مسیریابی چند انباره تغذیه کننده کامیون- موتورسیکلت

مقاله علمی – پژوهشی

حمیرا کرد، دانشجوی دکترا، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

*__جواد بهنامیان (نویسنده مسئول)__، استاد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

*__پست الکترونیکی نویسنده مسئول: behnamian@basu.ac.ir__

دریافت: ۱۴۰۴/۰۶/۲۵- پذیرش: ۱۴۰۴/۱۱/۰۲

صفحه ۱۵۸-۱۴۳

چکیده

با رشد جمعیت و گسترش شهرنشینی، بهینه‌سازی شبکه‌های توزیع شهری از اهمیت بالایی برخوردار است. این پژوهش مسئله مسیریابی وسیله‌نقلیه تغذیه‌کننده چندانباری را با ناوگان ناهمگون شامل کامیون و موتورسیکلت بررسی می‌کند؛ موتورسیکلت‌ها به‌دلیل قابلیت عبور در نقاط پرترافیک برای سرویس‌دهی سریع‌تر به کار گرفته می‌شوند و در نقاط تقاطع با کامیون‌ها بارگیری می‌شوند. برای نخستین بار در چارچوب مسئله مسیریابی وسیله‌نقلیه تغذیه‌کننده، چند انبار به‌عنوان منابع تغذیه در مدل لحاظ شده و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای کمینه‌سازی هزینه‌های ثابت و متغیر مسیر ارائه گردیده است. هدف مدل کاهش هزینه کل شبکه توزیع همراه با حفظ پوشش مشتریان و کاهش زمان سرویس‌دهی است. نتایج تجربی نشان می‌دهد افزایش تعداد انبارها منجر به کاهش مسافت سفر و هزینه حمل و نقل و بهبود پوشش مشتریان می‌شود، اما هم‌زمان ابعاد مسئله و زمان حل الگوریتمی به‌طور قابل‌توجهی افزایش می‌یابد. این یافته‌ها نشان می‌دهد که طراحی بهینه شبکه انبارها و تخصیص ترکیبی ناوگان می‌تواند تعادلی میان کارایی عملیاتی و پیچیدگی محاسباتی ایجاد کند. نتایج این مطالعه برای برنامه‌ریزی شبکه‌های توزیع شهری و تصمیم‌گیری در تخصیص ناوگان ناهمگون کاربردی است.

واژه‌های کلیدی: مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده، مسیریابی چند ناوگانی، برنامه‌ریزی چند انباری، مدلسازی ریاضی

۱-مقدمه

امروزه اهمیت مسئله مسیریابی وسیله نقلیه و توسعه مدل‌های بهینه آن برکسی پوشیده نیست وکاربرد های واقعی آن در زندگی روزمره باعث شده است که مدیران و محققان روز به روز اهمیت بیشتری به آن داده و آن را از زوایای مختلف بررسی‌کنند. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه به مجموعه‌ای از مسائل گفته می‌شود که در آن تعدادی خودرو متمرکز در یک یا چند انبار بایستی به مجموعه‌ای از مشتریان مراجعه نموده و خدمتی را ارائه دهند و هر یک از مشتریان تقاضای معینی دارند. با توجه به ظرفیت محدود خودروهای درگیر در مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، باید در فواصل زمانی مشخص برای بارگیری مجدد به انبار مرکزی بازگردند. در نتیجه، اگر کل تقاضای مشتریان از ظرفیت وسیله نقلیه فراتر رود، تعداد سفرهای برگشت مورد نیاز و هزینه‌های سفر مربوطه قابل توجه خواهد بود. در این راستا، مسئله مسیریابی وسیله نقلیه فیدر به عنوان شکل جدیدی از مسئله مسیریابی وسایل نقلیه برای ارائه خدمات سریع، زمان مسیریابی قابل توجه و صرفه جویی در هزینه در حمل و نقل شهری معرفی شد. هنگامی که سیستم‌های مسیریابی بهبود می‌یابند، نه تنها رضایت مشتری را بهبود می‌بخشند، بلکه ظرفیت سرویس‌دهی به تعداد زیادی از مشتریان را افزایش می‌دهند و هزینه

حمل ونقل را به حداقل می‌رسانند. این مسئله با مدل‌های ریاضی و بهینه‌سازی سعی می‌کند هزینه‌های مربوطه مانند هزینه‌های ثابت و متغیر مسیر را حداقل نماید. اهمیت این مسئله از آنجا نمایان می‌شود که تخصیص وسایل نقلیه به انبارهای مختلف علاوه برکاهش هزینه‌های حمل ونقل باعث تحویل به موقع کالا و افزایش رضایت مشتریان می‌گردد. در این پژوهش وسایل نقلیه ناهمگن (موتورسیکلت وکامیون) از انباری که به آن تخصیص داده شده‌اند شروع به حرکت کرده و پس از دیدن چند مشتری در نقطه تقاطع کامیون وموتورسیکلت باهم حضور می‌یابند و موتورسیکلت توسط کامیون بارگیری می‌شود. سپس کامیون‌ها وموتورسیکلت‌ها به مسیر خود ادامه می‌دهند و در نهایت به انباری که از آن خارج شده‌اند برمی‌گردند. دراین مطالعه به منظور نزدیک‌تر شدن مسئله به دنیای واقعی برای اولین بار در مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده (FVRP) به جای یک انبار اصلی چند انبار درنظر گرفته شده است. از این رو در این تحقیق مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده با درنظر گرفتن چند انبار با تابع هدف کمینه سازی هزینه‌های ثابت و متغیر مسیر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-پیشینه تحقیق

توو و همکاران (۲۰۰۱)، مفهوم مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده همراه با مشتریان متقاضی و تحویل گیرنده کالا با انبار مجازی از پیش تعیین شده را برای اولین بار ارائه دادند. تحویل گیرنده کالا با انبار مجازی از پیش تعیین شده با استفاده از دونوع وسیله نقلیه، جعبه های ناهار را به همه مشتریان تحویل می‌دادند. وسایل نقلیه کوچک خالی و نسبتا خالی برای بارگیری مجدد در انبارهای مجازی از پیش تعیین شده و سایل نقلیه بزرگ را ملاقات می‌کردند. چانگ و همکاران (۲۰۰۱)، یک روش حل دو مرحله ای ابتکاری برای حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه خط اصلی–تغذیه‌ای با پایگاه مجازی از پیش تعیین‌شده ارائه دادند که در مرحله اول از روش نزدیک‌ترین همسایگی برای ساختن مسیرهای اولیه استفاده شده و درمرحله دوم، راه حل اولیه با استفاده از روش تعویض گره بهبود یافت. نتایج محاسباتی بااستفاده از داده‌های عددی به دست آمده از یک شرکت تحویل اکسپرس بین المللی در تایوان انجام و هفت راهکار مختلف برای تعیین انبارهای مجازی منحصربه فرد ازنظر کل هزینه باهم مقایسه شدند. مشکل رایج در ارتباط با مسیریابی وسایل نقلیه خط اصلی–تغذیه‌ای با پایگاه مجازی از پیش تعیین‌شده عدم انعطاف پذیری ناشی از انبارهای مجازی از پیش تعیین شده است. به منظور رفع این مشکل چن و همکاران (۲۰۱۱)، مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه‌کننده همراه با مشتریان متقاضی و تحویل گیرنده کالا با انبارهای مجازی از پیش تعیین شده را معرفی کردند. در این مسئله حین عملیات تحویل، یک وسیله نقلیه بزرگ، از انبار فیزیکی خارج می‌شود و کلیه انبارهای مجازی را سرویس می‌دهد. همچنین در این تحقیق مجموعه وسایل نقلیه کوچک، کالا را به مشتری تحویل می‌دادند و در صورت نیاز، قبل از ادامه کار، یا از انبار یا از وسیله نقلیه بزرگ در یک پایگاه‌های مجازی بارگیری مجدد می‌کردند. در این تحقیق دو الگوریتم ابتکاری روش تسهیم هزینه و روش آستانه برای ساخت جواب‌های اولیه با هدف حداقل کردن هزینه‌های سفر و انتظار برای همه وسایل نقلیه استفاده نمودند. نتایج محاسباتی این تحقیق نشان داد که عملکرد روش تسهیم هزینه نسبت به روش آستانه بهتر است. همچنین با افزایش تعداد انبارهای مجازی مقدار تابع هدف بهتری به دست آمد. برندستتر (۲۰۱۹)، مسئله مسیریابی وسایل نقلیه خط اصلی–تغذیه‌ای با پایگاه‌های مجازی را با پنجره های زمانی درنظر گرفت. در این مطالعه چهار رویکرد استراتژی بهبود فرا ابتکاری، ابتکاری برمبنای مدل ریاضی، تولید چندین راه حل و جستجوی محلی توسعه داده شد. نتایج این تحقیق نشان داد در استراتژی فراابتکاری وسیله نقلیه کوچک تورهایی برای همه مشتریان نوع دوم ایجاد می‌کردند و استراتژی ابتکاری برمبنای مدل ریاضی راه حل‌های بهینه برای هر تور را یافتند.

استراتژی راه حل چندگانه چندین راه حل بااستفاده از تکنیک‌های مختلف و بارگذاری مجدد موقعیت‌ها ایجاد کردند. در استراتژی جستجوی محلی از مکانیزم تخریب و ترمیم برای بهبود بیشتر راه حل استفاده شد. همچنین در این تحقیق نتایج تجزیه و تحلیل محاسباتی در مورد تأثیر ویژگی‌های مختلف پنجره زمانی و مزیت مسئله مسیریابی وسایل نقلیه خط اصلی–تغذیه‌ای با پنجره‌های زمانی نسبت به انواع دیگر مسئله مسیریابی وسیله نقلیه با پنجره های زمانی ارائه شد. هیوانگ و همکاران (۲۰۱۹)، مسئله FVRP را به عنوان نوع جدیدی از مسئله مسیریابی وسیله نقلیه مورد مطالعه قرار دادند، که در آن هر مشتری توسط یک وسیله نقلیه بزرگ (کامیون) یا یک وسیله نقلیه کوچک (موتورسیکلت)

خدمات رسانی می‌شود. در این نوع تحویل خاص، کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها باید از انبار خارج شده، به مشتریان مراجعه و در نهایت به انبار بازگردند. در طول فرآیند تحویل، موتورسیکلت‌ها برای بارگیری مجدد به مکان‌های کامیون حرکت می‌کنند. الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچگان (ACO) برای حل مسئله با هدف تعیین تعداد ناوگان فرعی اعزام و مسیرهای بهینه برای به حداقل رساندن هزینه کل (مسیر ثابت و هزینه‌های سفر) استفاده کردند. سه مجموعه داده محک ویک الگوریتم ابتکاری چهار مرحله‌ای برای بررسی عملکرد FVPR استفاده کردند. نتایج این تحقیق نشان داد که الگوریتم ACO پیشنهادی راه‌حل‌های امیدوارکننده‌ای را به‌ویژه برای نمونه‌های بزرگ در یک چارچوب زمانی معقول به شیوه‌ای کارآمد ارائه می‌دهد. صالحی سربیژن و بهنامیان (آ۲۰۲۲)، مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده همکارانه در زمان واقعی با پنجره زمانی انعطاف‌پذیر معرفی کردند که درآن وسایل نقلیه مجاز هستند قبل و بعد از پنجره زمانی به مشتریان خدمت ارائه دهند. باتوجه به پیچیدگی مسئله مورد بررسی آن ها الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) چندهدفه-جستجوی همسایگی متغیر (VNS) را توسعه دادند. صالحی سر بیژن و بهنامیان (ب۲۰۲۲) با توسعه مسئله FVRP به مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده چندناوگانی و رویکرد جفت کامیون و موتورسیکلت در طی فرآیند تحویل یکسان باقی می‌مانند، پرداختند. این نویسندگان الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی ازدحام ذرات و شبیه سازی تبرید را با الگوریتم‌هایPSO ، ACO و VNS در نمونه‌های با ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ مقایسه کردند. صالحی سربیژن و بهنامیان (۱۴۰۱)، برای اولین بار الگوریتم آزاد سازی لاگرانژ را برای مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده چند ناوگانی بکار بردند.

یوسفی خوشبخت و همکاران (۲۰۲۳)، مروری برپژوهش‌های انجام شده بر روی مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده انجام دادند. درادامه پژوهش‌هایی که مرتبط با مسیریابی چند انباری هستند مورد بررسی قرار خواهند گرفت. وان و همکاران (۲۰۲۳)، الگوریتم کلونی مورچگان ترکیبی براساس یک مرکز چند ضلعی، برای مسئله مسیریابی وسیله نقلیه چند انباری توسعه دادند. آن‌ها باتوجه به اینکه الگوریتم کلونی مورچگان به راحتی در بهینه محلی گیر می‌کند، الگوریتم شبیه سازی تبرید و سه عملیات بهینه‌سازی محلی برای بهبود توانایی بهینه سازی الگوریتم کلونی مورچگان معرفی کردند. یو و همکاران (۲۰۱۱)، روشی برای حل مسئله مسیریابی وسیله نقلیه چند انباری ارائه کردند. ابتدا یک انبار مرکزی مجازی برای انتقال مسیریابی وسیله نقلیه چند انباری به مشکل مسیریابی وسیله نقلیه چند انباری با انبار مرکزی مجازی درنظر گرفتند که شبیه مسئله مسیریابی وسیله نقلیه با انبار مرکزی مجازی به عنوان مبداء است. آن‌ها یک الگوریتم کلونی مورچگان با استراتژی موازی دانه درشت، استراتژی وزن مورچه و عملیات جهش برای این مسئله ارائه دادند. حاجی خانی و بهنامیان (۱۴۰۰) مسئله مسیریابی وسیله نقلیه با درنظر گرفتن چند انبار، تحویل چند مرحله ای و محدودیت ترافیک با هدف کمینه سازی هزینه وسیله نقلیه وهزینه مسافت طی شده، را بررسی کردند. مطابق ادبیات درمی‌یابیم که پژوهش های اندکی در حوزه مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده انجام شده است و حالت چند انباری این مسئله تا به حال بررسی نشده است پس به منظور نزدیک شدن این مسئله به شرایط واقعی دراین پژوهش مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده چند انباری مورد بررسی قرار می‌گیرد. باتوجه به مطالعات انجام شده در زمینه مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده مطابق جدول (۱)، مشاهده می‌شود که تحقیقات اندکی به تشریح این مسئله پرداخته اند. پژوهش‌های انجام شده اغلب به بررسی ناوگان وسایل نقلیه و همکاری بین آن‌ها پرداخته‌اند. تنها پژوهش‌های توو و همکاران (۲۰۰۱)، چانگ و همکاران (۲۰۰۱) و چنگ و همکاران (۲۰۱۱) به بررسی انبار در مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده پرداخته‌اند. در این پژوهش‌ها نیز انبار به صورت مجازی درنظر گرفته شده است. هیوانگ و همکاران (۲۰۱۹)، مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده تک انباره را بررسی کرده است. بعداز آن صالحی سربیژن وبهنامیان باتوسعه مدل هیوانگ و همکاران (۲۰۱۹)، ابتدا مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه‌کننده چند ناوگانی را معرفی کردند، سپس مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه‌کننده همکارانه در زمان واقعی را برای اولین بار بررسی کردند. در تمامی پژوهش‌های انجام شده تاکنون درمسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده تنها یک انبار درنظر گرفته شده است، درحالیکه درنظر گرفتن چند انبار در این مسئله می‌تواند پر اهمیت باشد. بنابراین باتوجه به شکاف تحقیقاتی موجود در پیشینه پژوهش انجام شده، دراین پژوهش برای اولین بار مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده چند انباره مورد بررسی قرار می‌گیرد. در واقع با هدف نزدیک شدن مسئله به مسائل دنیای واقعی و افزایش رضایت مشتریان با خدمات تحویل سریع، مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده چند انباره مورد بررسی قرار گرفته است. در این پژوهش با درنظر گرفتن چند انبار و ناوگانی از موتورسیکلت‌ها و کامیون‌ها سعی می‌شود با حداقل هزینه به مشتریان بیشتر خدمت‌رسانی شود.

جدول ۱. خلاصه مرور ادبیات

نویسنده	سال	مسئله	هدف	روش حل
توو و همکاران	۲۰۰۱	مسئله مسیریابی وسایل نقلیه خط اصلی–تغذیه‌ای با پایگاه مجازی از پیش تعیین‌شده	حداقل کردن هزینه مسیر یابی	بدون داده عددی
چانگ و همکاران	۲۰۰۱	مسئله مسیریابی وسایل نقلیه خط اصلی–تغذیه‌ای با پایگاه مجازی از پیش تعیین‌شده	حداقل کردن هزینه مسیریابی	نزدیک‌ترین همسایه
چن و همکاران	۲۰۱۱	مسئله مسیریابی وسایل نقلیه خط اصلی–تغذیه‌ای با پایگاه‌های مجازی	حداقل کردن هزینه‌های سفر و انتظار	تسهیم هزینه وروش آستانه
برند سنتر	۲۰۱۹	مسئله مسیریابی وسایل نقلیه خط اصلی–تغذیه‌ای با پایگاه‌های مجازی	حداقل کردن هزینه‌های ثابت و متغیر سوخت و دستمزد رانندگان	الگوریتم برمبنای مدل ریاضی و جستجوی محلی
هیوانگ و همکاران	۲۰۱۹	مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده	حداقل کردن هزینه‌های ثابت و متغیر سفر	کلونی مورچگان
صالحی سربیژن و بهنامیان	۲۰۲۲	مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده چند انباره	حداقل کردن هزینه‌های مسیریابی	PSO-SA, PSO
صالحی سربیژن و بهنامیان	۲۰۲۲	مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده همکارانه در زمان واقعی	حداقل کردن هزینه‌های مسیریابی و حداکثر کردن رضایت مشتری	MOPSO, MOPSO-VNS
صالحی سربیژن و بهنامیان	۱۴۰۱	مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده چند ناوگانی	حداقل کردن هزینه‌های مسیریابی	الگوریتم آزاد سازی لاگرانژ
خوشبخت و همکاران	۲۰۲۳	مسئله مسیریابی وسایل نقلیه خط اصلی–تغذیه‌ای با پنجره‌های زمانی	مطالعه مروری بر پژوهش‌های مرتبط	–
وان و همکاران	۲۰۲۳	مسیریابی وسیله نقلیه چند انباری	حداقل کردن هزینه	الگوریتم ترکیبی کلونی مورچگان براساس یک مرکز چند ضلعی
یو و همکاران	۲۰۱۱	مسیریابی وسیله نقلیه چند انباری با انبار مرکزی مجازی	حداقل کردن هزینه‌های مسیریابی	کلونی مورچگان بهبود یافته موازی
حاجی خانی و بهنامیان	۱۴۰۰	مسیریابی وسیله نقلیه چند انباری با تحویل چند مرحله‌ای ومحدودیت تردد	حداقل کردن هزینه‌های وسیله نقلیه	جستجوی همسایگی متغیر

۳-شرح مسئله

مسیر یابی وسیله نقلیه تغذیه کننده نوع خاصی از مسیر یابی وسیله نقلیه است که دو نوع وسیله نقلیه برای تحویل تقاضای مشتریان درنظر می‌گیرد. در واقع این نوع مسیریابی برای تحویل سریع و کم هزینه از موتورسیکلت استفاده می‌شود و برای جلوگیری از بازگشت مکرر به انبار از کامیون به عنوان یک انبار متحرک استفاده می‌شود. در واقع در مسئله مسیر یابی وسیله نقلیه تغذیه کننده هردو وسیله نقلیه یعنی موتورسیکلت وکامیون از انبار اصلی شروع به حرکت نموده و سپس با دیدن برخی از مشتریان کامیون و موتور سیکلت به نقاط اتصال می‌رسند که دراین نقاط موتور سیکلت توسط کامیون بارگیری می‌شود. سپس دوباره هر دو وسیله نقلیه به مسیر خود ادامه می‌دهند تا در نهایت پس از مشاهده همه مشتریان به انبار اصلی بازگردند. دراین پژوهش مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده با درنظر گرفتن چند انبار، با هدف حداقل کردن هزینه‌های وسایل نقلیه (موتورسیکلت و کامیون) مورد بررسی قرار می‌گیرد. دراینجا فرض شده که هر وسیله‌ای دارای هزینه ثابت و متغیر است. همچنین فرض شده مسئله دارای چند انبار بوده که هیچ کدام نسبت به یکدیگر مزیتی ندارند وکاملا مشابه هستند. در این مسئله فرض می‌شود از هر انبار دو جفت وسیله نقلیه ناهمگن (موتور سیکلت و کامیون) شروع به حرکت کرده و پس از دیدن چند مشتری در نقطه تقاطع کامیون و موتورسیکلت باهم حضور می‌یابند و موتورسیکلت توسط کامیون بارگیری می‌شود. سپس کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها به مسیر خود ادامه می‌دهند و در نهایت به انباری که از آن خارج شده‌اند برمی‌گردند.

مفروضات مسئله به شرح ذیل است.

۱. حرکت کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها از هرانبار شروع و در پایان به آن انبار برمی‌گردند.

۲. تمام تقاضای مشتریان برآورده می‌شود. هر مشتری باید یکبار با یک نوع وسیله نقلیه (کامیون یا موتورسیکلت) ملاقات شود، اما ممکن است بیش از یکبار با نوع دیگری از وسیله نقلیه، در نقاط تقاطع بازدید شود. مکان هر گره تقاطع متغیر است.

۳. کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها دارای محدودیت ظرفیت می‌باشند.

٤. همه مشتریانی که تقاضا دارند، بایستی در یک روز سرویس‌دهی شوند.

۵. تنها دو هزینه(هزینه ثابت مسیر و متغیر) در این مطالعه درنظر گرفته می‌شود.

٦. در طی فرآیند تحویل در نقاط تقاطع، امکان تقاطع هر موتورسیکلت با هر کامیون وجود دارد.

۷. بارگیری مجدد موتورسیکلت‌ها در نقاط تقاطع به اندازه تقاضای گره‌ها انجام می‌گیرد.

۸. کل زمان هر وسیله نقلیه با جمع کردن زمان سفر، سرویس‌دهی و بارگیری مجدد به دست می‌آید.

۹. کامیون‌ها قبل یا همزمان با موتورسیکلت‌ها به نقاط تقاطع می‌رسند و بعد از تحویل بار به موتورسیکلت‌ها و ترک گره تقاطع به وسیله موتورسیکلت، گره را ترک می‌کنند.

مجموعه‌ها، اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم

اندیس‌ها

i, j, l	اندیس گره
c	اندیس کامیون
m	اندیس موتورسیکلت
o	اندیس انبار

مجموعه‌ها

I	مجموعه گره‌ها (شامل انبار)
N	مجموعه مشتریان
$K_1=\{1,2,..,k_1\}$	مجموعه کامیون‌ها
$K_2=\{1,2,..,k_2\}$	مجموعه موتورسیکلت‌ها
$O=\{1,2,..,o\}$	مجموعه انبار

پارامترها

Q_{k1}^c	ظرفیت کامیون k_1
f_{k1}^c	هزینه ثابت کامیون k_1
Q_{k2}^m	ظرفیت موتورسیکلت k_2
f_{k2}^m	هزینه ثابت موتورسیکلت k_2

متغیرهای تصمیم

x_{ijk1}	اگر کامیون k_1 از گره i به گره jحرکت کند ۱، در غیر این صورت ۰
y_{ijk2}	اگر موتورسیکلت k_2 از گره iبه گره jحرکت کند ۱، در غیر این صورت ۰
d_{oj}	اگر مشتری j به انبارo تخصیص یابد ۱، در غیر این صورت ۰
w_{ik1k2}	اگر گره i به عنوان گره متقاطع برای بارگیری موتورسیکلت k_2 از کامیون k_1 باشد ۱، در غیر این صورت ۰
f_{ik2}	موجودی موتورسیکلت k_2 قبل از بازدید از گره i
g_{ik1}	موجودی کامیونk_1 قبل از بازدید ازگره i
a_{ik1}	زمان تجمعی رسیدن کامیون k_1 به گره i
b_{ik2}	زمان تجمعی رسیدن موتورسیکلت k_2 به گره i
wyf_{ijk1k2}	مقدار باری که موتورسیکلت k_2 از کامیون k_1 در حرکت از گره i به j بارگیری می‌کند و از رابطه غیرخطی بصورت $wyf_{ijk1k2}=f_{jk2}.w_{ik1k2}.y_{ijk2}$ محاسبه می‌شود

مدل زیر براساس پژوهش صالحی سربیژن وبهنامیان (۱۴۰۱) توسعه یافته است.

$$Min \sum_{i\in I}\sum_{j\in I:i\neq j} c_{ij}^c \sum_{k1\in K1} x_{ijk1} + \sum_{i\in I}\sum_{j\in I:i\neq j} c_{ij}^m \sum_{k2\in K2} y_{ijk2} + \sum_{j\in N} f_{k1}^c \sum_{k1\in K1}\sum_{o\in O} x_{ojk1} + \sum_{j\in N} f_{k2}^m \sum_{k2\in K2}\sum_{o\in O} y_{ojk2} \quad (۱)$$

$$\sum_{j\in N:j\neq i} x_{ijk1} \leq 1 \qquad \forall k_1 \in K_1, i \in I \quad (۲)$$

$$\sum_{o\in O}\sum_{j\in N} x_{ojk1} \leq 1 \qquad \forall k_1 \in K_1 \quad (۳)$$

$$\sum_{i\in I:i\neq l} x_{ilk1} = \sum_{j\in I:l\neq j} x_{ljk1} \qquad \forall k_1 \in K_1, l \in I \qquad (۴)$$

$$\sum_{j\in N:j\neq i} y_{ijk2} \leq 1 \qquad \forall k_2 \in K_2, i \in I \qquad (۵)$$

$$\sum_{o\in O}\sum_{j\in N} y_{ojk2} \leq 1 \qquad \forall k_2 \in K_2 \qquad (۶)$$

$$\sum_{i\in I:i\neq l} y_{ilk2} = \sum_{j\in I:l\neq j} y_{ljk2} \qquad \forall k_2 \in K_2, l \in I \qquad (۷)$$

$$\sum_{i\in I:j\neq i} x_{ijk1} \geq w_{jk1k2} \qquad \forall k_1 \in K_1, k_2 \in K_2, j \in N \qquad (۸)$$

$$\sum_{i\in I:j\neq i} y_{ijk2} \geq w_{jk1k2} \qquad \forall k_1 \in K_1, k_2 \in K_2, j \in N \qquad (۹)$$

$$\sum_{i\in I:j\neq i} (x_{ijk1} + y_{ijk2}) \leq 1 + w_{jk1k2} \qquad \forall k_1 \in K_1, k_2 \in K_2, j \in N \qquad (۱۰)$$

$$g_{ik1} \leq Q^c_{k1} \qquad \forall k_1 \in K_1, i \in I \qquad (۱۱)$$

$$g_{ok1} \geq \sum_{i\in I}\sum_{j\in I:i\neq j} q_j\, x_{ijk1} + \sum_{i,j\in I}\sum_{k2\in K2} wyf_{ijk1k2} \qquad \forall k_1 \in K_1, o \in O \qquad (۱۲)$$

$$f_{ik2} \leq Q^m_{k2} \qquad \forall k_2 \in K_2, i \in I \qquad (۱۳)$$

$$f_{jk2} \geq f_{ik2} - \left(y_{ijk2} - \sum_{k1\in K1} w_{ik1k2}\right) q_i - \qquad \forall k_2 \in K_2, i \in I, j \in N: i \neq j \qquad (۱۴)$$

$$-Q^m_{k2}\left(1 - y_{ijk2} + \sum_{k1\in K1} (w_{ik1k2} + w_{jk1k2})\right)$$

$$f_{jk2} \leq f_{ik2} - \left(y_{ijk2} - \sum_{k1\in K1} w_{ik1k2}\right) q_i + \qquad \forall k_2 \in K_2, i \in I, j \in N: i \neq j \qquad (۱۵)$$

$$+Q^m_{k2}\left(1 - y_{ijk2} + \sum_{k1\in K1} (w_{ik1k2} + w_{jk1k2})\right)$$

$$f_{jk2} \geq q_j y_{ijk2} - Q^m_{k2} w_{jk1k2} \qquad \forall k_1 \in K_1, k_2 \in K_2, i \in I, j \in N: i \neq j \qquad (۱۶)$$

$$f_{jk2} \le Q_{k2}^{m}\left(1-\sum_{k1\in K1} w_{jk1k2}\right) \qquad \forall k_2 \in K_2, j \in N \qquad (۱۷)$$

$$f_{ik2} \le q_i y_{iok2} - Q_{k2}^{m}(1-y_{iok2}) \qquad \forall\, k_2 \in K_2\ , i \in I\ , o \in O \qquad (۱۸)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in I:i\neq j}\sum_{k1\in K1} q_j x_{ijk1} + \sum_{i\in I}\sum_{j\in I:i\neq j}\sum_{k2\in K2} q_j y_{ijk2} - \sum_{i\in I}\sum_{j\in i:i\neq j}\sum_{k1\in K1} q_j w_{jk1k2} = \sum_{j\in I} q_j \qquad (۱۹)$$

$$\sum_{k2\in K2} f_{ok2} + \sum_{k1\in K1} g_{ok1} = \sum_{j\in I} q_j \qquad \forall o \in O \qquad (۲۰)$$

$$g_{jk1} \ge g_{ik1} - x_{ijk1}.q_i - \sum_{l\in N}\sum_{k2\in K2} wyf_{ilk1k2} - M\left(1-x_{ijk1}\right) \qquad \forall k_1 \in K_1, k_2 \in K_2\ , i \in I,\ j \in N: i \neq j \qquad (۲۱)$$

$$g_{jk1} \le g_{ik1} - x_{ijk1}.q_i - \sum_{l\in N}\sum_{k2\in K2} wyf_{ilk1k2} + M\left(1-x_{ijk1}\right) \qquad \forall k_1 \in K_1\ , i \in I, j \in N: i \neq j \qquad (۲۲)$$

$$g_{ik1} \le\ x_{iok1}.q_i + M(1-x_{iok1}) \qquad \forall k_1 \in K_1, i \in N, o \in O : i \neq j \qquad (۲۳)$$

$$\left(\sum_{i\in N}\sum_{k1\in K1}\sum_{k2\in K2}(x_{ijk1}+y_{ijk2})\right) * M \ge q_j \qquad \forall j \in N, i \neq j \qquad (۲۴)$$

$$\sum_{k2\in K2} f_{ok2} + \sum_{k1\in K1} g_{ok1} \le Q_o \qquad \forall o \in O \qquad (۲۵)$$

$$\sum_{o\in O} d_{oj} = 1 \qquad \forall j \in N \qquad (۲۶)$$

$$\sum_{l\in N} x_{olk1} + \sum_{l\in N, l\neq j} x_{ljk1} \le 1 + d_{oj} \qquad \forall k_1 \in K_1, j \in N, o \in O \qquad (۲۷)$$

$$\sum_{l\in N} y_{olk2} + \sum_{l\in N, l\neq j} y_{ljk2} \le 1 + d_{oj} \qquad \forall k_2 \in K_2, j \in N, o \in O \qquad (۲۸)$$

$$\sum_{j\in N} q_j\, d_{oj} \le Q_o \qquad \forall o \in O \qquad (۲۹)$$

$$a_{ik1} \le T \qquad \forall k_1 \in K_1\ , i \in I \qquad (۳۰)$$

$$a_{jk1} \ge\ a_{ik1} + t_{ij}^{c} + s_i^{c}\ \ - T\left(1-x_{ijk1}\right) \qquad \forall k_1 \in K_1\ , i \in I, j \in N: i \neq j \qquad (۳۱)$$

$$b_{ik2} \le T \qquad \forall k_2 \in K_2\ , i \in I \qquad (۳۲)$$

$$b_{jk2} \ge\ b_{ik2} + t_{ij}^{m} + s_i^{m} + w_{ik}(cc - s_i^{m}) - T\left(1 - y_{ijk2}\right) \qquad \forall k_1 \in K_1\ , k_2 \in K_2, i \in N, j \in N: i \ne j \qquad (۳۳)$$

$$b_{jk2} \ge\ a_{jk1} - T\left(1 - w_{jk1k2}\right) \qquad \forall k_2 \in K_2\ , j \in N \qquad (۳۴)$$

$$a_{jk1} \ge\ b_{ik2} + t_{ij}^{m} + s_i^{c}\ - T\left(1 - x_{ijk1}\right) - -T(1 - w_{jk1k2}) \qquad \forall k_1 \in K_1\ , k_2 \in K_2\ , i \in I, j \in N: i \ne j \qquad (۳۵)$$

$$wyf_{ijk1k2} \ge f_{jk2} - Q_{k1}^{c}(1 - w_{ik1k2}) - Q_{k1}^{c}\left(1 - y_{ijk2}\right) \qquad \forall k_1 \in K_1\ , k_2 \in K_2, i \in I, j \in N: i \ne j \qquad (۳۶)$$

$$wyf_{ijk1k2} \le f_{jk2} + Q_{k1}^{c}(1 - w_{ik1k2}) + Q_{k1}^{c}\left(1 - y_{ijk2}\right) \qquad \forall k_1 \in K_1\ , k_2 \in K_2, i \in I, j \in N: i \ne j \qquad (۳۷)$$

$$wyf_{ijk1k2} \le Q_{k2}^{m}(w_{ik1k2}) \qquad \forall k_1 \in K_1\ , k_2 \in K_2, i \in I, j \in N: i \ne j \qquad (۳۸)$$

$$wyf_{ijk1k2} \le Q_{k2}^{m}\left(y_{ijk2}\right) \qquad \forall k_1 \in K_1\ , k_2 \in K_2, i \in I, j \in N: i \ne j \qquad (۳۹)$$

$$wyf_{ijk1k2} \ge 0 \qquad \forall k_1 \in K_1\ , k_2 \in K_2, i \in I, j \in N: i \ne j \qquad (۴۰)$$

$$x_{ijk1}, y_{ijk2}, w_{ik1k2}, d_{oj} \in \{0,1\} \qquad \forall k_1 \in K_1\ \ , k_2 \in K_2\ , i \in I, j \in N: i \ne j\ , \forall \mathrm{o} \in 0 \qquad (۴۱)$$

$$f_{ik2}\ , g_{jk1}\ , a_{ik1}\ , b_{ik2} \ge 0 \qquad \forall k_1 \in K_1\ \ , k_2 \in K_2\ , i \in I, j \in N: i \ne j \qquad (۴۲)$$

در مدل بالا عبارت (۱) شامل حداقل کردن هزینه ثابت و متغیر کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها است. بخش اول هزینه متغیر کامیون‌ها، بخش دوم هزینه متغیر موتورسیکلت‌ها، بخش سوم هزینه ثابت کامیون‌ها و بخش چهارم هزینه ثابت موتورسیکلت‌ها را نشان می‌دهد. محدودیت (۲) نشان می‌دهد که در هرگره با هرکامیون می‌توان حداکثر به یک گره حرکت کرد، یعنی ازگره i با کامیون k_1 حداکثر می‌توان به یک گره j حرکت کرد. محدودیت (۳) نشان می‌دهد که حرکت از هر انبار باکامیون حداکثر به یک گره امکان پذیر است. محدودیت (٤) با هرکامیون که وارد یک گره شویم باید باهمان کامیون از آن گره خارج شویم که پیوستگی مسیر را نشان می‌دهد. محدودیت (۵) تا محدودیت (۷) محدودیت جریان بین گره‌ها و موتورسیکلت‌ها را نشان می‌دهد. محدودیت (۸) نشان می‌دهد که اگر گره j به عنوان گره متقاطع کامیون k_1 با یکی از موتور سیکلت‌ها باشد کامیون k_1 باید از ازاین گره عبور کند. محدودیت (۹) نشان می‌دهد که اگر گره jبه عنوان گره متقاطع موتورسیکلت k_2 با یکی از کامیون‌ها باشد موتورسیکلت k_2 باید از ازاین گره عبور کند. محدودیت (۱۰) نشان می‌دهد که اگر گره jگره تقاطع کامیون k_1 با موتورسیکلت k_2 باشد، هردو باید ازاین گره عبور کنند. به عبارت دیگر اگر کامیون و موتورسیکلت همزمان از یک گره عبور کنند آن گره، گره تقاطع است. محدودیت (۱۱) موجودی کامیون k_1 قبل از رسیدن به گره i باید کمتر از ظرفیت کامیون k_1 باشد، به عبارت دیگر مقدار بارحمل شده توسط هر کامیون در تمام گره‌ها باید از ظرفیت کامیون کمتر باشد. محدودیت (۱۲) نشان می‌دهد مقدار باری که کامیون k_1 از انبار بارگیری می‌کند باید بیشتر از تقاضای گره‌هایی که بازدید می‌کند و مقدار باری که به موتورسیکلت می‌دهد باشد. محدودیت (۱۳) نشان می‌دهد موجودی موتورسیکلت k_2 باید کوچک‌تر یا مساوی

ظرفیتش در همه گره‌ها باشد. محدودیت (۱۴) و (۱۵) موجودی موتورسیکلت درهرگره را زمانی که گره i متقاطع نباشد نشان می‌دهد زیرا اگر گره i متقاطع باشد تقاضای آن از کامیون تامین می‌شود. محدودیت (۱۶) نشان می‌دهد اگر گرهjتقاطع نباشد باید مقدار باری که حمل می‌کند (ظرفیت) از تقاضای گره بیشتر باشد. محدودیت (۱۷) نشان می‌دهد که اگر گره j گره تقاطع موتورسیکلت k_2 با یکی از کامیون‌ها باشد، موجودی گره باید صفرباشد. به عبارت دیگر اگر گره jبرای موتورسیکلت تقاطع نباشد موجودی موتور باید قبل از گره از ظرفیت آن کمتر باشد. محدودیت (۱۸) هر انبار گره نهایی باشد موجودی گره i قبل از رسیدن به آن انبار باید کمتر یامساوی تقاضای گره i باشد تاباری به انبار برنگردد. محدودیت (۱۹) نشان می‌دهد که کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها بایستی تمام تقاضای مشتریان را برآورده کنند. در واقع این محدودیت نشان می‌دهد ازآنجاکه هم موتورسیکلت‌ها و هم کامیون‌ها از نقاط تقاطع عبور می‌کنند بایستی مقدار تقاضای تقاطع‌ها را از مقدار تقاضای گره‌هایی که کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها از آنها عبور کردند را کم کرد زیرا تقاضای گره‌های تقاطع دو بار حساب می‌شود. محدودیت (۲۰) جمع موجودی کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها درانبارها باید به اندزه تقاضای گره‌ها باشد. محدودیت (۲۱) و (۲۲) برای نشان دادن موجودی کامیون‌ها درهرگره اگر گره i گره تقاطع باشد است. محدودیت (۲۳) نشان می‌دهد اگر گره jانبار باشد مقدار بار هرکامیون درگره i قبل از رسیدن به انبار باید کوچکتر مساوی تقاضای گره i باشد تاباری به انبار برگشت داده نشود. محدودیت (۲۴) نشان می‌دهد گره‌هایی که تقاضا دارند یا به وسیله کامیون ویا موتورسیکلت بازدید می‌شوند. محدودیت (۲۵) نشان می‌دهد مجموع مقدار باری که توسط کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها از هر انبار حمل می‌شود حداکثر به اندازه ظرفیت آن انبار است. محدودیت (۲۶) نشان می‌دهد که هر مشتری به یک انبار تخصیص داده می‌شود. محدودیت (۲۷) و (۲۸) نشان می‌دهد که درصورتی یک مشتری به یک انبار اختصاص داده می‌شود که مسیری از آن به انبار وجود داشته باشد. محدودیت (۲۹) نشان می‌دهد که ظرفیت هر انبار بیشتر از تقاضای مشتریان اختصاص داده شده به آن است. محدودیت (۳۰) نشان می‌دهد بازدید تمام گره‌ها توسط کامیون باید قبل از زمان شیفت انجام شود. محدودیت (۳۱) نشان می‌دهد زمان رسیدن کامیون به گره j برابر است با زمان رسیدن آن به گره i به اضافه زمان خدمت‌رسانی درگره i و زمان حرکت بین گره i و j است. محدودیت (۳۲) بازدید تمام گره‌ها به وسیله موتورسیکلت باید قبل از زمان شیفت انجام شود. محدودیت (۳۳) نشان می‌دهد که زمان رسیدن موتورسیکلت به گره jبرابر است بازمان رسیدن آن به گره i به اضافه زمان خدمت‌رسانی درگره i وزمان حرکت بین گره i وj درصورتیکه گره i تقاطع باشد به جای زمان خدمت‌رسانی زمان بارگذاری موتورسیکلت به وسیله کامیون جایگذاری می‌شود. محدودیت (۳۴) نشان می‌دهد اگر گره j تقاطع باشد زمان رسیدن کامیون باید قبل از موتورسیکلت یا همزمان باشد. محدودیت (۳۵) درصورتیکه گره i تقاطع باشد این محدودیت نشان می‌دهد که کامیون بعد از رسیدن موتور سیکلت و بعد از تحویل بارگره i را ترک می‌کند. محدودیت (۳۶) تا (۴۰) برای خطی‌سازی متغیر wyf_{ijk1k2} استفاده شده‌اند. محدودیت (۴۱) و (۴۲) محدوده متغیرهای تصمیم را نشان می‌دهد.

٤-نتایج عددی

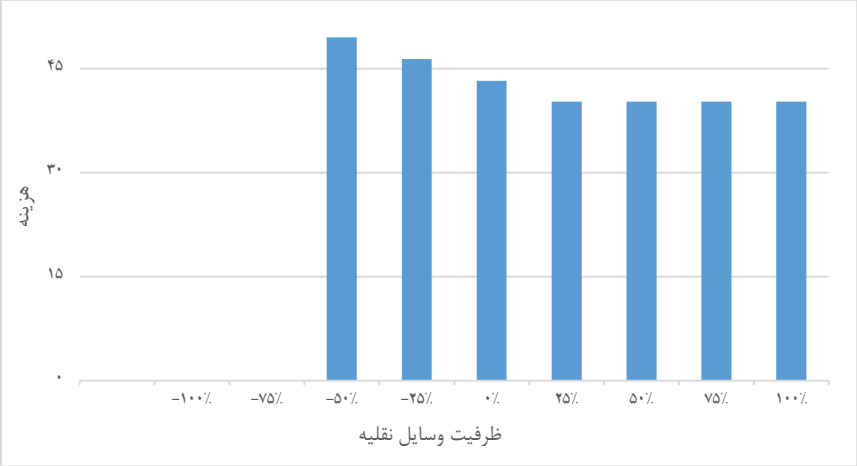
در این بخش به منظور بررسی صحت رفتار مدل ابتدا یک مثال عددی حل و رفتار تابع هدف با توجه به تغییر در پارمترهایی همچون ظرفیت تحلیل حساسیت می‌شود. سپس در ادامه نتایج بدست آمده از ۱۶ مثال مختلف گزارش خواهد شد. در اینجا فاصله بین گره‌ها به صورت اقلیدسی و زمان وهزینه حمل ونقل بین گره‌ها براساس این فاصله برای کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها محاسبه شده است. برای کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها به ترتیب ۲ و ۰,۷۵ برابر واحد فاصله به عنوان هزینه بین گره‌ها درنظر گرفته شده است. همچنین زمان سفر بین گره‌ها برای کامیون و موتورسیکلت به ترتیب ۲و۱ برابر این فاصله درنظر گرفته شده است. هزینه ثابت استفاده از کامیون ٦ واحد و هزینه ثابت استفاده از موتورسیکلت ۲ واحد درنظر گرفته شده است. زمان بارگیری مجدد موتورسیکلت در گره های مشترک برابر با ۲ دقیقه و همچنین زمان خدمات‌رسانی به مشتریان در گره‌ها برای کامیون‌ها و موتورسیکلت‌ها به ترتیب ۳ و ۲ دقیقه است. زمان شیفت ٤٨٠ دقیقه است و باید در این مدت به همه مشتریان خدمات داده شود. تقاضای مشتری بین ۱۰ تا ۲۵ دستگاه متغیر است و ظرفیت

کامیون‌ها بین ۳۰۰ تا ۶۰۰ واحد، ظرفیت موتور سیکلت‌ها بین ۴۰ تا ۶۰ واحد و ظرفیت انبارها بین ۷۰۰ تا ۸۰۰ درنظر گرفته شده است. مختصات مشتریان بصورت تصادفی درنظر گرفته شده است. بادرنظر گرفتن ۷ مشتری و ۲ سایر اطلاعات داده شده به حل مدل در نرم افزار گمز با سولور سیپلکس پرداخته شد. طبق نتایج حاصل شده توسط گمز در ۱۱,۱۷۸ ثانیه درمی‌یابیم که برای خدمت‌رسانی به ۷ مشتری با درنظرگرفتن ۲ انبار و دو ناوگان وسیله نقلیه کامیون و موتورسیکلت باید ۴۳,۲۳۴ واحد هزینه صرف نموده و مسیر وسایل نقلیه نیز بصورت جدول (۲) زیر خواهد بود.

جدول ۲. مسیروسایل نقلیه

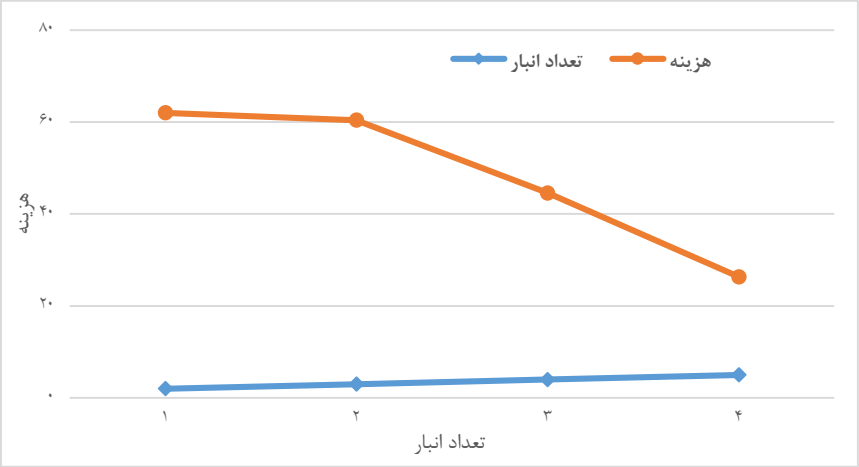
مسیر	وسیله نقلیه
۲-۴-۲	کامیون ۱
۱-۷-۱	کامیون۲
۱-۹-۶-۱	موتورسیکلت۱
۱-۸-۳-۷-۵-۱	موتورسیکلت ۲

از نتایج بدست آمده درمی‌یابیم که کامیون ۱ از انبار ۲شروع به حرکت کرده و پس از بازدید از مشتری ۴ مجدد به انبار ۲ برمی‌گردد. همچنین مشخص است که کامیون ۲ مسیر خود را از انبار ۱ شروع کرده و پس از بازدید از مشتری ۷، به انبار ۱ بر می‌گردد. موتورسیکلت ۱، مسیر خود را از انبار ۱ شروع کرده پس از بازدید مشتریان ۹ و ۶ به انبار ۱ بر می‌گردد. موتورسیکلت ۲ نیز مسیر خود را از انبار ۱ شروع کرده و پس از بازدید از مشتریان ۸و۳و۷و۵ در نهایت به انبار ۱ برمی‌گردد. مطابق نتایج بدست آمده گره مشتری ۷، گره تقاطع کامیون ۲ و موتورسیکلت ۲ می‌باشد که درآن گره ۲۰,۸۴۱ واحد بار موتورسیکلت ۲ از کامیون ۲ برای خدمت‌رسانی به مشتریان بعدی خود دریافت نموده است. به طور کلی مطابق نتایج عددی بدست آمده مشاهده می‌شود که با حل مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده چند انباره، نوع وسیله نقلیه، مسیر وسیله نقلیه و مشتریان اختصاص داده شده به هر انبار و گره‌های تقاطع که محل بارگیری موتورسیکلت‌ها از کامیون‌ها هستند، مشخص می‌شود. بررسی اثر تغییر ظرفیت وسایل نقلیه بر هزینه کل در نمودار (۱) نشان داده شده است. همانطور که از داده‌های جدول مشخص است با افزایش ظرفیت وسایل نقلیه هزینه‌ها کاهش می‌یابد زیرا تعداد سفرهای هر وسیله نقلیه کاهش در نتیجه مجموع هزینه‌ها که شامل هزینه ثابت و متغیر وسیله نقلیه است کاهش می‌یابد.

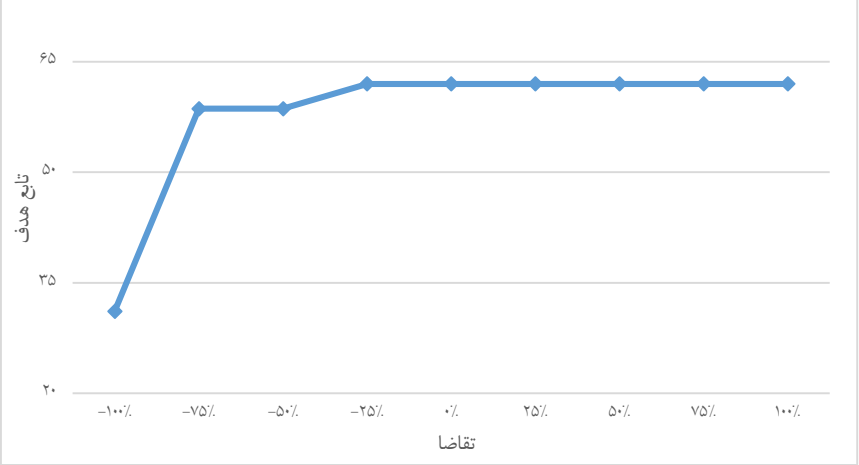


نمودار ۱. اثر تغییر ظرفیت وسایل نقلیه بر تابع هدف

بررسی اثر تغییر ظرفیت وسایل نقلیه بر هزینه کل در نمودار (۱) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش ظرفیت وسایل نقلیه هزینه‌ها کاهش می‌یابد زیرا تعداد سفرهای هر وسیله نقلیه کاهش در نتیجه مجموع هزینه‌ها که شامل هزینه ثابت و متغیر وسیله نقلیه است کاهش می‌یابد. در نمودار (۲)، اثر افزایش تعداد انبارها برمقدار تابع هدف در مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده چند انباری بررسی شده است. همانطور از نمودار مشاهده می‌شود با افزایش تعداد انبارها باعث کاهش هزینه‌ها می‌گردد، زیرا هر انبار مجموعه‌ای از مشتریان را پوشش می‌دهد و باعث کاهش هزینه‌های حمل ونقل می‌گردد.



نمودار ۲. بررسی اثر افزایش تعداد انبار بر تابع هدف



نمودار ۳. اثر افزایش تقاضا برتابع هدف

در نمودار (۳)، اثر افزایش تقاضا برمقدار تابع هدف مورد بررسی قرارگرفته است. مطابق نتایج حاصل شده با افزایش تقاضا تا میزان مشخصی، هزینه‌ها افزایش می‌یابد. اما به دلیل محدودیت ظرفیت برای انبار و وسایل نقلیه از یک میزان مشخصی از تقاضا هزینه‌ها بدون تغییر باقی خواهند ماند.

در ادامه، بررسی اثر تغییر ابعاد مسئله در جدول ۳ نشان داده شده است. همانطور که از جدول مشاهده می‌شود با افزایش ابعاد مسئله هزینه ودر نتیجه زمان حل مسئله نیز افزایش می‌یابد. بیشتر نمونه‌ها با افزایش تعداد مشتریان به‌طور چشمگیری زمان حل را افزایش داده‌اند و در بسیاری از موارد الگوریتم به حد زمان ۳۶۰۰ ثانیه رسیده است که منجر به گپ‌های مثبت و کاهش قابلیت حصول

به بهینه مطلق شده است. از منظر هزینه، افزایش تعداد انبارها در برخی موارد هزینه کل را کاهش داده و پوشش مشتریان را بهبود بخشیده است، اما این بهبود همراه با افزایش پیچیدگی مسئله و زمان محاسباتی است که باید در طراحی شبکه توزیع متوازن شود.

جدول ۳. اثر تغییر ابعاد مسئله

مسئله	تعداد مشتری	تعداد انبار	هزینه	زمان حل (ثانیه)	گپ
۱	٦	۲	۳۵,۰٦۸	۲,٤٥۱	۰
۲	۷	۲	٤۳,۲۳٤	۱۱,۱۷۸	۰
۳	۸	۲	٤٥,۱۲۲	۹۱,۹٥	۰
٤	۹	۲	۳۸,٦۱۷	٥٦٥,٥۹۲	۰
٥	۱۰	۲	٤۹,۷۸۱	۳٦۰۰,۰۰	۰,۱۳۸
٦	۱۱	۲	۳۹,۱۷۸	٤۳۸,٦	۰
۷	۱۲	۲	۳٤,۳٤۰	۳٦۰۰,۰۰	۰,۰۹٤
۸	۱۳	۲	۳۲,٥۷	۳٦۰۰,۰۰	۰,۱۹۲
۹	۱۰	۳	۳٦,٤۸۷	۳٦۰۰,۰۰	۰
۱۰	۱۱	۳	۳۷,۸٥	۱۸۲۸,۰۰٤	۰
۱۱	۱۲	۳	۳۸,۷۷۳	۱۹۷٦,۰۲۰	۰,۲۱٤
۱۲	۱۳	۳	٤۳,۸۳۳	۳٦۰۰,۰۰	۰,۲۸۳
۱۳	۱٤	۳	٤۲,۰۹۷	۱۸۸٤,٦	۰,۱٦٤
۱٤	۱۰	٤	۳۳,۱٦۲	۳٦۰۰,۰۰	۰,۱٥۳
۱٥	۱٤	٤	۳۲,٦۰٦	۳٦۰۰,۰۰	۰,۳۳۷
۱٦	۱٦	٤	۳۷,۲۰۷	۳٦۰۰,۰۰	۰,۳۳۳

٥-نتیجه‌گیری

در این پژوهش مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه‌کننده چند ناوگانی با حداقل دوکامیون و دو موتورسیکلت و درنظر گرفتن چند انبار مورد بررسی قرارگرفت. مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای حداقل کردن هزینه‌های ثابت و متغیر سفر درحالتی که موتورسیکلت‌ها می‌توانند در نقاط تقاطع از کامیون‌ها بارگیری کنند مطالعه گردید. نتایج نشان داد با افزایش تعداد انبارها در مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه کننده می‌توان به صرفه جویی در زمان و هزینه حمل ونقل دست یافت. باتوجه به جدید و کاربردی بودن مسئله مسیریابی وسیله نقلیه تغذیه‌کننده چند انباری می‌توان توسعه‌هایی را در رابطه با تعریف مسئله و روش حل پیشنهاد کرد. مانند درنظر گرفتن جنبه‌های زیست محیطی و اجتماعی، درنظر گرفتن مسئله مورد نظر در لجستیک بشردوستانه و ... . درنظرگرفتن رویکردهای فراابتکاری مانند شبیه‌سازی تبرید، کلونی زنبورهای مصنوعی، رویکردهای بهینه استوار پیشنهاد گردد.

٦-مراجع

-صالحی سربیژن، مرتضی و بهنامیان، جواد (۱۴۰۱). الگوریتم آزادسازی لاگرانژ برای حل مسئله مسیریابی وسیلهٔ نقلیه تغذیه‌کنندهٔ چندناوگانی. *نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید*. ۱۰(۲۱)، ۱۹-۳۳.

- بهنامیان، جواد (۱۳۹۷). مقدمه‌ای بر بهینه‌سازی ترکیباتی. *انتشارات دانشگاه بوعلی سینا*.

- بهنامیان، جواد (۱۳۹۵). حل مسائل بهینه‌سازی پیچیده روش‌ها و الگوریتم‌ها، *انتشارات دانشگاه بوعلی سینا*.

- حاجی خانی، مصطفی و بهنامیان، جواد (۱۴۰۰). مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چند انباره با تحویل چندمرحله‌ای و محدودیت تردد: الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر. *پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری*، ٦(۱)، ٦٤-٤٤.

-Brandstätter, C., (2019). A metaheuristic algorithm and structured analysis for the Line-haul Feeder Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Central European Journal of Operations Research,* 1-43.

-Chang, J., Y.J. Cho, and Y.C. Hwang. (2001). A study on time constrained vehicle routing problem for lunch box delivery. *in Proceedings of the Annual Meeting of Chinese Institute of Industrial Engineering.* Kaohsiung, Taiwan.

-Chen, H.K., et al., (2011). The linehaul-feeder vehicle routing problem with virtual depots. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering,* 8(4): 694-704.

-Figliozzi, M. A. (2007). Planning approximations to the length of TSP and VRP problem. stochastic optimization. *Massachusetts Institute of Technology*.

-Friggstad, Z., Mousavi, R., Rahgoshay, M., & Salavatipour, M. R. (2021). Improved approximations for CVRP with unsplittable demands. *arXiv preprint arXiv:2111.08138*.

-Garey, M.R., and Johnson, D.S. (1979). Computers and intractability: A guide to the theory of NP-completeness. *Freeman, San Francisco.*

-Huang, Y. H., et al., (2019). Solving the Feeder Vehicle Routing Problem using ant colony optimization. *Computers & Industrial Engineering,* 127: 520-535.

-Laporte, G. (1992). The traveling salesman problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, *59*(2), 231-247.

-Laporte, G. (1992). The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, *59*(3), 345-358.

-Rahmaniani, R., Crainic, T. G., Gendreau, M., & Rei, W. (2017). The Benders decomposition algorithm: A literature review. *European Journal of Operational Research*, *259*(3), 801-817.

-Salehi Sarbijan, M. and J. Behnamian, (2022). Multi-fleet feeder vehicle routing problem using hybrid metaheuristic. *Computers & Operations Research,* 141: 105696-10597.

-Salehi Sarbijan, M. and J. Behnamian, (2022). Real-time collaborative feeder vehicle routing problem with flexible time windows. Swarm and Evolutionary Computation, 75: 101201-101202.

-Wan, F., Guo, H., Pan, W., Hou, J., & Chen, S. (2023). A mathematical method for solving multi-depot vehicle routing problem. *Soft Computing*, *27*(21), 15699-15717.

- Tu, s., S. Lai, and Y. Li, (2001). Application of the vehicle routing problem with time windows—an example of lunch box delivery. Graduation Term Paper, Department of Transportation Technology and Logistics Management, Chung Hua University, Hsin Chu, Taiwan.

-Yousefikhoshbakht, M., Chaharmahali, M., & Ahmed, Z. H. (2023). The Line-Haul Feeder Vehicle Routing Problem: A Classification and Review. *Complexity.*

-Yu, B., Yang, Z. Z., & Xie, J. X. (2011). A parallel improved ant colony optimization for multi-depot vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, *62*(1), 183-188.

Multi-Depot Feeder Vehicle Routing with Truck–Motorcycle Collaboration

Homeyra Kord, Ph.D., Candidate, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran.

Javad Behnamian, *Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran.*

E-mail: Behnamian@basu.ac.ir

Received: September 2025- Accepted: February 2026

ABSTRACT

With population growth and urbanization, optimizing urban distribution networks has become increasingly important. This study addresses the multi-depot feeder vehicle routing problem with a heterogeneous fleet composed of trucks and motorcycles. Motorcycles, due to their ability to navigate congested areas, are employed for faster service and are reloaded at designated rendezvous points with trucks. For the first time within the feeder vehicle routing framework, multiple depots are incorporated as supply sources, and a mixed-integer programming model is developed to minimize both fixed and variable routing costs. The model aims to reduce the total cost of the distribution network while maintaining customer coverage and shortening service times. Computational experiments indicate that increasing the number of depots improves customer coverage and reduces travel distance and transportation cost, but it also substantially enlarges problem size and increases algorithmic solution time. These findings suggest that an optimal design of depot locations combined with heterogeneous fleet allocation can balance operational efficiency against computational complexity. The results provide practical insights for planning urban distribution networks and for decision-making in allocating mixed fleets.

Keywords: Feeder Vehicle Routing; Heterogeneous Fleet; Multi-Depot Planning; Mathematical Modeling