثابت ۴۰ کیلومتر بر ساعت فرض شده مقایسه کرده‌ایم. برای مقایسه بهتر ۵ نوع هزینه که در هر دو مدل وجود دارد، طول مسیر پیموده شده و ظرفیت بار جابه‌جا شده توسط هر خودرو گزارش شده‌است. در رابطه با هزینه مربوط به انتشار آلودگی تنها هزینه انتشار دی‌اکسیدکربن لحاظ شده‌است.

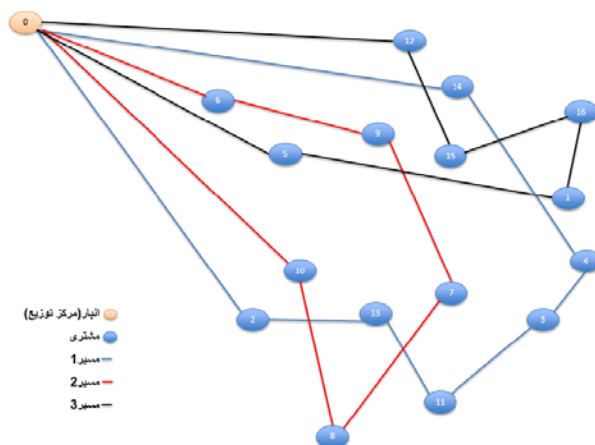
۴-۲- تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای مدل

در این زیربخش یک آنالیز کامل درباره حساسیت مدل ارائه شده در برابر تغییر در پارامترهای مهم مسئله مانند ظرفیت خودرو، سرعت در دوره‌های ترافیکی، بازه‌های زمانی ترافیک و

پنجره زمانی مربوط به مشتری‌ها ارائه کرده‌ایم. تحلیل حساسیت مدل را با استفاده از تغییر بر روی داده‌های مثال کاربردی گفته شده در بخش قبل اجرا و مورد بررسی قرار داده‌ایم.

جدول ۵. نتایج مقایسه ای بین جواب مدل ارائه شده و بهترین جواب گزارش شده مقاله (Li, Lim and Tseng 2019)

نوع مدل	شماره	ظرفیت	فاصله	متوسط	C_1	C_3	C_4	C_5	C_6
	خودرو	استفاده شده	پیموده شده	سرعت					
	۱	۱/۳۰	۶۱/۱۴	۴۰	۲۰۰	۳۰/۰۷	۴۱/۱۸	۲/۶۵۲	۶۹/۵۵
مدل مقاله	۲	۱/۵۵	۶۱/۹۶	۴۰	۲۰۰	۳۶/۵۷	۴۶/۱۹	۱۴/۳۴	۷۲/۸۳
Li, Lim and (Tseng 2019)	۳	۱/۲۰	۶۱/۲۲	۴۰	۲۰۰	۲۰/۹۶	۳۸/۹۶	۱۱/۵۱	۶۸/۰۵
	مجموع	۴/۰۵	۱۸۴/۳۲	-	۶۰۰	۸۷/۵۰	۱۲۶/۳۳	۲۸/۴۹	۲۱۰/۴۳
	۱	۱/۲۵	۶۳/۶۴	۵۶/۹	۲۰۰	۲۸/۲۳	۳۷/۹۱	۲/۷۱	۶۶/۱۴
مدل ارائه شده	۲	۱/۶۰	۵۸/۰۵	۵۸/۱	۲۰۰	۳۱/۶۴	۴۳/۴۶	۷/۱۹	۶۹/۷۷
	۳	۱/۲۰	۵۹/۶۴	۵۶/۶	۲۰۰	۱۸/۱۴	۳۵/۳۳	۶/۲۵	۶۵/۳۸
	مجموع	۴/۰۵	۱۸۱/۳۳	-	۶۰۰	۷۸/۰۱	۱۱۸/۷۰	۱۶/۱۵	۲۰۱/۲۹



شکل ۱. مسیرهای بهینه نمونه مسئله براساس مدل ارائه شده

۴-۲-۱- تاثیر ظرفیت خودرو

برای ارزیابی تأثیر تصمیمات ظرفیت خودرو بر روی مدل، حداکثر بار را به صورت ۱، ۳، ۱، ۷، ۱، ۲، ۵، ۲ و ۳ تن تنظیم کردیم. نتایج به دست آمده در جدول ۶ نشان داده شده است. طبق نتایج بدست آمده چون در مدل ارائه شده هزینه حمل و نقل در نظر گرفته می‌شود در مواردی که تعداد خودرو برابر ولی ظرفیت افزایش یافته است امکان یافتن مسیری بهتر برای خودرو وجود دارد. بنابراین فاصله کل پیموده شده در این موارد کاهش می‌یابد. این تغییر مسیر ممکن است باعث تاخیر

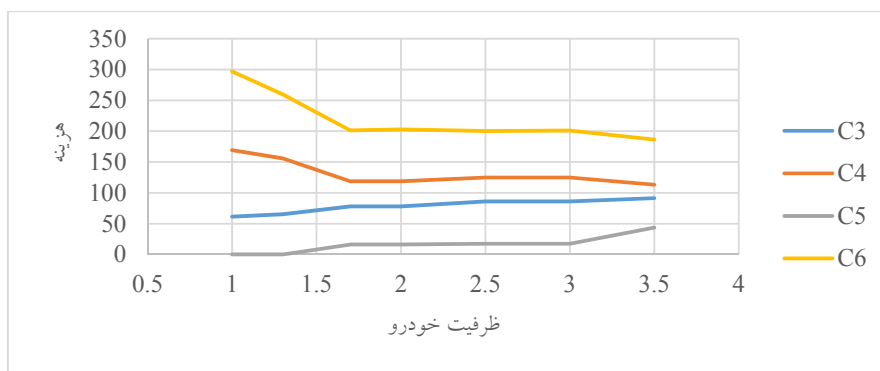
یا تعجیل نسبت به پنجره زمانی مشتری‌ها شود و در نتیجه جریمه (C_5) را مقداری افزایش دهد. البته لازم بذکر است چون مدل جواب بهینه را مشخص می‌کند بنابراین در صورتی که هزینه کلی بخواهد با تغییر مسیر افزایش یابد همان مسیر که در ظرفیت پایین‌تر بدست آورده را لحاظ می‌کند. براساس نتایج بدست آمده هنگامی که ظرفیت خودرو افزایش می‌یابد تعداد خودرو کمتری برای پوشش تقاضای مشتری‌ها لازم است. این منجر به کاهش هزینه محیط زیست، هزینه ثابت و هزینه تبرید (هزینه تازه نگهداشتن مواد) می‌شود. از طرفی اگر

محیط زیست (C_6) را با تغییر ظرفیت خودرو نشان می‌دهد. از نتایج بدست آمده می‌توان نتیجه گرفت که تعداد وسایل نقلیه و حداکثر ظرفیت خودرو بر روی جواب بدست آمده تأثیر داشته و هزینه‌های مدل را تغییر می‌دهد.

تعداد خودرو کاهش یابد هزینه‌های جریمه از دست دادن کیفیت مواد افزایش می‌یابد. وقتی تعداد خودرو زیاد است (بیشتر از ۴) هزینه جریمه برای این مثال صفر می‌شود. شکل ۲ تغییرات مربوط به هزینه از دست دادن کیفیت (C_3)، تازه نگهداشتن محصولات (C_4)، جریمه (C_5) و هزینه‌های

جدول ۶. نتایج تحلیل حساسیت ظرفیت خودرو

ظرفیت خودرو	تعداد خودرو	فاصله پیموده شده	C_1	C_3	C_4	C_5	C_6
۱	۵	۲۴۸/۳۷	۱۰۰۰	۶۱/۴۵	۱۶۹/۳۱	۰/۰	۲۹۷/۱۱
۱/۳	۴	۲۱۶/۵۶	۸۰۰	۶۵/۳۳	۱۵۵/۹۷	۰/۰	۲۵۹/۷۳
۱/۷	۳	۱۸۱/۳۳	۶۰۰	۷۸/۰۱	۱۱۸/۷۰	۱۶/۱۵	۲۰۱/۲۹
۲	۳	۱۸۱/۳۳	۶۰۰	۷۸/۰۱	۱۱۸/۷۰	۱۶/۱۵	۲۰۳/۰۵
۲/۵	۳	۱۸۰/۱۶	۶۰۰	۸۶/۲۵	۱۲۴/۹۱	۱۷/۴۷	۲۰۰/۴۲
۳	۳	۱۸۰/۱۶	۶۰۰	۸۶/۲۵	۱۲۴/۹۱	۱۷/۴۷	۲۰۱/۰۷
۳/۵	۲	۱۶۶/۱۹	۴۰۰	۹۱/۴۳	۱۱۳/۲۷	۴۳/۱۱	۱۸۶/۴۵



شکل ۲. نمودار مربوط به تحلیل حساسیت بر روی ظرفیت خودرو

۴-۲-۲- تأثیر سرعت

می‌شود. تابع مصرف سوخت بر اساس سرعت خودرو یک تابع محدب است که یک نقطه مینیمم دارد. برای مثال حل شده این نقطه مینیمم در حدود سرعت ۵۸ تا ۶۰ کیلومتر بوده و سرعت بالاتر از این مقدار هزینه‌های زیست محیطی را بالا می‌برد. بنابراین جواب مسئله مسیریابی وسایل نقلیه در زنجیره تامین سرد بدون در نظر گرفتن تغییرات سرعت و ترافیک جواب منطقی نیست.

برای تأثیر سرعت بر روی جواب مسئله و هزینه‌های مدل پنج سناریو متفاوت از سرعت در ترافیک در نظر گرفته شد. جدول ۷ نتایج حاصل از حل مدل تحت هر سناریو را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است در هر نمونه مسئله و برای مقایسه صحیح، برای هر سناریو همه داده‌ها بجز سرعت در هر بازه ترافیکی را مانند بخش ۴ در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش سرعت جریمه دیر یا زود رسیدن کاهش می‌یابد، اما هزینه کلی بالا می‌رود. زیرا هزینه الودگی و مصرف سوخت هنگامی که سرعت پایین یا بسیار بالا است بیشتر خواهد شد. البته لازم به ذکر است اگر سرعت تا سطح مشخصی افزایش یابد، مصرف سوخت و هزینه انتشار آلودگی کاهش می‌یابد ولی سرعت بیش از حد باعث هزینه زیست محیطی بیشتری

۴-۲-۳- تأثیر طول بازه‌های ترافیکی

بازه‌های ترافیکی یکی از عوامل موثر در هزینه‌های مربوط به جریمه زودکرد یا دیرکرد، هزینه مصرف سوخت و انتشار

ترافیکی آزاد زمان بیشتری نسبت به حالات دیگر دارد میانگین سرعت خودرو بیشتر بوده و در نتیجه جریمه دیرکرد و زودکرد، هزینه از دست دادن کیفیت و هزینه تیرید کاهش یافته است. اما چون مدل رای کاهش جریمه مسیر طولانی تری را با سرعت بیشتری انتخاب می کند در نتیجه فاصله پیموده شده و هزینه محیط زیست نسبت به حالت سوم بیشتر شده است. از طرفی برای حالتی که بازه ترافیکی سرعت آزاد کوچکتر است (حالت چهارم) میانگین سرعت پایین آمده و در نتیجه هزینه های جریمه، از دست دادن کیفیت، تازه نگهداشتن، مصرف سوخت و انتشار آلودگی نسبت به حالت سوم بالاتر رفته است.

آلودگی است. به منظور بررسی تاثیر بازه های ترافیکی بر روی مدل، ۴ سناریو مختلف در نظر گرفته شد. یک سناریو مربوط به حالتی است که در آن هیچ بازه ترافیکی وجود نداشته و خودروها با سرعت متوسط ۴۰ کیلومتر در ساعت حرکت می کنند. در ۳ سناریو دیگر ترافیک در بازه های زمانی متفاوت وجود دارد که در جدول ۶ مشخص شده است. لازم به ذکر است زمان شروع زمان کاری از ساعت ۴:۳۰ و پایان آن ۷:۳۰ است. بقیه داده ها مانند زیربخش ۴،۱ در نظر گرفته شده است. نتایج تاثیر بازه های ترافیکی در جدول ۸ نشان داده شده است. نتایج بدست آمده نشان می دهد که، در نظر گرفتن بازه های ترافیکی نتایج متفاوتی را دارد. برای حالتی که سرعت ثابت است هزینه های مسئله نسبت به حالتی که بازه های ترافیکی با سرعت های مختلف وجود دارد بیشتر است. در حالتی که بازه

جدول ۷. نتایج تحلیل حساسیت سرعت

سناریو	(V_1, V_2, V_3)	تعداد خودرو	فاصله پیموده شده	متوسط سرعت	C_3	C_4	C_5	C_6
۱	(۴۰،۲۰،۲۰)	۳	۱۸۰/۷۱	۳۱/۰	۹۱/۴۱	۱۳۹/۹۰	۴۸/۱۷	۲۳۱/۱۶
۲	(۲۵،۵۰،۲۵)	۳	۱۸۰/۷۱	۴۲/۴	۸۴/۵۹	۱۲۷/۶۱	۲۹/۹۴	۲۱۴/۴۲
۳	(۳۰،۷۰،۳۰)	۳	۱۸۱/۳۳	۵۷/۲	۷۸/۰۱	۱۱۸/۷۰	۱۶/۱۵	۲۰۱/۲۹
۴	(۴۰،۸۰،۴۰)	۳	۱۸۷/۳۱	۶۱/۳	۷۵/۴۶	۱۱۶/۱۳	۴/۰۱	۲۰۴/۹۴
۵	(۵۰،۹۰،۵۰)	۳	۱۹۰/۵۴	۶۲/۱	۷۳/۱۹	۱۱۵/۲۹	۰/۰	۲۰۵/۲۷

جدول ۸. نتایج تحلیل حساسیت بازه های ترافیکی

نقاط شکست ترافیک	فاصله پیموده شده	متوسط سرعت	C_3	C_4	C_5	C_6
بدون ترافیک	۱۸۴/۳۲	۴۰/۰	۸۷/۵۰	۱۲۶/۳۳	۲۸/۴۹	۲۱۰/۴۳
$6:45 = a_2$ و $5:15 = a_1$	۱۸۶/۱۹	۶۰/۹	۷۵/۲۲	۱۱۵/۶۵	۳/۸۷	۲۰۳/۷۹
$6:30 = a_2$ و $5:30 = a_1$	۱۸۱/۳۳	۵۷/۲	۷۸/۰۱	۱۱۸/۷۰	۱۶/۱۵	۲۰۱/۲۹
$6:15 = a_2$ و $5:45 = a_1$	۱۸۰/۷۱	۵۳/۵	۸۲/۱۷	۱۲۵/۴۸	۲۵/۳۱	۲۰۹/۱۷

۴-۲-۴- تاثیر پنجره های زمانی

۵ حالت مختلف را با تغییر در حالت پایه ای شبکه چونگ کینگ به این صورت که کران بالا و پایین پنجره های زمانی هر مشتری را تا ۲۰ درصد کم یا زیاد می کنیم ایجاد می کنیم. نتایج بدست آمده در جدول ۹ گزارش شده است. بر اساس نتایج بدست آمده کاهش یا افزایش بازه پنجره زمانی تا ۱۰ درصد تأثیر قابل توجهی روی جواب ها بغیر از جریمه دیرکرد یا زودکرد ندارد. با افزایش یا کاهش بیشتر از ۲۰ درصد هزینه مصرف سوخت و آلودگی بیشتر می شود. اگر پنجره های زمانی بیش از ۲۰ درصد

جدول ۷ نشان داد که سرعت بر روی مصرف سوخت و آلودگی تاثیر دارد. یکی از عواملی که بر روی سرعت و نوع مسیر انتخابی هر خودرو تاثیر دارد. پنجره زمانی مشتری ها است. برای سرویس مشتری ها در پنجره های تعریف شده در برخی حالات خودرو مسیرهای با ترافیک کمتر و سرعت آزاد را انتخاب می کنند. برای آنالیز تاثیر پنجره های زمانی بر روی مدل ارایه شده، پنجره های زمانی جدیدی را با تغییر در طول پنجره های زمانی مشتری های شبکه بخش ۴،۱ ایجاد می کنیم.

افزایش یابد، جریمه‌ای پرداخت نشده‌است. با کاهش ۲۰ درصد پنجره زمانی جریمه دیرکرد یا زودکرد به صورت قابل توجهی افزایش می‌یابد. همچنین هرچه طول پنجره زمانی مشتری

کاهش یابد سرعت متوسط خودرو برای جلوگیری از جریمه افزایش می‌یابد و برعکس.

جدول ۹. تحلیل حساسیت پنجره های زمانی

درصد تغییر در بازه پنجره زمانی	فاصله پیموده شده	متوسط سرعت	C_3	C_4	C_5	C_6
-۲۰ درصد	۱۸۰/۷۱	۶۰/۷	۷۶/۱۸	۱۱۶/۱۳	۲۶/۶۳	۲۰۴/۳۱
-۱۰ درصد	۱۸۱/۳۳	۵۸/۱	۷۷/۴۹	۱۱۸/۰۱	۱۸/۳۴	۲۰۱/۵۸
۰	۱۸۱/۳۳	۵۷/۲	۷۸/۰۱	۱۱۸/۷۰	۱۶/۱۵	۲۰۱/۲۹
+۱۰ درصد	۱۸۱/۳۳	۵۶/۸	۷۸/۶۰	۱۱۸/۹۴	۱۰/۹۰	۲۰۱/۳۳
+۲۰ درصد	۱۸۳/۲۵	۵۵/۶	۸۰/۱۱	۱۲۰/۶۴	۰/۰	۲۰۲/۴۵

۳-۴- ارزیابی روش حل ارایه شده

در این زیربخش سعی می‌شود که کارایی الگوریتم حل پیشنهادی مورد ارزیابی قرار گیرد. بدین منظور تعدادی نمونه مسئله که در مرجع (Salimifard & Raeesi, 2014) مورد استفاده قرار گرفته و آدرس داده شده‌اند را در نظر می‌گیریم. این نمونه مسائل براساس تعداد مشتری دسته‌بندی شده‌اند. ۸ دسته نمونه مسئله با اندازه‌های مختلف در نظر گرفته و از هر دسته ۵ نمونه مثال حل کرده‌ایم. بنابراین در مجموع ۴۰ شبکه متفاوت در نظر گرفته شده است. شبکه‌های در نظر گرفته شده از اندازه کم تا بزرگ انتخاب شده به طوری که تعداد مشتریان از ۱۰ تا ۱۵۰ می‌باشند. تعداد وسایل نقلیه مربوط متناسب با هر شبکه در نظر گرفته شده به طوری که از ۲ تا ۲۰ تنظیم شده‌اند. مدت زمان سرویس دهیو پنجره زمانی به هر مشتری در نمونه مسائل موجود است. سرعت را در بازه‌های ترافیکی صبح، آزاد و عصرگاهی به ترتیب ۳۰، ۷۰ و ۳۰ کیلومتر در ساعت در نظر گرفته شده‌است. با فرض اینکه افق برنامه ریزی در زمان ۰ شروع شود، نقاط شکست ترافیک را برای a_1 ، a_2 و T_{max} به ترتیب زمان‌های ۲، ۷ و ۹ بر اساس ساعت تنظیم شده‌است. نتایج محاسباتی در جدول ۱۰ آورده شده است، نتایج برای هر دسته مسئله به صورت میانگین جواب‌های بدست آمده از ۵ نمونه آن دسته است. در ستون اول جدول ۱۰، نام هر نمونه

شبکه بر اساس آدرس موجود در (Salimifard & Raeesi, 2014) آورده شده‌است. بعنوان مثال منظور از UK10 شبکه‌ای با ۱۰ مشتری است. ستون دوم حداکثر تعداد وسایل نقلیه مورد استفاده را نشان می‌دهد. Z_{CP} مقدار تابع هدف بهترین جواب شدنی بدست آمده از روش CPLEX در مدت زمان حداکثر ۷۲۰۰ ثانیه را نشان می‌دهد. همانطور که از نتایج مشخص است روش CPLEX می‌تواند جواب بهینه را برای مسائل با اندازه کوچک (تا SUK2) بدست آورد. برای مسائل با اندازه متوسط (تا 75UK) CPLEX قادر به پیدا کردن جواب بهینه نبوده ولی می‌تواند جواب شدنی را بدست آورد. برای مسائل با اندازه بزرگ (بزرگتر از 75UK) روش CPLEX حتی قادر به یافتن جواب شدنی در مدت زمان مشخص شده نیست. بنابراین برای حل مسائل با اندازه بزرگ مجبور به استفاده از روش حل پیشنهادی هستیم. علاوه بر روش بندرز پیشنهادی، برای مقایسه بهتر از یک روش حل فرا ابتکاری ترکیبی بر اساس الگوریتم‌های رقابتی استعماری^۶ (ICA) و جستجوی همسایگی متغیر^۷ (VNS) که اخیراً در مقاله (Tayebi-Araghi et. al. 2021) بر روی یک مدل مسیریابی بکارگرفته شده بهره می‌بریم. به اختصار این روش ترکیبی را ICA-VNS نام‌گذاری می‌کنیم.

جدول ۱۰. مقایسه نتایج محاسباتی الگوریتم‌ها

دسته مسئله	$ K $	Z_{CP}	Z_{IV}	Z_{LB}	Gap_{IV}	Gap_{LB}	T_{CP}	T_{IV}	T_{LB}
UK10	۲	۸۹۱/۳۲	۹۱۱/۸۴	۸۹۱/۳۲	۰/۰۲	۰/۰	۱۵۷	۵۷	۸۹
UK15	۳	۱۲۰۱/۶۵	۱۲۴۵/۱۹	۱۲۰۱/۶۵	۰/۰۴	۰/۰	۲۴۱	۷۷	۱۰۱
UK20	۳	۱۳۸۹/۱۲	۱۴۰۲/۵۵	۱۳۸۹/۱۲	۰/۰۱	۰/۰	۱۷۲۸	۱۰۳	۱۵۹
UK25	۴	۱۸۴۲/۷۵	۱۸۸۷/۶۱	۱۸۴۵/۰۱	۰/۰۲	~۰/۰	۶۴۴۵	۱۷۶	۲۹۴
UK50	۸	۳۳۷۵/۱۱	۳۳۰۵/۰۸	۳۲۵۸/۱۶	-۰/۰۲	-۰/۰۳	>۷۲۰۰	۲۷۱	۴۶۱
UK75	۱۲	۵۰۳۱/۹۳	۴۹۹۵/۱۹	۴۷۲۳/۴۷	-۰/۰۱	-۰/۰۶	>۷۲۰۰	۴۶۲	۷۱۷
UK100	۱۵	-	۶۳۳۸/۴۱	۶۰۳۹/۲۵	-	-	>۷۲۰۰	۷۰۳	۱۰۱۲
UK150	۲۰	-	۹۳۲۸/۱۶	۹۰۴۹/۸۷	-	-	>۷۲۰۰	۱۱۰۹	۱۸۱۶

۵- نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل مسیریابی وسایل نقلیه سبز را برای خدمت‌رسانی به مشتریان در زنجیره سرد و با در نظر گرفتن ترافیک ارائه گردید. هدف مدل ارائه شده به حداقل رساندن هزینه استفاده از خودرو، حمل و نقل، از دست دادن کیفیت، تازه نگهداشتن محصولات، جریمه، مصرف سوخت و انتشار گازهای گلخانه‌ای است. در ساعات مختلف روز ترافیک موجود در شبکه متفاوت بوده و همیشه نمی‌توان با یک سرعت ثابت حرکت کرد. بنابراین در این مطالعه ترافیک را در مدل لحاظ کرده و سه حالت ترافیک را به صورت بازه های زمانی لحاظ گردید. بعلاوه پنجره زمانی نرم را برای زمان تحویل کالا به مشتری در نظر گرفته و یک مدل بهینه سازی جدید را بر اساس فرضیات گفته شده ارائه گردید. مدل اولیه ارائه شده یک مدل غیر خطی بوده، که با استفاده از تکنیک‌هایی به صورت یک مدل بهینه‌سازی خطی عددصحیح مختلط تبدیل شد. برای حل مدل خطی سازی شده یک روش حل مبتنی بر روش تجزیه بندرز ارائه شد. مدل ارائه شده را بر روی یک مثال کاربردی اجرا کرده که نتایج بدست آمده مشخص کرد در نظر گرفتن هزینه مصرف سوخت و انتشار آلودگی در عملکرد تابع مفید است. تحلیل حساسیت مدل بر روی پارامترهای مهم مدل مورد ارزیابی گرفت. نتایج نشان داد که با افزایش ظرفیت خودرو هزینه‌های از دست دادن کیفیت و جریمه بیشتر ولی سایر هزینه‌ها کاهش می‌یابند. با تغییر در سرعت مختص به دوره‌های ترافیک مشخص شد که کاهش یا افزایش بیش از حد سرعت خودرو باعث بالا رفتن هزینه آلودگی و مصرف سوخت می‌شود. با تغییر طول بازه‌های ترافیک، حالتی که در

ستون‌های Z_{LB} و Z_{IV} به ترتیب مربوط به میانگین بهترین جواب مقادیر تابع هدف بدست آمده با استفاده روش‌های فرا ابتکاری ICA-VNS و روش حل بندرز پیشنهادی است. ستوهای Gap_{IV} و Gap_{LB} مربوط به میانگین فاصله بین Z_{CP} و Z_{IV} است که به صورت $\frac{Z_{IV}(Z_{LB}) - Z_{CP}}{Z_{CP}}$ محاسبه می‌شود. همچنین ستون‌های T_{CP} ، T_{IV} و T_{LB} به ترتیب مشخص کننده میانگین زمان حل مدل برای روش CPLEX، روش فرا ابتکاری ICA-VNS و روش حل بندرز است. با توجه به جدول ۱۰، روش حل پیشنهادی بندرز می‌تواند برای نمونه‌های اندازه کوچک جواب بهینه و نزدیک به بهینه را بدست آورد. که نشان دهنده کارا بودن الگوریتم پیشنهادی برای حل این گونه مسائل است. برای مسائل بزرگتر در بیشتر موارد، الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم ICA-VNS یک جواب برابر و حتی برتر از جواب بدست آمده از CPLEX ارائه می‌دهند. البته کیفیت جواب‌های بدست آمده از روش پیشنهادی بندرز بالاتر از روش ICA-VNS است. زمان محاسبه الگوریتم پیشنهادی بندرز خوب و اختلاف آن با روش ICA-VNS زیاد نیست.

تمام عوامل و پارامترها به صورت قطعی در نظر گرفته شده است. در واقعیت عواملی مانند شرایط آب و هوایی، شرایط جاده، و همچنین الگوی تقاضای مشتری وجود دارد که نمی توان پارامترها را همیشه به صورت ثابت در نظر گرفت. بنابراین برای کار آینده می توان مدل غیرقطعی را بررسی نمود.

۶- پی نوشت ها

1. Vehicle Routing Problem
2. First-In-First-Out
3. Comprehensive Modal Emission Model
4. Convex Hull
5. GAMS
6. Imperialist Competitive Algorithm
7. Variable Neighborhood Search

آن طول بازه ترافیکی آزاد بیشتر می شود دارای میانگین سرعت بیشتر و هزینه جریمه، از دست دادن کیفیت و تازه نگهداشتن محصولات در آن کمتر خواهد بود. از طرفی برای حالتی که طول بازه سرعت آزاد کوچکتر است میانگین سرعت پایین آمده و تقریباً همه هزینه ها بغیر از مسافت پیموده شده بالاتر می رود. تغییر در پنجره زمانی نشان داد که باریک کردن یا افزایش طول بازه پنجره زمانی تا ۱۰ درصد تأثیر قابل توجهی روی هزینه ها به جز جریمه ندارد. در حالی که با افزایش یا کاهش بیشتر پنجره زمانی هزینه مصرف سوخت و آلودگی افزایش می یابد. برای ارزیابی الگوریتم حل پیشنهادی بندرز نمونه هایی با اندازه های مختلف که در ادبیات موجود هستند مورد بررسی قرار گرفت. علاوه بر نتایج حاصل از روش بندرز با دو روش CPLEX و روش فرا ابتکاری ICA-VNS مقایسه گردید. نتایج نشان داد که روش بندرز جواب های بهینه و نزدیک به بهینه را در یک زمان معقول بدست می آورد. در مدل پیشنهادی

۷- مراجع

Systems and Management, 28(4), 419-435. doi.org/10.1504/IJLSM.2017.087786

-Hooshmand, F., & MirHassani, S. A. (2019). Time dependent green VRP with alternative fuel powered vehicles. *Energy Systems*, 10, 721-756. doi.org/10.1007/s12667-018-0283-y

-Hosseini, M. (2020). Formulation and Solution Algorithm of flow-refueling location problem for bi-fuel vehicles to minimize GHG emissions. *Journal of Transportation Research*, 17(3), 121-142.

20.1001.1.17353459.1399.17.3.9.0 (in Persian)

-Ichoua, S., Gendreau, M., & Potvin, J. Y. (2003). Vehicle dispatching with time-dependent travel times. *European Journal of Operational Research*, 144(2), 379-396. doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00147-9

-Li, Y., Lim, M. K., & Tseng, M. L., (2019). A green vehicle routing model based on modified particle swarm optimization for cold chain logistics. *Industrial Management & Data Systems*, 119(3), 473-494. doi.org/10.1108/IMDS-07-2018-0314

-Magnanti, T. & Wong, R. (1981). Accelerating benders decomposition: Algorithmic enhancement and model selection criteria. *Operations research*, 29(3), 464-484. doi.org/10.1287/opre.29.3.464

-Bao, C., & Zhang, S. (2018). Route optimization of cold chain logistics in joint distribution: with consideration of carbon emission. *Industrial Engineering and Management*, 33, 95-107.

-Benders, J., (1962), Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische mathematik*, 4, 238-252. doi.org/10.1007/BF01386316

-Codato, G., & Fischetti, M. (2006). Combinatorial benders' cuts for mixed-integer linear programming. *Operations Research*, 54(4), 756-766. doi.org/10.1287/opre.1060.0286

-Dantzig, G., & Ramser, J. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, 6(1), 80-91. doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80

-Dukkanci, O., Kara, B., & Bektas, T. (2019). The Green Location-Routing Problem. *Computers and Operations Research*, 105, 187-202. doi.org/10.1016/j.cor.2019.01.011

-Erdogan, S., & Miller-Hooks, E. (2012). A Green Vehicle Routing Problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 48(1), 100-114. doi.org/10.1016/j.tre.2011.08.001

-Goel, R., & Maini, R. (2017). Vehicle routing problem and its solution methodologies: a survey. *International Journal of Logistics*

doi.org/10.1504/IJAOM.2014.059623

-Sbihi, A., and Eglese, R. (2010). Combinatorial optimization and Green Logistics. *Annals of Operations Research*, 175, 159-175. **doi.org/10.1007/s10479-009-0651-z**

-Sun, S., Xie, R., & Chen, B. (2010). The Front-end Collection Transportation Optimization of Cold Chain Logistics for Fresh Fruits and Vegetables. *Logistics Engineering and Management*, 39, 55-60.

-Tayebi-Araghi, M. E., Tavakkoli-Moghaddam, R., Jolai, F., & Haji Molana, S., (2021). A green multi-facilities open location-routing problem with planar facility locations and uncertain customer. *Journal of Cleaner Production*, 282, 124343.

doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.124343

-Wang, S., Tao, F., Shi, Y., & Wen, H., (2017). Optimization of vehicle routing problem with time windows for cold chain logistics based on carbon tax. *Sustainability*, 9(5), 694.

doi.org/10.3390/su9050694

-Wang, Z., & Wen, P. (2020). Optimization of a Low-Carbon Two-Echelon Heterogeneous Fleet Vehicle Routing for Cold Chain Logistics under Mixed Time Window. *Sustainability*, 12(5), 1967. **doi.org/10.3390/su12051967**

-Zakaryaei, R., Javadian, N., & Movahedi, M. (2021). Optimization and incorporating of green traffic for dynamic vehiclerouting problem with perishable products. *Environmental Science and Pollution Research*, 28, 36415-36433.

doi.org/10.1007/s11356-021-13059-6

-Zhang, Y., Hua, G., Cheng, T., & Zhang, J., (2018). Cold chain distribution: How to deal with node and arc time windows?. *Annals of Operations Research*, 291, 1127-1151.

doi.org/10.1007/s10479-018-3071-0

-Montoya, A., Guéret, C., Mendoza, J., & Villegas, J. (2016). A multi-space sampling heuristic for the green vehicle routing problem. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 70, 113-128.

doi.org/10.1016/j.trc.2015.09.009

-Ndraha, N., Hsiao, H.-I., Vlajic, J., Yang, M. F., & Victor Lin, H. T. (2018). Time-temperature abuse in the food cold chain: Review of issues, challenges, and recommendation. *Food Control*, 89, 12-21.

doi.org/10.1016/j.foodcont.2018.01.027

-Piecyk, M., & McKinnon, A. (2010). Forecasting the carbon footprint of road freight transport in 2020. *International Journal of Production Economics*, 128(1), 31-42.

doi.org/10.1016/j.ijpe.2009.08.027

-Poonthalir, G., & Nadarajan, R. (2018). A Fuel Efficient Green Vehicle Routing Problem with varying speed constraint (F-GVRP). *Expert Systems with Applications*, 100, 131-144.

doi.org/10.1016/j.eswa.2018.01.052

-Qin, G., Tao, F., & Li, L. (2019). A Vehicle Routing Optimization Problem for Cold Chain Logistics Considering Customer Satisfaction and Carbon Emissions. *International journal of environmental research and public health*, 16(4), 576. **doi.org/10.3390/ijerph16040576**

-Rahmaniani, R., Crainic, T. Gendreau, M., & Rei, W. (2017). The Benders decomposition algorithm: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 259(3), 801-817. **doi.org/10.1016/j.ejor.2016.12.005**

-Salimifard, K., and Raeesi, R. (2014). A green routing problem: optimising CO2 emissions and costs from a bi-fuel vehicle fleet. *International Journal of Advanced Operations Management*, 6(1), 27-57.

Time Dependent Green VRP for Cold Chain Logistics

*Meysam Hosseini, Assistant Professor, Department of Mathematics, Campus of Bijar,
University of Kurdistan, Sanandaj, Kurdistan, Iran.*

*Arsalan Rahmani, Assistant Professor, Department of Mathematics, University of Kurdistan,
Sanandaj, Iran.*

E-mail: me.hosseini@uok.ac.ir

Received: June 2023- Accepted: November 2023

ABSTRACT

To reduce the environmental Pollution emissions caused by market activities, cold chain logistics companies also considered the emission of harmful gases for better service in satisfying customers' demands. In the cold supply chain, goods are supplied and distributed that become corrupt and degraded over time. Therefore, to keep such goods fresh, the temperature must be constantly and continuously controlled, which in turn requires more fuel consumption. Also, in vehicle routing problem, the travel time of a route and fuel consumption does not only depend on the distance traveled, but also on the speed and time of day when that route is traveled. In this study, a new mixed-integer optimization model of the vehicle routing problem in a cold supply chain concerning congestion is presented with the aim is to minimize costs of Pollution emissions. In this model, in addition to the cost of the environmental Pollution emissions, other costs are considered, including the vehicle operating cost, transportation, loss of quality, product freshness, and penalty cost for arriving outside the customer's time window. In continuing, a solution method based on Benders decomposition is applied to solve the proposed model for large size networks. The computational results showed that the presented model provides the optimal route and travel time of the vehicle by considering the reduction of pollution and the appropriate speed. Also, the implementation of the solution algorithm on several test instances with different sizes showed the efficiency of the algorithm in reducing the solution time and obtaining a good solution.

Keywords: Mixed Integer Programming, Benders Decomposition Algorithm, Cold Supply Chain, Environmental Pollution, Vehicle Routing Problem