

## طراحی سیستم کنترل خودکار سرعت قطار با استفاده از کنترل کننده LQR

### (مطالعه موردی: قطارهای مسافری مشهد تا نیشابور)

#### مقاله علمی - پژوهشی

امید خان فرحانی، دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران  
مهدی خرمی نژاد، دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران  
محمدعلی صندیزاده\*، دانشیار، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

\*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: sandidzadeh@iust.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۱/۰۲/۲۷ - پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۱۵

صفحه ۱۹۸-۱۸۵

#### چکیده

افزایش ایمنی و سرعت قطارها و کاهش مصرف انرژی در آن‌ها، همواره دغدغه اصلی در سیستم‌های حمل و نقل ریلی بوده است. در این زمینه، سیستم عملکرد خودکار قطار (ATO)<sup>۱</sup> مطرح گردید که وظیفه آن هدایت خودکار قطار بدون نیاز به راهبر با حداکثر کارایی و ایمنی است. در این مقاله، هدف ارائه سیستمی است که بتواند وظیفه هدایت خودکار قطارهای مسافری از روی یک پروفایل سرعت آفلاین را بر عهده گیرد. برای بررسی دقیق‌تر، یک پروفایل سرعت از ایستگاه مشهد (مبدأ) تا ایستگاه نیشابور (مقصد) در نظر گرفته شده است. در این پروفایل سرعت، دانش کارشناسان، قواعد کنترلی، وضعیت ایستگاه‌ها، زمان سیر مطلوب و حداکثر مجاز سرعت و شتاب (حرکت و ترمزگیری) لحاظ گردیده است. سپس مدل دینامیکی یک لوکوموتیو با پارامترهای لوکوموتیو ER24PC زمینس (ایران سفیر) بیان شده و یک تنظیم کننده خطی مرتبه دوم (LQR)<sup>۲</sup>، با هدف ردیابی پروفایل سرعت و حداقل کردن تلاش کنترلی (در نتیجه حداقل کردن میزان مصرف انرژی) برای آن طراحی گردیده است. شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم افزار MATLAB انجام گرفته و کارایی کنترل کننده پیشنهادی در برابر اغتشاش و تغییر جرم لوکوموتیو بررسی شده است. همچنین یک کنترل کننده PI با شرایط یکسان نیز به منظور مقایسه طراحی شده است. نتایج نشان می‌دهند که هر دو کنترل کننده پروفایل سرعت را بخوبی دنبال می‌کنند، اما کنترل کننده LQR تا دو برابر کمتر از PI انرژی مصرف می‌کند. با اعمال کنترل کننده طراحی شده بر روی یک مسیر متفاوت (دامغان تا سمنان) و دریافت مجدد پاسخ‌های مطلوب، اعتبار نتایج مورد تایید قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: پروفایل سرعت قطار، سیستم ATO، حمل و نقل ریلی، کنترل کننده LQR

#### ۱-مقدمه

(2017). اما از زمان راه‌اندازی قطار پر سرعت شینکانسن با سرعت ۲۱۰ کیلومتر بر ساعت در سال ۱۹۶۶، سیستم‌های هدایت و کنترل قطارها دستخوش تغییر شده و به سمت خودکارسازی پیش رفتند (Dong et al., 2010). استفاده از فناوری‌های کنترل پیشرفته برای قطار به سال ۱۹۸۰ بر می‌گردد که در آن از روش‌های کنترل فازی و بهینه برای بهبود سیر قطارها و کاهش مصرف انرژی استفاده شد (Zhou, Yang

افزایش جمعیت و نیاز به سیستمی که بتواند حجم زیادی از افراد را بطور ایمن، با سرعت بالا و هزینه پایین جابجا نماید، منجر به توسعه حمل و نقل ریلی گردید. با افزایش جابجایی‌ها از طریق قطار، بهینه‌سازی و بهبود سیستم‌های حمل و نقل ریلی مورد توجه قرار گرفت. سیستم کنترل اتوماتیک قطار (ATC)<sup>۳</sup> به منظور نظارت اتوماتیک بر قطار و اعمال فرآیندهای حفاظتی طراحی گردید (Shen and Yan,

عمومی بوده که حرکت از یک ایستگاه مبدا تا ایستگاه مقصد تنها به سه مرحله سرعت‌گیری، تثبیت سرعت و ترمزگیری، خلاصه می‌شود. از طرفی، در هیچ یک از آن‌ها، سه مسأله مطلوبیت زمان سیر، مصرف انرژی و راحتی مسافری بطور همزمان مطرح نشده‌اند. در نتیجه، هدف از این مقاله، ارائه سیستم کنترل خودکار سرعت قطار با سه هدف مطرح شده است. محور تهران- مشهد، پر ترافیک‌ترین مسیر ریلی ایران است و بدون شک افزایش ایمنی، زمان سیر و مصرف انرژی مطلوب و راحتی مسافری، از اهداف شبکه ریلی و از جمله خواسته‌های مسافری هستند. بنابراین، برای بررسی دقیق‌تر، حرکت قطاری با لوکوموتیو ER24PC زیرمجموعه ایستگاه مشهد (مبدا) به ایستگاه نیشابور (مقصد) در نظر گرفته شده است. برای این مسیر، پروفایل سرعتی در نظر گرفته شده که تا حد زیادی مطابق با پروفایل سرعت استفاده شده توسط راهبران در هدایت دستی قطار است. شتاب‌گیری و ترمزگیری‌ها و حداکثر سرعت در هر بخش (ایستگاه‌های بین مبدا و مقصد) با هدف راحتی مسافری و زمان سیر مطلوب، اصلاح شده‌اند.

بنابراین دو هدف راحتی مسافری و زمان سیر مطلوب، در پروفایل سرعت اصلاح شده گنجانده شده است.

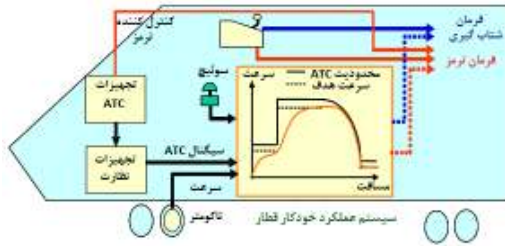
یکی از بحث‌های مهم در کنترل هر سیستمی، کارایی بالای کنترل کننده در کنار سادگی و هزینه کم پیاده‌سازی آن است. کنترل LQR یک روش کلاسیک برای حل مسائل بهینه‌سازی است که بخاطر مقاومت ذاتی، پایداری و سادگی کار در اغلب سیستم‌های مهندسی با هدف بهینه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد (Kumare and Jerome, 2016).

در این مقاله سعی شده تا بجای استفاده از کنترل کننده‌های پیچیده‌تر نظیر مد لغزشی، فازی و کنترل پیش‌بین مدل، بخشی از وظیفه را به پروفایل سرعت منتقل کرد و در عوض از کنترل کننده‌ای ساده‌تر و با هزینه و مصرف انرژی کمتر استفاده نمود. برای تعقیب پروفایل سرعت تعریف شده و همچنین دستیابی به هدف سوم (یعنی مصرف انرژی مطلوب)، از کنترل کننده LQR استفاده شده است. بنابراین، در کنار سادگی، مقاوم بودن و هزینه پایین سیستم کنترل، به بالاترین کارایی (ارضای همزمان سه هدف) دست پیدا می‌کنیم.

(Mi and, 2013). با پیشرفت سیستم‌های هدایت خودکار، سیستم ATO معرفی گردید که بسیاری از اختیارات راهبر را گرفته و وظیفه هدایت اتوماتیک قطار را بطور کامل بر عهده دارد (Shen and Yan, 2017; Dong et al., 2010). یکی از وظایف مهم سیستم ATO، ردیابی پروفایل سرعت مشخص از مبدا تا مقصد است. مسأله ردیابی پروفایل سرعت قطار، همواره جولانگاه مطالعات مختلف بوده است. چو و ژیا (۲۰۰۷) برای تثبیت سرعت (کروز کنترل) قطارهای باری سنگین، از یک کنترل کننده LQR با هدف حداقل کردن زمان سیر استفاده کردند (Chou and Xia, 2007). ژوان و ژیا (۲۰۰۸) مدلی غیر خطی از یک قطار را در نظر گرفته و با اندازه‌گیری فیدبک خروجی به تنظیم سرعت پرداختند (Zhuan and Xia, 2008). ژوو، یانگ و می (۲۰۱۳) برای تعقیب پروفایل سرعت، از کنترل پیش‌بین مدل استفاده کردند (Zhou, Yang and Mi, 2013). مدهاوا و همکاران (۲۰۱۶) بر روی کنترل توقف خودکار قطار به عنوان بخشی از فرآیند تعقیب پروفایل سرعت با استفاده از کنترل کننده فازی مطالعاتی انجام دادند (Madhava et al., 2016). شن و یان (۲۰۱۷) با استفاده از کنترل کننده ترکیبی فازی و PID، به ردیابی پروفایل سرعت پرداختند (Shen and Yan, 2017). چنگ و همکاران (۲۰۱۷) سیستم هدایت هوشمند قطارهای پرسرعت بر اساس منطق فازی و بهینه‌سازی آنلین را پیشنهاد کردند. آن‌ها بر اساس داده‌های راهبری قطار و قوانین کنترل، پایگاه قواعد فازی را ایجاد کرده و سپس به منظور افزایش تطبیق‌پذیری و کارایی سیستم، از بهینه‌سازی برنامه‌ریزی هدایت آنلین (OPD)<sup>۴</sup> استفاده کردند (Cheng et al., 2017). ژیا و همکاران (۲۰۱۸) با هدف حداقل کردن مصرف انرژی و زمان سفر، از طریق رویکرد فازی یک پروفایل سرعت بهینه طراحی کردند و از الگوریتم ژنتیک برای مسأله حداقل‌سازی بهره بردند (Gia et al., 2018).

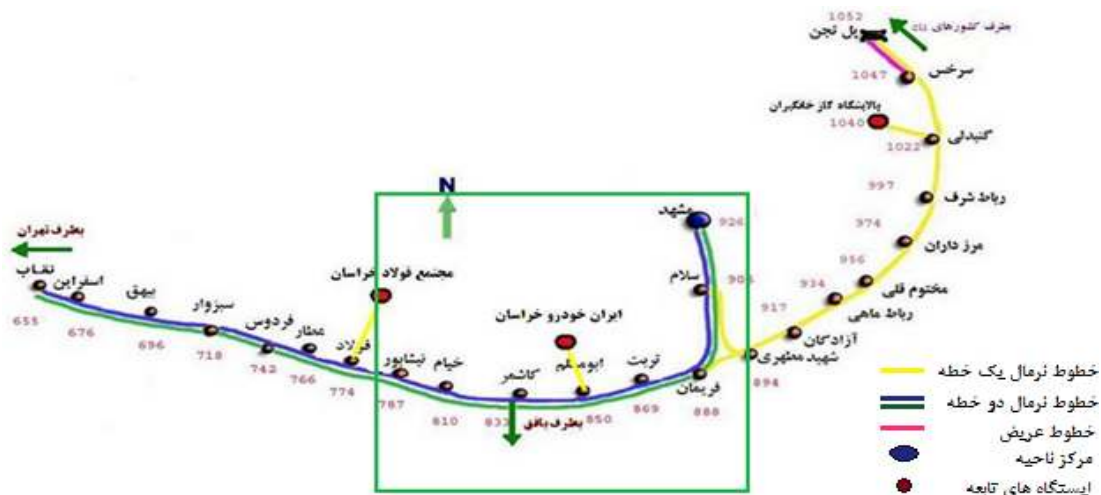
مهم‌ترین مسأله در هدایت خودکار قطار، پروفایل سرعت است؛ چرا که تمام خواسته‌ها از طریق آن پیاده‌سازی می‌گردد. در پروفایل سرعت باید علاوه بر برآورده کردن خواسته‌های کنترلی، راحتی مسافری نیز در نظر گرفته شود (Cheng et al., 2017). پروفایل‌های سرعتی که در پژوهش‌های قبلی در نظر گرفته شده، اغلب یک پروفایل سرعت دوزنقه‌ای ساده و

## ۲- طراحی پروفایل سرعت



شکل ۱. توزیع سیستم ATO (Yasui, 2010)

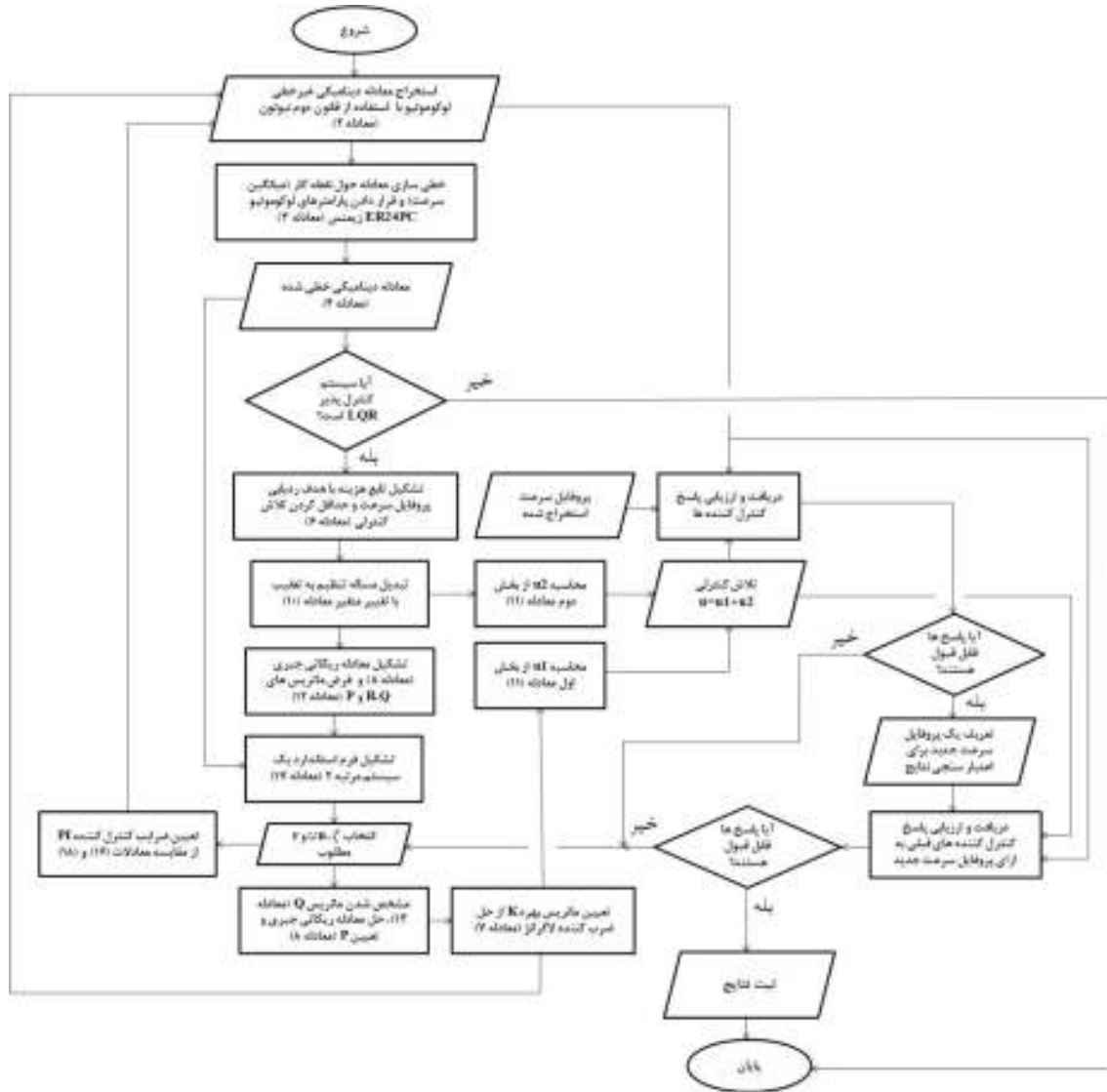
در این مقاله، پروفایل سرعت برای حرکت قطار از ایستگاه مشهد به ایستگاه نیشابور تعریف می‌گردد. ۶ ایستگاه سلام، فریمان، تربت، ابومسلم، کاشمر و خیام بین دو ایستگاه مبداء و مقصد قرار دارند. در پروفایل سرعت در نظر گرفته شده، در این ۶ ایستگاه توقفی انجام نمی‌شود. در شکل (۲) نقشه ایستگاه‌های ناحیه خراسان و منطقه مورد بررسی (کادر مستطیلی) نشان داده شده است.



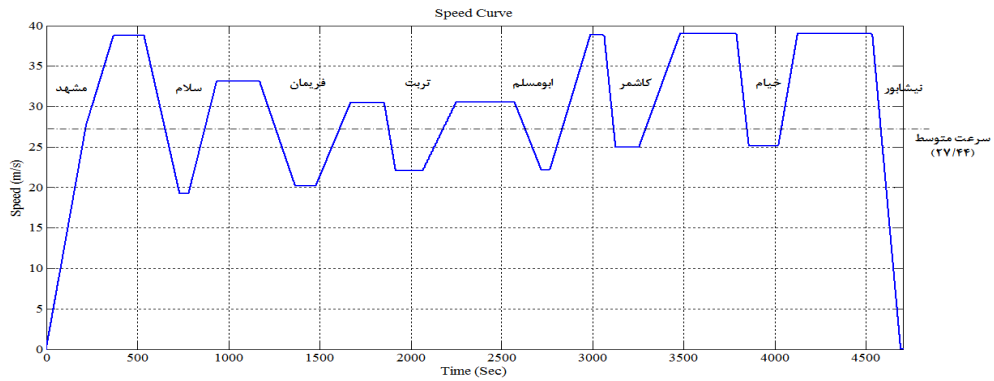
شکل ۲. نقشه ایستگاه‌های ناحیه خراسان و منطقه مورد بررسی

به موقعیت هر ایستگاه تعیین گردید. همچنین حداکثر زمان مطلوب سیر قطار از ایستگاه مشهد به نیشابور، ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه قرار داده شد. پروفایل سرعت حاصل شده در شکل (۳) و پروفایل موقعیت در شکل (۴) نشان داده شده‌اند. قبل از بیان معادلات دینامیکی و طراحی کنترل کننده، فلوجارتی از روند شبیه‌سازی در شکل (۵) آورده شده است. به کمک این فلوجارت می‌توان دید کلی نسبت به روش حل مسأله به دست آورد.

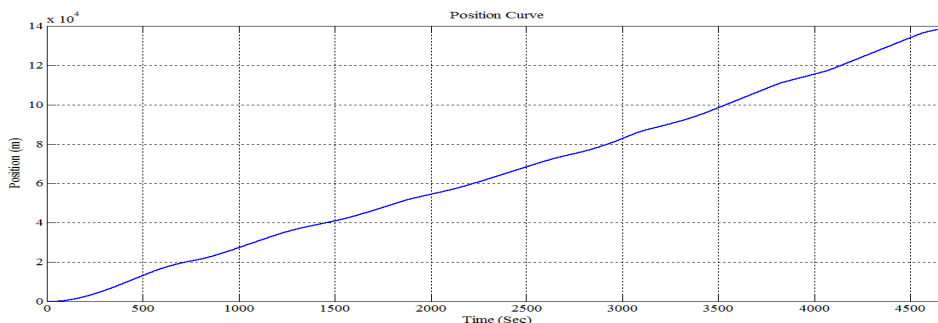
اطلاعات سرعت قطارهای مسافری بین دو ایستگاه مشهد تا نیشابور، از ۱۲ تا ۱۷ فروردین ۹۷ در لوکوموتیوهای ER24PC زیمنس با حداکثر سرعت مجاز ۱۴۰ کیلومتر بر ساعت (۳۸/۸۸ متر بر ثانیه)، از طریق لاگ‌های ATC برداشته شدند. به این ترتیب رفتار حرکت فعلی قطارها مشخص گردید. سپس با هدف راحتی مسافری، حداکثر شتاب‌های حرکت و ترمزگیری، ۰/۲۲۴ متر بر مجذور ثانیه در نظر گرفته شد و حداکثر سرعت عبور قطار با توجه



شکل ۳. فلوجارت روند شبیه سازی مسأله



شکل ۴. پروفایل سرعت مطلوب بین ایستگاه های مشهد و نیشابور

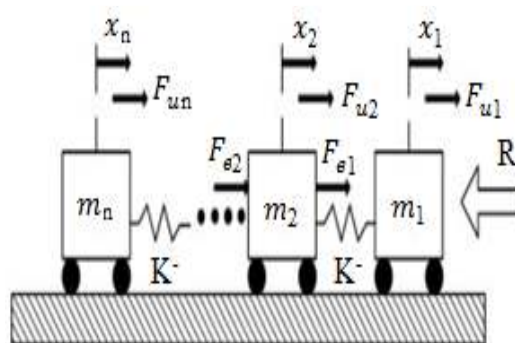


شکل ۵. پروفایل موقعیت بین ایستگاه‌های مشهد و نیشابور

### ۳- معادلات دینامیکی قطار

است.  $F_{ui}$  نیروی ترکشن،  $F_{ei}$  نیروهای داخلی،  $K$  ضریب چسبندگی،  $x_i$  موقعیت،  $m_i$  وزن و  $R$  نیروی مقاوم بر قطار هستند. نیروی مقاوم به دو بخش نیروی کشش آیرودینامیکی  $R^a$  و نیروی مقاوم غلطشی  $R^r$  تقسیم‌بندی می‌شود. معادلات حاکم بر روی یک لوکوموتیو و با در نظر گرفتن نیروهای ترکشن و مقاوم بصورت رابطه (۱) است.

برای بررسی اثر کنترلی کننده بر روی یک سیستم، لازم است مدل ریاضی آن سیستم استخراج شود. با استفاده از قانون دوم نیوتون، مجموع نیروهای وارد بر یک جسم، متناسب با جرم و شتاب آن جسم است. بر روی یک قطار در حال حرکت، مجموعه‌ای از نیروهای طولی، عرضی، جانبی و چرخشی وارد می‌گردد. نیروی غالب بر قطار در یک خط نسبتاً صاف، نیروی طولی است که در شکل (۶) نشان داده شده



شکل ۶. نیروهای طولی وارد شده بر قطار (Wang and Xia, 2003)

جدول ۱. مقادیر پارامترهای معادله (۱) برای لوکوموتیو

(Mousavi, Markazi and Masoudi, 2017) ER24PC

پارامتر	مقدار	واحد
$m$	۷۶۸۴۱	kg
$C_0$	$۱/۷۶ \times ۱۰^{-۲}$	N/kg
$C_v$	$۳/۳۵ \times ۱۰^{-۲}$	N.s/m.kg
$C_a$	$۲/۳۵ \times ۱۰^{-۵}$	N.s <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> .kg

$$m\ddot{x} = F_u - mR \quad (1)$$

$$R = R^r + R^a = C_0 + C_v V + C_a V^2$$

در معادله (۱)،  $m$  وزن لوکوموتیو،  $\ddot{x}$  مشتق دوم ماتریس حالت‌ها و  $V$  سرعت لوکوموتیو هستند. بخش دوم معادله (۱)، معادله دیویس<sup>۵</sup> نامیده می‌شود که ضرایب آن یعنی  $C_0$ ،  $C_v$  و  $C_a$  از تست باد حاصل می‌شوند (Wang and Xia, 2003; Dong et al., 2018). مقادیر پارامترهای معادله (۱) برای لوکوموتیو ER24PC زیرممنس در جدول (۱) آورده شده‌اند.

ماتریس پسخوردهستند. این سیستم کنترل پذیر LQR است اگر ماتریس  $(B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B)$  دارای رتبه کامل باشد. از معادله (۴)، رتبه این ماتریس برابر ۲ و در نتیجه سیستم کنترل پذیر LQR است.

در این مقاله، هدف از طراحی کنترل کننده LQR، ردیابی پروفایل سرعت و حداقل کردن تلاش کنترلی است. بنابراین تابع هزینه‌ای که باید حداقل شود بصورت رابطه (۶) است:

$$J(u) = \int_0^{\infty} [x^T(t)Q(t)x(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad (6)$$

که در آن،  $Q$  ماتریس مثبت نیمه معینی است که برای جریمه حالت‌های سیستم در صورت انحراف از نقطه تعادل در نظر گرفته شده است.  $R$  یک ماتریس مثبت معین است که توسط آن تلاش کنترلی مشخص می‌شود. از حل LQR، بهره کنترل  $K$  چنان بدست می‌آید که تابع هزینه (۶) را حداقل نماید. بهره  $K$  را می‌توان از طریق ضرب کننده لاگرانژ بصورت معادله (۷) تعیین کرد.

$$K = R^{-1}B^T P \quad (7)$$

برای بدست آوردن  $P$ ، از معادله ریکاتی جبری (ARE)<sup>6</sup> استفاده می‌شود.

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (8)$$

از حل معادله (۸)،  $P$  مشخص می‌شود. سپس از طریق معادله (۷)،  $K$  تعیین می‌گردد و با مشخص شدن  $K$ ، قانون کنترل از رابطه (۹) بدست می‌آید (Kumare and Jerome, 2016; Kirk, 2012):

$$u = -Kx \quad (9)$$

اما، LQR برای تنظیم است نه تعقیب. بنابراین، برای تبدیل مسأله تنظیم به ردیابی از تغییر متغیر زیر استفاده می‌شود:

$$e = r - x \quad (10)$$

که در آن  $e$  متغیر خطا،  $r = \begin{bmatrix} \int V \\ V \end{bmatrix}$  و  $V$  پروفایل سرعت

مطلوب است. از جایگذاری معادله (۱۰) در (۵) داریم.

$$\dot{e} = Ae - Bu_1 + (\dot{r} - Ar) - Bu_2 \quad (11)$$

همانطور که از رابطه (۱۱) ملاحظه می‌شود، سیگنال کنترلی به دو بخش تقسیم شده است. به منظور صفر شدن خطا، LQR برای بخش  $Ae - Bu_1$  طراحی می‌گردد که در نتیجه آن قانون کنترلی  $u_1 = -ke$  حاصل می‌شود و از طرفی می‌بایست

همانطور که ملاحظه می‌شود، رابطه (۱) یک معادله غیر خطی است. برای خطی سازی رابطه (۱)، ابتدا متغیرهای حالت را بصورت رابطه ۲ در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} x &= x_1 \\ \dot{x} &= \dot{x}_1 = x_2 = F_1 \\ \ddot{x} &= \dot{x}_2 = \frac{1}{m}F_u - (C_0 + C_vV + C_aV^2) = F_2 \\ F_u &= u \end{aligned} \quad (2)$$

با تعریف  $x_1$  بعنوان موقعیت،  $x_2$  بعنوان سرعت و با استفاده از معادله ژاکوبین برای خطی سازی، داریم (Weckesser, 2005):

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \Delta x + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial u} \\ \frac{\partial F_2}{\partial u} \end{bmatrix} u \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -(C_v + 2C_a x_2) \end{bmatrix} \Delta x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u \end{aligned} \quad (3)$$

با تعریف سرعت میانگین  $9\lambda/8$  کیلومتر بر ساعت معادل  $27/44$  متر بر ثانیه بعنوان نقطه کار، و قرار دادن مقادیر جدول (۱) در معادله (۳) داریم.

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.00162 \end{bmatrix} \Delta x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.3 \times 10^{-5} \end{bmatrix} u \\ y &= [0 \quad 1]x \end{aligned} \quad (4)$$

رابطه (۴)، معادله دینامیکی خطی شده برای لوکوموتیو ER24PC است.

## طراحی کنترل کننده LQR

سیستم LTI رابطه (۵) را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), t \geq 0, x(0) = 0 \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), t \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن،  $D \in R^{p \times m}$  و  $C \in R^{p \times n}$ ،  $B \in R^{n \times m}$ ،  $A \in R^{n \times n}$  به ترتیب ماتریس سیستم، ماتریس ورودی، ماتریس خروجی و

$$|SI - A + BK| = S^2 + \left(\frac{p_{22}}{m^2 r} + a\right)S + \frac{p_{12}}{m^2 r} = 0 \quad (15)$$

معادله مشخصه استاندارد یک سیستم مرتبه ۲، بصورت زیر است.

$$S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2 = 0 \quad (16)$$

از مقایسه معادلات (۱۵) و (۱۶) داریم.

$$p_{12} = \omega_n^2 m^2 r \quad (17)$$

$$p_{22} = (m^2 r)(2\xi\omega_n - a_{22})$$

با انتخاب  $\xi$  و  $\omega_n$  مطلوب و  $r$  مورد نظر، مقادیر  $p_{12}$  و  $p_{22}$  بدست می‌آیند. در این مقاله،  $\xi = 0.8$ ،  $\omega_n = 10$  و  $r = 0.1$  در نظر گرفته شده‌اند. در نتیجه، مطابق درایه سطر دوم و ستون دوم رابطه (۱۳)، مقدار  $q$  برابر  $3 \times 10^7$  بدست می‌آید. با مشخص شدن ماتریس‌های  $Q$  و  $R$  و حل معادلات ARE و لاگرانژ، ماتریس بهره  $K = [10 \quad 5 \times 10^4 \times 10^6]$  حاصل می‌گردد.

### شبیه‌سازی و نتایج

در بخش (۴)، کنترل کننده برای سیستم خطی طراحی گردید، اما سیستم اصلی غیر خطی است. بنابراین، معادله (۲) و کنترل کننده در نرم‌افزار MATLAB پیاده سازی شده و شبیه‌سازی‌های لازم بر روی سیستم غیرخطی انجام گرفته‌اند. توجه شود که پس از خطی سازی، نقطه تعادل سیستم خطی به مبدأ منتقل شده و ورودی به  $\Delta u = u - u_{eq}$  تبدیل می‌گردد که در آن  $u_{eq}$  نقطه تعادل ورودی است. باتوجه به اینکه یکی از اهداف این مقاله حداقل سازی تلاش کنترلی است،  $u_{eq} = 0$  در نظر گرفته شده و در نتیجه  $\Delta u = u$ .

برای مقایسه پاسخ کنترل کننده‌های بهینه نظیر LQR در برابر یک کنترل کننده معمولی در چنین سیستمی، یک کنترل کننده PI نیز طراحی شده است. بلوک دیاگرام شکل (۷)، سیستم حلقه بسته را نشان می‌دهد که در آن  $u$  ورودی،  $y$  خروجی،  $G_{PI}(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$  تابع تبدیل کنترل کننده PI و  $G_{sys}(s)$  تابع تبدیل سیستم معادله (۴) هستند.  $K_I$  و  $K_p$  نیز به ترتیب بهره‌های تناسبی و انتگرالی هستند.

$(\dot{r} - Ar) = Bu_2$  گردد. با حصول  $u_1$  و  $u_2$  سیگنال کنترل نهایی بصورت  $u = u_1 + u_2$  بدست می‌آید.

از زمان معرفی LQR در سال ۱۹۶۰ تا به امروز، انتخاب پارامترهای  $Q$  و  $R$  یکی از چالش‌های اصلی در طراحی این کنترل کننده بوده است. بطور مرسوم، انتخاب این پارامترها بصورت سعی و خطا انجام می‌گیرد. اما در این مقاله، با استفاده از روش معرفی شده توسط کومار و ژروم (۲۰۱۶) از ارتباط بین معادله ریکاتی جبری (رابطه (۸)) و ضرب کننده لاگرانژ (رابطه (۷))، انتخاب  $Q$  و  $R$  انجام می‌پذیرد. مهم‌ترین مزیت این روش نسبت به سایر روش‌ها (معمولاً هوشمند)، کاهش قابل توجه زمان لازم برای انتخاب است (Kumare and Jerome, 2016). ابتدا می‌بایست ماتریس سیستم ( $A$ ) به شکل کانونیکال کنترل پذیر گردد. مطابق معادله (۳)، ماتریس به فرم مورد نظر است. مقادیر ماتریس‌های  $Q$ ،  $R$  و  $P$  را بصورت زیر فرض می‌کنیم.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix}, R = r, P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \quad (12)$$

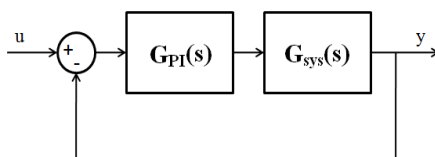
ماتریس  $Q$  باتوجه به بخش اول تابع هزینه (۶) و اینکه هدف کنترل سرعت است، تعیین گردیده است. از جای‌گذاری مقادیر رابطه (۱۲) و معادله (۳) در معادله (۸) داریم.

$$\begin{bmatrix} 1 - \frac{p_{12}^2}{m^2 \times r} & \dots \\ p_{11} - a_{22}p_{12} - \frac{p_{12} \times p_{22}}{m^2 \times r} & \dots \\ p_{11} - a_{22}p_{12} - \frac{p_{12} \times p_{22}}{m^2 \times r} & \dots \\ 2p_{12} - 2a_{22}p_{22} + q - \frac{p_{22}^2}{m^2 \times r} \end{bmatrix} = 0 \quad (13)$$

که در آن،  $a_{22}$  درایه سطر دوم و ستون دوم در ماتریس سیستم معادله (۳) است. در سیستم حلقه بسته داریم:

$$\dot{x}(t) = [A - BK]x(t) = [A - BR^{-1}B^T P]x(t) \quad (14)$$

با استفاده از فرآیند حصول معادله مشخصه و از جای‌گذاری مقادیر رابطه (۱۲) و معادله (۳) در معادله (۱۴) داریم.



شکل ۷. بلوک دیاگرام سیستم حلقه بسته با کنترل کننده PI

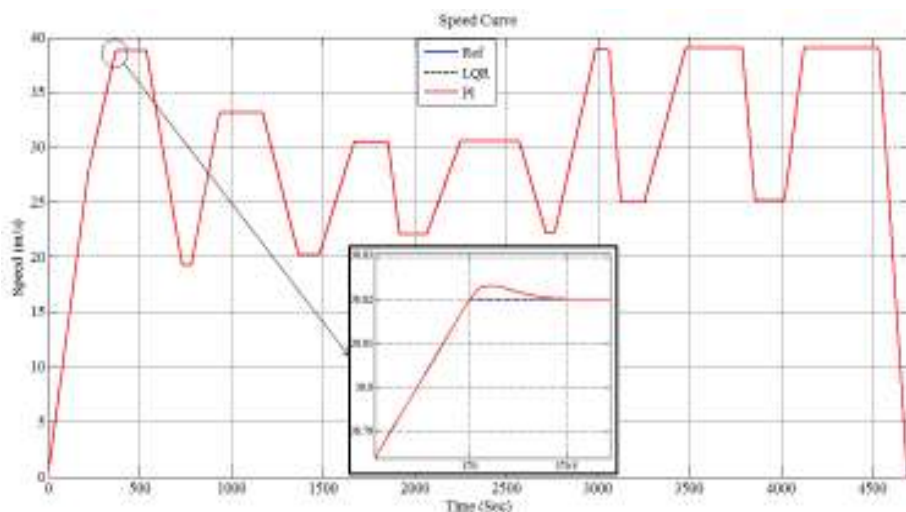
ثانیه است. این یعنی، این میزان تغییر نیرو در اثر تغییر سرعت ۰/۰۱۱۲ متر بر ثانیه در ۰/۰۵ ثانیه ایجاد شده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که این تغییرات لحظه‌ای توسط مسافران قطار حس نمی‌شود و راحتی سفر آنها تحت تاثیر قرار نمی‌گیرد. بنابراین، هر دو کنترل کننده به خوبی پروفایل سرعت مطلوب را دنبال کرده و از این نظر کارایی نزدیکی بهم دارند. اما سیگنال کنترلی در PI دارای پرش‌های زیاد در لبه‌ها است که ارتفاع اغلب آنها به بیش از ۱۰۰۰ نیوتون می‌رسد. به‌منظور مقایسه بهتر دامنه نوسانات سیگنال کنترلی در هر دو کنترل کننده، از معیار TV<sup>v</sup> استفاده شده است. TV یک سیگنال نشان می‌دهد که میزان تغییرات آن سیگنال چقدر است. بطور کلی، TV یک سیگنال گسسته  $n$  نقطه‌ای  $n \leq I$   $X(n)$  به صورت رابطه (۱۹) تعریف می‌شود (Selesnick, 2010).

$$TV(X) = \sum_{n=2}^N |X(n) - X(n-1)| \quad (19)$$

تابع تبدیل حلقه بسته سیستم  $G_c(s)$  در رابطه‌ی (۱۸) آورده شده است:

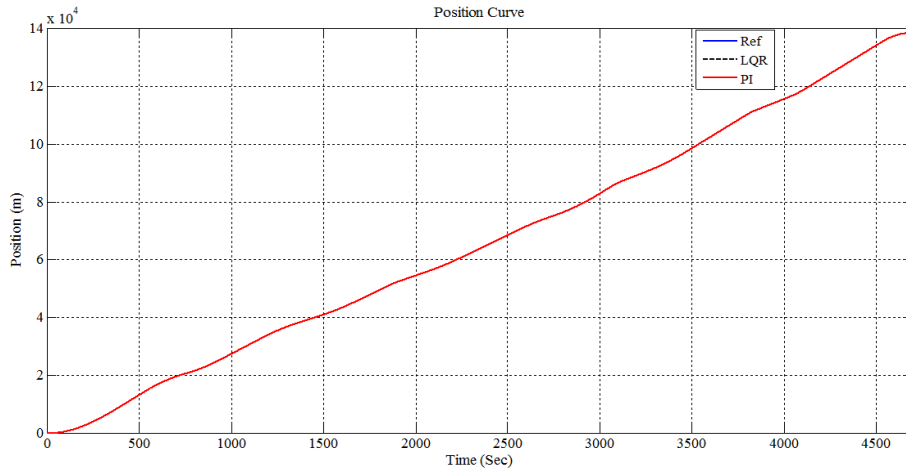
$$G_c(s) = \frac{G_{PI}(s).G_{sys}(s)}{1 + G_{PI}(s).G_{sys}(s)} \quad (18)$$

معادله مشخصه‌ی سیستم حلقه بسته نیز به صورت استاندارد رابطه‌ی (۱۶) می‌گردد. پارامترهای کنترل کننده PI براساس همان  $\omega_n$  و  $\zeta$  مطلوبی که برای طراحی LQR در نظر گرفته شد،  $K_p = 1/23 \times 10^6$  و  $K_I = 7/69 \times 10^6$  بدست می‌آیند. شکل‌های (۸) و (۹)، به ترتیب منحنی سرعت و موقعیت قطار در حضور دو کنترل کننده را نشان می‌دهند. همانطور که می‌توان دید، هر دو کنترل کننده پروفایل سرعت مطلوب را به خوبی دنبال کرده‌اند. اما پروفایل سرعت به ازای کنترل کننده‌ی PI دارای فراجش اندکی در لبه‌ها است. در شکل (۱۰)، سیگنال‌های کنترلی نمایش داده شده‌اند. حداکثر تغییرات ناگهانی نیرو در LQR، ۱۷۲۱۶ نیوتون است که در ۰/۰۵ ثانیه صورت گرفته است. مطابق قانون دوم نیوتون، این میزان تغییرات نیرو برای لوکوموتیو در نظر گرفته شده (با وزن ۷۶۸۴۱ کیلوگرم)، معادل شتاب ۰/۲۲۴ متر بر مجذور

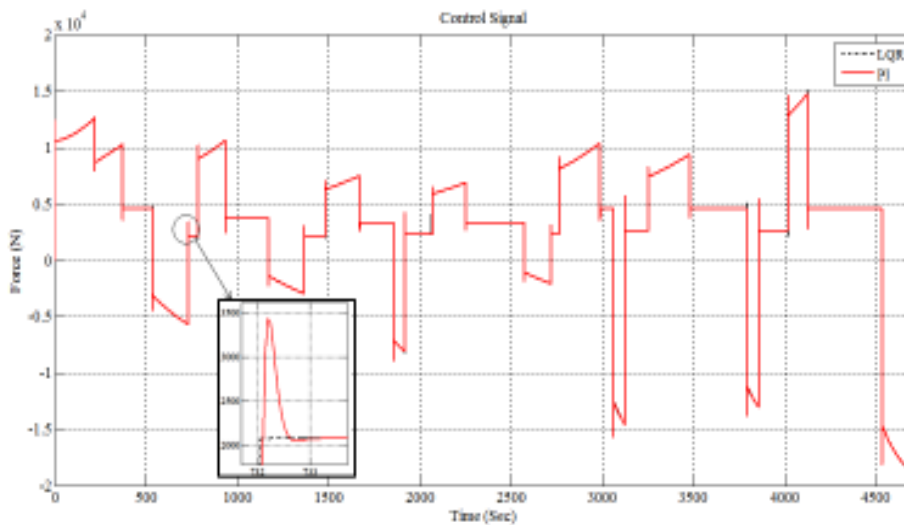


شکل ۸. منحنی سرعت مرجع و سرعت قطار در حضور کنترل کننده‌های LQR و PI بین ایستگاه‌های مشهد و نیشابور





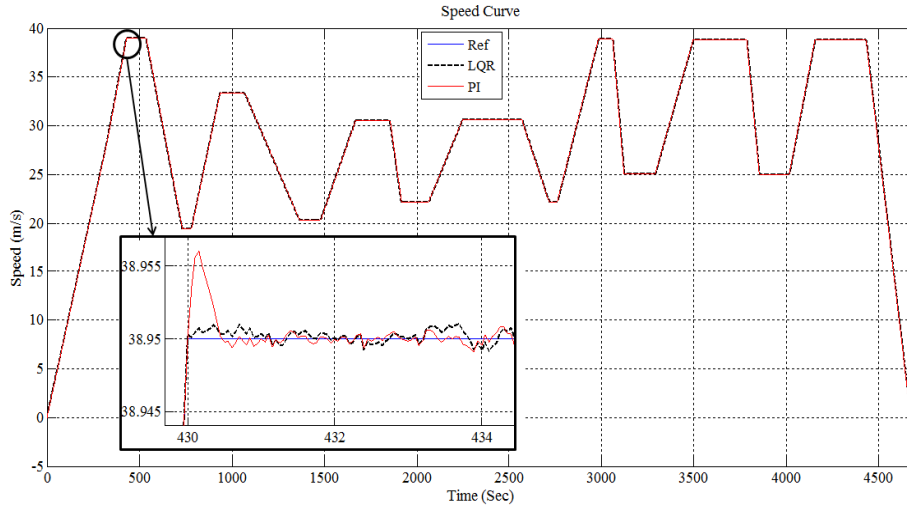
شکل ۹. منحنی موقعیت مرجع و موقعیت قطار در حضور کنترل کننده LQR و PI بین ایستگاه‌های مشهد و نیشابور



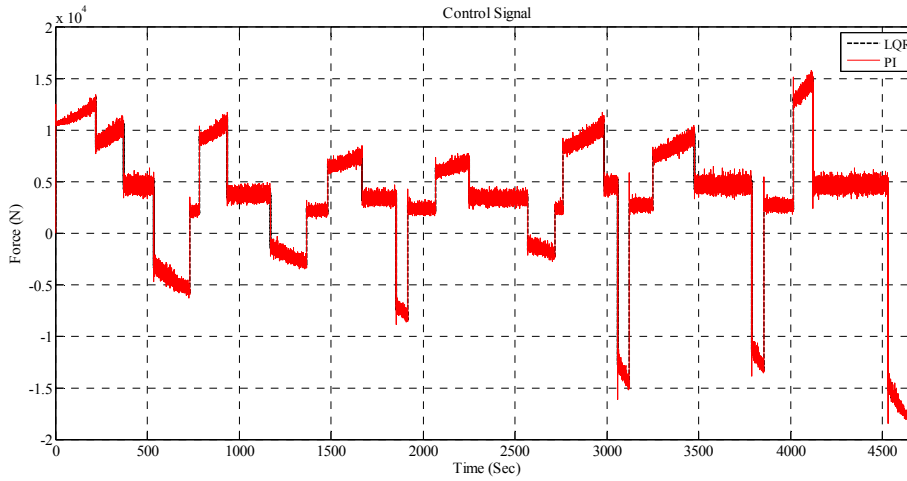
شکل ۱۰. سیگنال کنترلی LQR و PI بین ایستگاه‌های مشهد و نیشابور

تغییرات مقاومت کرده و پروفایل را با نوسانات بسیار کم دنبال نمایند. در شکل (۱۲) نیز سیگنال‌های کنترلی نشان داده شده‌اند و شکل (۱۳) بزرگ شده‌ی شکل (۱۲) در یک بازه زمانی محدود است. دامنه‌ی نوسانات سیگنال کنترلی در PI بیشتر از LQR است. همچنین، مقادیر جدید TV در این حالت  $TV_{LQR}=1/0.841 \times 10^7$  و  $TV_{PI}=2/27.57 \times 10^7$  هستند. تغییرات سیگنال کنترلی در PI بیش از دو برابر LQR است در نتیجه با کنترل کننده LQR در این شرایط نیز تلاش کنترلی کمتری انجام می‌شود.

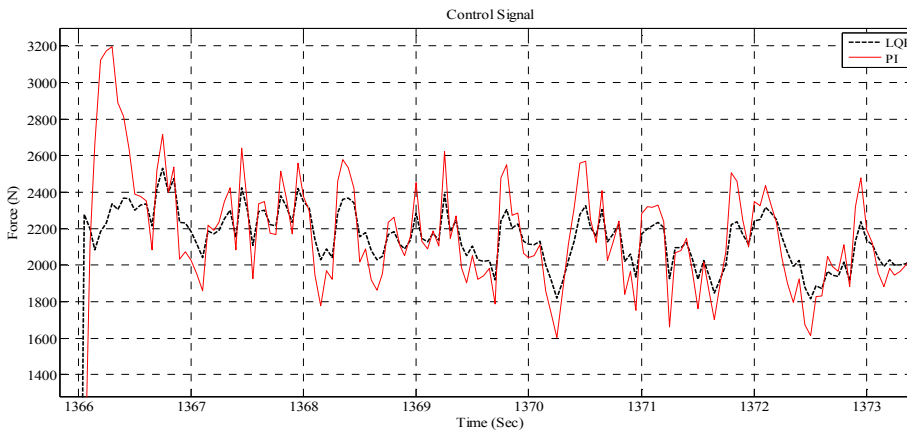
با استفاده از معادله (۱۹)،  $TV_{LQR}=281580$  و  $TV_{PI}=367810$  بدست می‌آیند. در نتیجه میزان تغییرات سیگنال و تلاش کنترلی در PI بیشتر از LQR است. لازم است تاثیر اغتشاش و نامعینی‌های سیستمی بر عملکرد کنترل کننده‌ها نیز مورد بررسی قرار گیرد. برای این منظور، یک اغتشاش تصادفی با میانگین صفر و واریانس ۱۰ به ورودی سیستم اعمال شده و وزن قطار به ۱۱۰ تن افزایش یافته است. شکل (۱۱) منحنی‌های سرعت را نشان می‌دهد و همانطور که می‌بینیم، دو کنترل کننده توانسته‌اند بخوبی در برابر



شکل ۱۱. منحنی سرعت مرجع و سرعت قطار در حضور کنترل کننده‌های **LQR** و **PI** بین ایستگاه‌های مشهد و نیشابور در شرایط وجود اغتشاش و جرم جدید



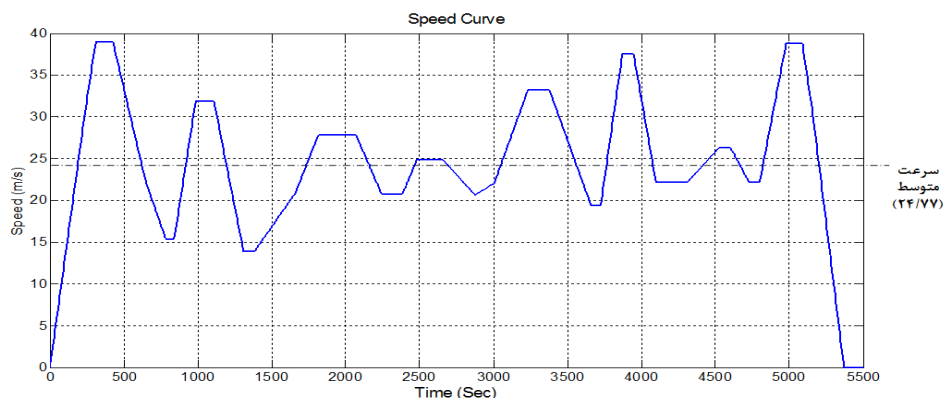
شکل ۱۲. سیگنال کنترلی حاصل از کنترل کننده‌های **LQR** و **PI** بین ایستگاه‌های مشهد و نیشابور در شرایط وجود اغتشاش و جرم جدید



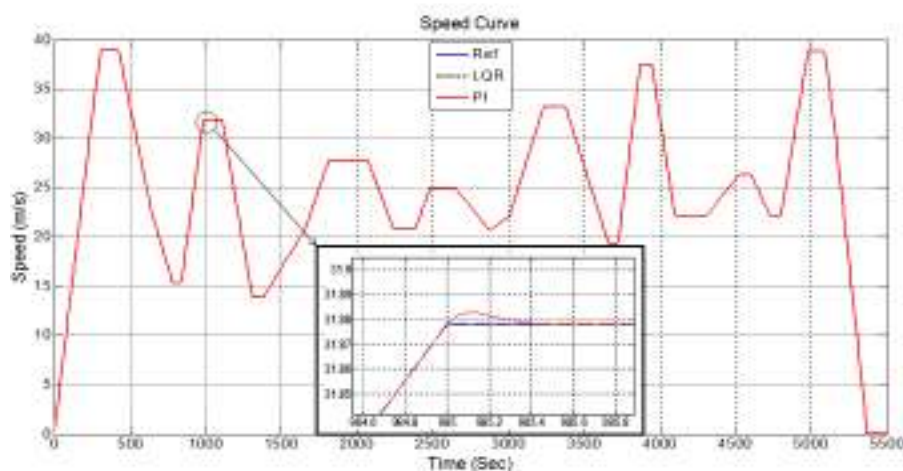
شکل ۱۳. بزرگ شده شکل ۱۲

متفاوت است. با این حال، همان کنترل کننده‌های قبلی بدون هیچ تغییری بر روی سیستم غیرخطی با پروفایل سرعت جدید اعمال شده است. شکل (۱۵)، منحنی سرعت مرجع و سرعت قطار در حضور کنترل کننده‌های LQR و PI در مسیر دامغان تا سمنان را نشان می‌دهد. در شکل (۱۶)، سیگنالی کنترلی حاصل از کنترل کننده‌های LQR و PI در این مسیر جدید نشان داده است. همانطور که ملاحظه می‌شود، هر دو کنترل کننده پروفایل سرعت را به خوبی دنبال کرده‌اند و کنترل کننده PI نیز همانند قبل دارای فراجشش اندکی در لبه‌ها است. با استفاده از معادله (۱۹)،  $TV_{LQR}=212940$  و  $TV_{PI}=273420$  بدست می‌آیند. در نتیجه میزان تغییرات سیگنال و تلاش کنترلی در PI بیشتر از LQR است. باتوجه به اینکه به ازای این پروفایل سرعت جدید، کنترل کننده LQR از نقطه‌ی کار خود خارج شده است، با این حال پاسخ‌ها همچنان مطلوب هستند.

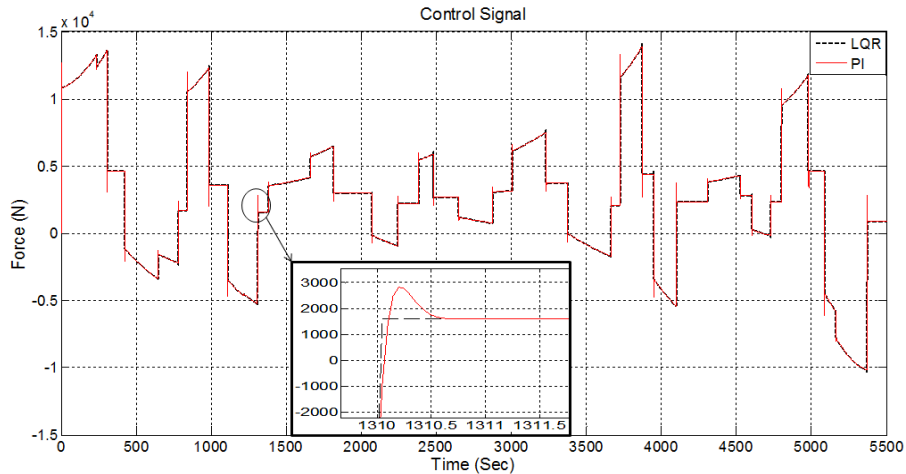
به منظور اعتبارسنجی نتایج بدست آمده و جامعیت کنترل کننده LQR طراحی شده در بخش (۴) برای مسیرهای مختلف، اطلاعات سرعت قطارهای مسافری بین دو ایستگاه دامغان تا سمنان از ۱۲ تا ۱۷ فروردین ۹۷ در لوکوموتیوهای ER24PC زمینس نیز جمع‌آوری شدند. فاصله‌ی بین دو ایستگاه دامغان تا سمنان، ۱۳۶ کیلومتر بوده و ۷ ایستگاه سرخده، امروان، لارستان، هفتخوان، گرداب، آبگرم و میاندره بین آن‌ها قرار دارند که توقفی در آن‌ها انجام نمی‌شود. حداکثر سرعت مجاز برای تمام قطارهای مسافری با لوکوموتیو RE24PC در محور تهران-مشهد، ۱۴۰ کیلومتر بر ساعت است. مدت زمان مطلوب سیر بین دو ایستگاه دامغان و سمنان، ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه در نظر گرفته شده و پروفایل سرعت قطار باتوجه به موقعیت ایستگاه‌ها و همان شرایط مطرح شده در قبل (حداکثر ترمزگیری و شتاب‌گیری) مطابق شکل (۱۴) حاصل گردید. سرعت متوسط در پروفایل جدید، ۲۴/۷۷ متر بر ثانیه است که نسبت به مقدار نقطه‌ی کار (۲۷/۴۴ متر بر ثانیه)



شکل ۱۴. پروفایل سرعت مطلوب بین ایستگاه‌های دامغان و سمنان



شکل ۱۵. منحنی سرعت مرجع و سرعت قطار در حضور کنترل کننده‌های LQR و PI قبلی بین ایستگاه‌های دامغان و سمنان



شکل ۱۶. سیگنال کنترلی LQR و PI بین ایستگاه‌های دامغان و سمنان

## ۵- نتیجه گیری

هدف از این مقاله، طراحی سیستمی برای کنترل خودکار سرعت قطار بود. برای این منظور ابتدا یک پروفایل سرعت مطلوب برای قطارهای مسافری عبوری از ایستگاه مشهد تا نیشابور طراحی گردید. در این پروفایل سرعت، دانش کارشناسان، زمان سیر مطلوب و راحتی مسافری (از نظر شتاب و ترمز گیری) تأمین گردید. برای ردیابی دقیق این پروفایل سرعت و همچنین حداقل سازی تلاش کنترلی، یک کنترل کننده LQR طراحی شد. همچنین برای مقایسه کارایی کنترل کننده بهینه نظیر LQR، یک کنترل کننده PI نیز طراحی گردید. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که هر دو کنترل کننده بخوبی پروفایل سرعت مطلوب را دنبال می‌کنند. اما، در LQR تلاش کنترلی کمتری صورت می‌گیرد. از طرفی برای بررسی مقاومت کنترل کننده‌ها، یک سیگنال اغتشاش تصادفی به ورودی سیستم اعمال گردید و جرم قطار به ۱۱۰ تن افزایش یافت. نتایج نشان دادند که هر دو کنترل کننده پروفایل سرعت مطلوب را با نوسانات بسیار اندک دنبال کردند اما تلاش کنترلی LQR کمتر از نصف PI است.

همچنین به منظور اعتبار سنجی نتایج، پروفایل سرعت مطلوبی برای مسیر دامغان- سمنان نیز استخراج گردید و همان کنترل کننده‌های قبلی مورد استفاده قرار گرفتند. پاسخ‌ها نشان دادند که هر دو کنترل کننده دارای عملکرد مطلوبی هستند علیرغم اینکه کنترل کننده LQR از نقطه‌ی کاری که در آن طراحی شده، فاصله گرفته است.

## ۶- پی‌نوشت‌ها

1. Automatic Train Operation
2. Linear Quadratic Regulator
3. Automatic Train Control
4. Online Programming Driving
5. Davis Equation
6. Algebraic Riccati Equation
7. Total Variation

## ۷- مراجع

- Cheng, R., Chen, D., Cheng, B., & Zheng, S. (2017), "Intelligent driving methods based on expert knowledge and online optimization for high-speed trains", *Expert Systems with Applications*, Vol. 87, pp. 228-239.
- Chou, M., & Xia, X., (2007), "Optimal cruise control of heavy-haul trains equipped with electronically controlled pneumatic brake systems", *Control Engineering Practice*, Vol. 15, No. 5, pp. 511-519.
- Dong, H., Lin, X., Yao, X., Bai, W., & Ning, B., (2018), "Composite Disturbance-Observer-Based Control and  $\mathcal{H}_\infty$  Control for High Speed Trains with Actuator Faults", *Asian Journal of Control*, Vol. 20, No. 4, pp. 1-11.
- Dong, H., Ning, B., Cai, B., & Hou, Z., (2010), "Automatic train control system development and simulation for high-speed railways", *IEEE circuits and systems magazine*, Vol. 10, No. 2, pp. 6-18.

- Wang, S. C., & Xia, X., (2003), "Mathematical modeling of heavy-ORE load train equipped with electronically control pneumatic brake", Department of Electrical, Electronic and Computer Engineering, University of Pretoria, Pretoria, South Africa.
- Weckesser, W., (2005), "Math 312 Lecture Notes: Linearization", Department of Mathematics Colgate University, New York, United States.
- Yasui, Y., (2010), "Automatic train operation system for the high speed Shinkansen train", *Advanced Train Control Systems*, Vol. 46, pp. 85-90.
- Zhou, Y., Yang, X., & Mi, C., (2013), "Model predictive control for high-speed train with automatic trajectory configuration and tractive force optimization. *CMES Compute*", *Model, Eng. Sci*, Vol. 90, No. 6, pp. 415-437.
- Zhuan, X., & Xia, X., (2008), "Speed regulation with measured output feedback in the control of heavy haul trains", *Automatica*, Vol. 44, No. 1, pp. 242-247.
- Jia, J., Yang, K., Yang, L., Gao, Y., & Li, S. (2018), "Designing train-speed trajectory with energy efficiency and service quality", *Engineering Optimization*, Vol. 50, No. 5, pp. 797-818.
- Kirk, D. E., (2012), "Optimal control theory: an introduction", New York: Courier Corporation.
- Kumare, V., & Jerome, J., (2016), "Algebraic Riccati equation based Q and R matrices selection algorithm for optimal LQR applied to tracking control of 3rd order magnetic levitation system", *Archives of Electrical Engineering*, Vol. 65, No. 1, pp. 151-169.
- Madhava, M., Meghana, M., Supriya, M., Divya, & Navalgund, S., (2016), "Automatic Train Control System Using Fuzzy Logic Controller", *Bonfring Int. J. of Res. in Com. Eng.*, Vol. 6, pp. 56-61.
- Mousavi, A., Markazi, A. H., & Masoudi, S. (2017), "Adaptive Fuzzy Sliding-Mode Control of Wheel Slide Protection Device for ER24PC Locomotive", *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol. 14, No. 11, pp. 2019-2045.
- Selesnick, I. W., & Bayram, I., (2010), Total variation filtering, White paper.
- Shen, H., & Yan, J., (2017), "Optimal control of rail transportation associated automatic train operation based on fuzzy control algorithm and PID algorithm", *Automatic Control and Computer Sciences*, Vol. 51, No. 6, pp. 435-441.

# **Automatic Train Speed Control System Design by Using LQR Controller (Case Study: Passenger trains from Mashhad to Neyshabur)**

*Omid Khan Farkhani, M.Sc., Grad., School of Railway Engineering, Iran University  
Science and Technology, Tehran, Iran.*

*Mahdi Khoraminejad, M.Sc., Grad., School of Railway Engineering, Iran University  
Science and Technology, Tehran, Iran.*

*Mohammad Ali Sandidzadeh, Associate Professor, School of Railway Engineering, Iran  
University Science and Technology, Tehran, Iran.*

*E-mail: sandidzadeh@iust.ac.ir*

Received: July 2022- Accepted: November 2022

## **ABSTRACT**

Increasing the safety and speed of trains and reducing their energy consumption has always been a major concern in railroad transportation systems. In this context, the Automatic Train Operation (ATO) system was introduced, which drive the train without the need for a driver with maximum efficiency and safety. The goal of this paper is to provide a system that drive passenger trains automatically from an offline speed profile. For a detailed study, a speed profile from the Mashhad station (origin) to the Neyshabur station (destination) is considered. This speed profile is included experts knowledge, control rules, station status, desired travel time, maximum allowed speed and acceleration (movement and braking). Then, a dynamical model of a locomotive with the parameters of the ER24PC Siemens (Iran Safir) locomotive is expressed. Also, a Quadratic Linear Regulator (LQR) with the aim of tracking the speed profile and minimizing control effort (thus minimizing the energy consumption) has been designed. The simulation performed by using MATLAB software and the performance of proposed controller against disturbance and locomotive mass changing is investigated. Also, a PI controller with identical conditions is designed for comparison. The results show that both controllers follow the speed profile very well, but the energy consumption in PI is more than two times the LQR. The validity of the results is verified by applying the designed controllers on a different route (Damghan to Semnan) and receiving the desired responses again.

**Keywords:** Train Speed Profile, ATO System, Railroad Transportation, LQR Controller