

# ارزیابی و پردازش تابع احتمال توزیع تأخیر در تقاطع‌های چراغدار

حبیب‌ا... نصیری، استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران  
روزبه محقق‌زاده، کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران  
E-mail: nassiri@sharif.edu.

## چکیده

مطالعات انجام شده در مورد تأخیر وسایل نقلیه در تقاطع‌های چراغدار، اکثراً به برآورد میانگین تأخیر می‌پردازند، ولی حجم مطالعات در مورد تغییرات و توزیع تأخیر بسیار کمتر است. توجه نکردن به این موضوع تأثیر قابل توجهی بر دقت در محاسبه زمان سفر در کمانها دارد. در این تحقیق با استفاده از داده‌های بدست آمده از آمار تأخیر که به روش «زمان سفر» در ۳ تقاطع چراغدار با زمانبندی ثابت در شهر تهران انجام گرفته، مدلی برای تابع احتمال توزیع تأخیر در تقاطع‌های چراغدار پیشنهاد شده است. برای این منظور بهترین تابع توزیع به وسیله نرم‌افزار Arena به داده‌های جمع‌آوری شده برازش شد. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که تابع توزیع «ویبول» منجر به خطای کمتری از بقیه توابع می‌شود. دو پارامتر این تابع نیز به وسیله «میانگین داده‌ها» و «نسبت طول چرخه به طول سبز» تقریب زده شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: تقاطع، چراغدار، تأخیر، توزیع

## ۱. مقدمه

هوایی و تداخل‌های ناشی از چراغهای کنترل کننده ترافیک، وسایل نقلیه با تأخیرهای احتمالی، تصادفی و متغیر با زمان مواجه می‌شوند، زمان‌های سفر در کمانها به متغیرهای تصادفی وابسته به زمان تبدیل می‌شوند. «میانگین تأخیر»، متوسط تأخیر کل وسایل وارد شونده به یک تقاطع را در یک دوره زمانی به دست می‌دهد ولی «تأخیر وابسته به زمان» مقدار تأخیر را در زمان معینی در آینده به صورت احتمالی مورد بررسی قرار می‌دهد. تأخیر شامل دو مؤلفه است: مؤلفه تأخیر یکنواخت<sup>۱</sup> و مؤلفه تأخیر سرریز<sup>۲</sup> یا تصادفی<sup>۳</sup>. مؤلفه تأخیر یکنواخت، مربوط به حالت با ترافیک اشباع نشده است که وسایل نقلیه بطور یکنواخت وارد تقاطع می‌شوند. اما مؤلفه تأخیر سرریز، مربوط به بخشی از تأخیر است که در اثر تشکیل صف و ماهیت تصادفی بودن ورود وسایل نقلیه ایجاد می‌شود.

تأخیرهایی که وسایل نقلیه در یک تقاطع چراغدار با آن مواجه می‌شوند، معمولاً به علت تصادفی بودن ورود وسایل نقلیه به تقاطع و نیز اختلال‌های ناشی از عملکرد چراغهای کنترل کننده ترافیک دارای تغییرات زیادی هستند. با وجود آن که چنین تغییراتی تأثیر زیادی بر طراحی، برنامه‌ریزی و تجزیه و تحلیل سیستم‌های کنترل چراغ دارند، در حال حاضر هیچ مدل تحلیلی برای برآورد این تغییرات وجود ندارد [۱].

توانایی تعیین دقیق تأخیر وسایل نقلیه در تقاطع‌های چراغدار، مؤلفه بسیار مهمی در پیش‌بینی زمان سفر در کمانهای شبکه است که کاربردهای زیادی در سیستم‌های حمل و نقل هوشمند<sup>۱</sup> از جمله سیستم‌های راهنمای مسیریاب در وسیله نقلیه<sup>۲</sup> و سیستم‌های مدیریت ترافیک پیشرفته<sup>۳</sup> دارد. از آنجا که در نتیجه نوسانات تصادفی جریان ترافیک، اختلال و تصادف، تغییرات شرایط آب و

۴) ارائه مدلی برای پیش‌بینی مدت زمان تأخیر در تقاطع‌های چراغ‌دار شهر تهران.

## ۲. مروری بر منابع

همان‌گونه که ذکر شد، تحقیقات بسیاری در مورد توزیع تأخیر انجام نگرفته و بیشتر مطالعات مربوط به برآورد میانگین تأخیرند. در اینجا به بررسی برخی از این مطالعات پرداخته می‌شود.

### ۱-۲ تخمین میانگین

تأخیر (D) در تقاطع‌های چراغ‌دار از دو بخش تأخیر یکنواخت (D<sub>1</sub>) و تأخیر سرریز یا تصادفی (D<sub>2</sub>) تشکیل می‌شود:

$$D = D_1 + D_2 \quad (1)$$

$$E[D] = E[D_1] + E[D_2] \quad (2)$$

$$\text{Var}[D] = \text{Var}[D_1] + \text{Var}[D_2] \quad (3)$$

که E نشان دهنده میانگین و Var معرف واریانس است. برای محاسبه E[D<sub>1</sub>] (میانگین تأخیر یکنواخت)، مطالعات زیادی توسط ویستر<sup>۷</sup> در سال ۱۹۵۸، کیمبر<sup>۸</sup> و هلیس<sup>۹</sup> در سال ۱۹۷۹، آکلیک<sup>۱۰</sup> در سال ۱۹۸۱ و تپلای<sup>۱۱</sup> در سال ۱۹۹۵ انجام شده‌اند و مبنای این محاسبات، تئوری صف است [۱].

ویستر با فرض ثابت بودن نرخ ورود وسایل نقلیه (q) فرمول زیر را ارائه کرده است [۳]:

$$E[D] = c_y (1 - \lambda)^2 / [2(1 - \lambda x_1)] + x_1^2 / [2q(1 - x_1)] - 0 / 65(1/qx_1)^{1/3} \times x_1^{(2+5\lambda)} \quad (4)$$

که در آن c<sub>y</sub> طول زمان چرخه (ثانیه)، g<sub>e</sub> زمان سبز مؤثر (ثانیه)، λ نسبت طول زمان سبز مؤثر (g<sub>e</sub>) به طول چرخه، s نرخ تردد حالت اشباع (سواری بر ثانیه)، c<sub>a</sub> ظرفیت (سواری بر ثانیه) و برابر با s<sub>1</sub>، x<sub>1</sub> درجه اشباع و برابر با q/c<sub>a</sub> و برابر با کمینه دو مقدار x<sub>1</sub> و عدد یک است.

در سال ۱۹۸۴ و ۱۹۹۵، تپلای مدل زیر را پیشنهاد کرد [۱]:

$$E[D] = k_f c_y (1 - \lambda)^2 / (2 - 2\lambda) + 0 / 25t \left\{ (x_t - 1) + [(x_t - 1)^2 + 4x_t / c_a t]^{0/5} \right\} \quad (5)$$

تخمین مؤلفه دوم به دلیل پیچیده بودن ماهیت تصادفی و نیز وابسته به زمان بودن صف تشکیل شده، بسیار مشکل‌تر است و تا به حال مدل جامعی برای به دست آوردن توزیع آن ارائه نشده است. بیشتر مطالعات انجام شده در مورد برآورد میانگین تأخیر و به مقدار کمتری مربوط به واریانس آن هستند. برای برآورد میانگین و واریانس تأخیر، از مدل‌های جداگانه‌ای در مورد هر یک از دو مؤلفه تأخیر یکنواخت و سرریز استفاده می‌شود.

برای محاسبه واریانس تأخیر یکنواخت از تئوری صف قطعی استفاده می‌شود، در حالی که برای محاسبه واریانس تأخیر سرریز باید مستقیماً از شبیه‌سازی کمک گرفت. لذا نخست تحلیلی در دو حالت زیر اشباع و فوق اشباع انجام می‌شود و سپس مدل به دست آمده به وسیله داده‌های شبیه‌سازی شده، اعتبارسنجی و سپس کالیبره می‌شود [۲].

منابع موجود، روشهایی برای به دست آوردن «میانگین تأخیر» در تقاطع‌های چراغ‌دار ارائه کرده‌اند، هر چند که مدت زمان تأخیر و وسایل نقلیه در یک تقاطع چراغ‌دار را نمی‌توان تنها با یک عدد (به طور مثال با میانگین تأخیر) به خوبی توصیف کرد. تحقیقات جدید تلاش‌هایی را در جهت برآورد یک پارامتر توصیف کننده دیگر (مثلاً، واریانس تأخیر) برای شناسایی بهتر تأخیرها پیشنهاد کرده‌اند. با داشتن میانگین و واریانس تأخیر نیاز به یک «تابع توزیع احتمالی تأخیر» به عنوان یک مساله مطرح می‌شود تا تغییرات تأخیرها به گونه‌ای دقیق‌تر بیان شوند.

هدف اصلی این تحقیق "ارائه یک مدل پیش‌بینی توزیع تأخیر و با استناد به آمار چند در تقاطع چراغ‌دار در شهر تهران" است. مراحل کار به شرح زیر بوده‌اند:

۱) مطالعاتی پیرامون تئوری صف و مدل‌های موجود برای محاسبه تأخیر و پشتوانه نظری آنها.

۲) نمونه‌برداری و آمارگیری از تأخیر وسایل نقلیه در چند تقاطع چراغ‌دار با زمان‌بندی ثابت در سطح شهر تهران.

۳) تعیین تابع توزیع تأخیر با داشتن مقادیر تأخیرهای مربوط به وسایل نقلیه به دست آمده از آمار. برای این منظور ابتدا فراوانی تأخیرها (داده‌ها) در بازه‌های مختلف محاسبه می‌شود و سپس با توجه به هیستوگرام حاصل از داده‌های آماری، چند تابع توزیع با این داده‌ها برازش می‌شوند و با توجه به خطاهای موجود و نکات دیگری که به آن‌ها اشاره خواهد شد، بهترین تابع توزیع به دست می‌آید. منظور از تابع توزیع تأخیر، تابعی است که احتمال وقوع هر مقدار تأخیر را مشخص کند.

که در آن: در توزیع پواسون برابر با عدد ۱ است.  $x_0$  و  $\beta$  دو پارامتری هستند که مدلی تحلیلی برای محاسبه آنها وجود ندارد و با استفاده از شبیه‌سازی به دست می‌آیند [۲]. بنابراین:

$$Var[D] = c_y(1-\lambda)^3(1+3\lambda-4\lambda x_1)/[12(1-\lambda x_1)^2] + [I_a.t.x/(2c_a) + t^2(1-x)^2/12] \exp[-(x_0/x)^\beta] \quad (10)$$

اولسوسکی<sup>۱۴</sup> در سال ۱۹۹۴ با استفاده از تأخیر سرریز در هر چرخه و نیز مفهوم زنجیره مارکوف، روشی عددی برای محاسبه میانگین تأخیر و نیز توزیع میانگین تأخیر وابسته به زمان در هر چرخه ارائه کرد [۶]. کلبار<sup>۱۵</sup> و همکارش در تحقیقی نشان دادند که توزیع تأخیر در سطوح خدمت‌رسانی<sup>۱۶</sup> A و B دارای یک نقطه اوج است، در صورتی که با افزایش میانگین تأخیر، این توزیع دارای دو نقطه اوج<sup>۱۷</sup> می‌شود [۷]. لیو<sup>۱۸</sup> نیز ضمن انجام یک تخصیص دینامیکی ترافیک مقداری از تأخیر وسایل نقلیه را به صورت یک توزیع نرمال در محاسبه زمان سفر در یک مسیر تأثیر داد [۸].

### ۳. آمارگیری و استخراج داده‌ها

آمارگیری در ۳ تقاطع زیر و هر یک به مدت ۳ ساعت (از ساعت ۷ تا ۱۰ صبح) در هفته دوم آبان ماه ۱۳۸۱ انجام شد: (۱) ایوانک-فرحزادی، (۲) شریعتی-دولت، (۳) مجاهدین اسلام-ایران. در انتخاب این تقاطع‌ها که از بین بالغ بر ۲۵ تقاطع نمونه برگزیده شدند، سعی شد که اولاً این تقاطع‌ها از نظر نوع و تعداد خیابان‌های ورودی به آنها متفاوت باشند، ثانیاً تقاطع‌هایی با حجم متوسط تا شلوغ باشند که بتوان مدل را به خوبی پردازش کرد و ثالثاً از نوع تقاطع‌هایی باشند که بیش از همه در شبکه شهر تهران وجود دارند. در ضمن سعی شد که این تقاطع‌ها از نواحی مختلف شهر انتخاب شوند.

در این مطالعه به منظور سهولت کار، هر حرکت در هر تقاطع با یک کد سه رقمی (abc) نشان داده شده است. رقم سمت چپ عدد، (a) که مشخص‌کننده تقاطع است مطابق با شماره‌گذاری فوق است. عدد b شماره مقطع ورودی و عدد c شماره مقطع خروجی است که با استفاده از شکل ۱ به دست می‌آید. به طور مثال کد شماره ۳۱۷ به معنای حرکت از غرب به شرق در تقاطع مجاهدین اسلام-ایران است.

$K_F$  ضریبی است که به سهم وسایل نقلیه گردش به چپ و عوامل دیگر بستگی دارد.

در سال ۱۹۹۴ HCM [۳] نیز مدل زیر را برای محاسبه میانگین تأخیر ارائه کرده است:

$$D = [0/38 c_y(1-\lambda)^2/(1-\lambda x_1)](DF) + 173 x_1^2 \{ (x_1 - 1) + [(x_1 - 1)^2 + m x_1 / c_a]^{0.5} \} \quad (6)$$

که در آن:  $\lambda$  نسبت طول زمان سبز به طول چرخه،  $c_y$  طول چرخه (ثانیه)،  $x_1$  (درجه اشباع)،  $c_a$  ظرفیت (سواری بر ثانیه)، DF و m ضرائب تصحیح هستند. همان گونه که دیده می‌شود این مدل بسیار شبیه به مدل قبلی است ولی مستقل از زمان است.

### ۲-۲ محاسبه واریانس

اگر فرض شود که تأخیر سرریز و یکنواخت، مستقل از یکدیگرند، خواهیم داشت [۱]:

$$Var[D] = Var[D_1] + Var[D_2] \quad (7)$$

که در آن:  $Var[D_1]$  واریانس تأخیر یکنواخت برای وسایل نقلیه‌ای است که در بازه  $[t, t+c_y]$  به صف وارد می‌شوند. در سال ۱۹۹۳ و ۱۹۹۵ روفیل<sup>۱۹</sup> [۴] برآورد زیر را برای واریانس تأخیر یکنواخت ارائه کرد:

$$Var[D_1] = c_y(1-\lambda)^3(1+3\lambda-4\lambda x_1)/[12(1-\lambda x_1)^2] \quad (8)$$

که در آن:  $\lambda$  نسبت طول زمان سبز به طول چرخه،  $c_y$  طول چرخه (ثانیه) و  $x_1$  می‌نیم دو مقدار درجه اشباع و عدد یک است. فو<sup>۱۳</sup> محاسبه واریانس تأخیر سرریز  $[Var(D_2)]$  را به صورت رابطه (۹) ارائه کرده است [۱]:

$$Var[D_2] = [I_a.t.x/(2c_a) + t^2(1-x)^2/12] \exp[-(x_0/x)^\beta] \quad (9)$$

که در آن:  $x$  درجه اشباع،  $t$  زمان محاسبه،  $c_a$  ظرفیت (سواری بر ثانیه)،  $I_a$  نسبت واریانس به میانگین ورود وسایل نقلیه است که این نسبت

جدول ۱. ضرایب همسنگ سواری\* [۶]

سواری	تاکسی	وانت	موتورسیکلت	مینی بوس	کامیون	اتوبوس غیرواحد	اتوبوس واحد
۱/۳۵	۲	۱	۰/۵	۲	۳	۲/۵	۵

\* با فرض ۲۵٪ سواری مسافربر

#### ۴. استخراج آمار

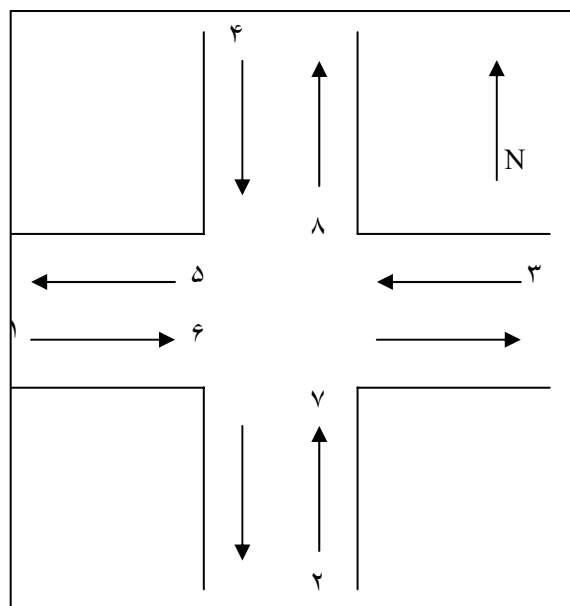
تمامی آمارهای زمان سفر برای تک تک مسیرها و نیز برای مجموعه هر تقاطع، استخراج شدند. با استفاده از نتایج فیلمبرداری آمار تعداد تردد وسایل نقلیه به دست آمد. فیلم هر تقاطع به ازای هر یک از مسیرهای موجود بازبینی شده و تعداد وسایل نقلیه در هر ۵ دقیقه (به تفکیک نوع وسیله نقلیه) شمارش شد. برگه‌های شمارش دستی تعداد نیز که توسط آمارگیران پر شده بود، جمع‌آوری و با آمار فیلمبرداری مطابقت داده شدند. باز با توجه به نتایج حاصل و اعمال ضرایب همسنگ سواری (جدول ۱)، تعداد همسنگ سواری بدست آمد. نمونه نتایج این آمارگیری برای مسیر ۳۳۵ (حرکت شرق به غرب در تقاطع مجاهدین اسلام- ایران) در جدول (۲) آورده شده‌اند.

جدول ۲. تردد وسایل نقلیه در هر ۵ دقیقه در مسیر ۳۳۵

(تقاطع مجاهدین اسلام- ایران، حرکت از شرق به غرب)

زمان	تعداد همسنگ سواری	تعداد موتور سیکلت	تعداد اتوبوس و کامیون	تعداد مینی بوس	تعداد تاکسی	تعداد وانت	تعداد سواری
۷/۰۵	۱۹۷	۲۸	۱۴	۶	۲۰	۳	۴۷
۷/۱۰	۲۱۳	۳۵	۱۰	۱۰	۲۳	۴	۵۸
۷/۱۵	۲۲۱	۴۰	۱۴	۵	۲۷	۳	۵۲
۷/۲۰	۲۲۱	۴۰	۱۴	۵	۲۷	۳	۵۲
۷/۲۵	۲۵۹	۵۳	۱۳	۴	۳۴	۶	۶۹
۷/۳۰	۲۴۹	۶۰	۹	۱۰	۳۴	۷	۶۱
۷/۳۵	۲۳۳	۵۴	۱۱	۷	۲۵	۵	۶۵
۷/۴۰	۳۳۵	۴۹	۱۰	۶	۳۵	۴	۵۹
۷/۴۵	۳۱۱	۶۰	۱۷	۶	۴۲	۵	۷۷
۷/۵۰	۱۸۶	۵۷	۵	۷	۱۷	۶	۶۱
۷/۵۵	۱۵۳	۴۴	۷	۲	۱۷	۴	۴۴
۸/۰۰	۱۶۸	۶۰	۸	۱	۱۹	۳	۴۵
۸/۰۵	۲۲۳	۶۲	۱۷	۲	۱۹	۳	۵۲
۸/۱۰	۲۲۳	۵۰	۷	۰	۳۴	۹	۷۰
۸/۱۵	۲۴۸	۶۵	۱۰	۲	۳۵	۳	۷۲
۸/۲۰	۱۹۱	۵۹	۹	۰	۱۹	۹	۵۷
۸/۲۵	۲۰۷	۶۵	۱۲	۱	۱۷	۷	۵۹
۸/۳۰	*	*	*	*	*	*	*
۸/۳۵	*	*	*	*	*	*	*
۸/۴۰	۱۷۸	۶۳	۸	۰	۱۸	۱	۵۷
۸/۴۵	۲۱۶	۷۴	۷	۱	۲۴	۱۰	۶۸
۸/۵۰	۲۲۷	۷۶	۷	۳	۳۵	۷	۵۷
۸/۵۵	۱۸۹	۸۱	۸	۰	۱۶	۶	۵۸
۹/۰۰	۲۲۲	۷۵	۷	۱	۲۷	۷	۷۰
۹/۰۵	۲۰۹	۸۷	۱۱	۱	۱۷	۳	۵۹
۹/۱۰	۱۸۸	۸۱	۶	۱	۱۶	۳	۶۵
۹/۱۵	۲۱۳	۶۵	۹	۰	۱۷	۶	۷۸
۹/۲۰	۱۹۱	۸۳	۹	۱	۲۲	۴	۴۵
۹/۲۵	۲۰۸	۸۶	۷	۱	۲۰	۸	۶۵
۹/۳۰	۱۹۴	۶۵	۲	۱	۲۳	۱۰	۷۵
۹/۳۵	۱۹۶	۶۹	۸	۲	۹	۱۳	۷۰
۹/۴۰	۲۲۵	۷۴	۵	۰	۲۱	۱۶	۸۵
۹/۴۵	۱۹۷	۹۱	۴	۰	۲۱	۷	۶۳
۹/۵۰	۱۹۵	۶۰	۱۰	۱	۱۹	۹	۵۴
۹/۵۵	۱۹۴	۶۶	۱۰	۳	۱۸	۷	۵۰
۱۰/۰۰	۱۷۵	۸۱	۶	۰	۱۶	۱۰	۵۱

\* این بازه آمارگیری نشده است.



شکل ۱. شماره‌گذاری مسیرها [۵]

#### ۳-۱ روش آمارگیری

در این مطالعه از روش آمارگیری زمان سفر که در زیر توضیح داده می‌شود، استفاده شده است:

#### ۳-۱-۱ روش زمان سفر

در این روش به دلیل ماهیت کار و نیاز به کسب تابع توزیع تأخیر، زمان تأخیر تک تک وسایل نقلیه باید اندازه‌گیری شود. برای این کار عبور وسیله نقلیه هنگام ورود به تقاطع و خروج از آن ثبت شد و با استفاده از آن زمان عبور از تقاطع به دست آمد. برای این منظور، آمارگیران در مقاطع ورودی هر بازو و خروجی‌های حرکات مستقیم، گردش به راست و گردش به چپ قرار گرفته و زمان عبور وسایل نقلیه را همراه با شماره پلاک آنها ثبت می‌کردند. پس از آمارگیری، شماره پلاک‌های ثبت شده در هر ورودی با پلاک‌های ثبت شده در هر سه خروجی مقایسه و شماره پلاک‌های مشترک استخراج شد. با کم کردن زمان سفر آزاد بین دو نقطه از این مقدار، زمان تأخیر در تقاطع محاسبه شد. بنابراین تأخیر محاسبه شده، کل تأخیر (تأخیر مربوط به توقف و تأخیر در حرکت) را در برمی‌گیرد.

افزون بر داده‌های فوق‌الذکر، دو نوع داده دیگر نیز برداشت شدند: یکی تعداد وسایل نقلیه عبوری (به تفکیک نوع وسیله نقلیه) که با استفاده از فیلمبرداری برداشت شد، و دیگری داده‌های مربوط به زمان‌بندی چراغ مانند طول چرخه، زمان سبز، و زمان قرمز. برای محاسبه حجم همسنگ سواری، از مقادیر جدول (۱) استفاده شد.

جدول ۴. نتایج حاصل از برآزش ۸ نوع تابع توزیع به تأخیرهای

بدست آمده از آمار در تقاطع‌های ایوانک- فرحزادی،

شریعی- دولت و مجاهدین اسلام- ایران

تابع	مقدار خطا	
	ایوانک- فرحزادی	شریعی- دولت
گاما	۰/۰۰۴۸۹	۰/۰۰۱۱۵
بتا	۰/۰۱۱۹	۰/۰۰۲۵۱
ویبول	۰/۰۰۹۷۸	۰/۰۰۳۹
ارلنگ	۰/۰۱۱۹	۰/۰۰۶۰۹
نمایی	۰/۰۲۵۰	۰/۰۰۶۰۹
نرمال	۰/۰۲۵۵	۰/۰۱۵۷
مثلی	۰/۰۴۷۳	۰/۰۲۵۵
یکنواخت	۰/۰۶۷۱	۰/۰۴۵۱

(۲) از آنجا که پارامترهای هر تابع باید برحسب پارامترهای ورودی (مانند حجم تردد اشباع، حجم ترافیک، طول زمان سبز و طول چرخه) قابل محاسبه باشند، نزدیک بودن پارامترهای تابع انتخابی به مقادیر قابل محاسبه توسط پارامترهای ورودی عامل مهمی در انتخاب تابع توزیع است. در جدول (۵) فهرست توابع برآزش داده شده مربوط به حرکت‌های ۱۴۶ و ۲۴۶ به همراه پارامترهای توابع و نیز میانگین تأخیرها آورده شده است.

همان گونه که دیده می‌شود، تنها تابعی که پارامتر آن به میانگین تأخیر داده‌ها نزدیک است، تابع ویبول است. اگر توابع گاما یا بتا انتخاب شوند، مقدار پارامترهای آنها به وسیله پارامترهای ورودی یعنی حجم تردد حالت اشباع، حجم ترافیک، طول زمان سبز و طول چرخه (S و V و C و g) قابل محاسبه نیستند. علاوه بر آن حتی در مواردی که تابع «ویبول» در رده دوم یا سوم قرار دارد، مقدار خطای آن با بهترین تابع تفاوت بسیار کمی دارد.

جدول ۵. مقایسه پارامترهای توابع مختلف با میانگین داده‌ها

در دو مسیر ۱۴۶ و ۲۴۶

پارامترهای تابع		نوع تابع
مسیر ۱۴۶	مسیر ۲۴۶	
۱/۴۵ و ۱۳/۴	۱/۶۱ و ۷۲	ویبول
۱/۹ و ۶/۲۳	۲/۱۵ و ۳۰/۱	گاما
۱/۴۱ و ۴/۴۲	۱/۵۱ و ۳/۹۱	بتا
۱۱/۸ و ۸/۵۳	۷/۴۱ و ۶۴	نرمال
۲ و ۵/۹۱	۳/۲ و ۳۲	ارلنگ
۰/۱۱ و ۹/۵۱	۰/۵ و ۸/۲۳۲	مثلی
۱۱/۸	۶۴/۷	نمایی
۵۱ و ۰	۰ و ۲۳۲	یکنواخت
۱/۵۴	۱/۷۹	c/g
۱۱/۸	۶۴/۸	میانگین تأخیر داده‌ها

با محاسبه زمان سفر هر وسیله نقلیه (تفاضل زمان ورود و خروج از تقاطع) و کم کردن زمان سفر آزاد از آن، می‌توان مقدار تأخیر هر وسیله نقلیه را به دست آورد. مقدار تأخیرهای وسایل نقلیه در هر مسیر طبق روش ذکر شده جمع‌آوری شد که نتایج مربوط به مسیر ۳۳۵ در جدول (۳) ارائه شده‌اند. با استفاده از زمان شروع سبز و قرمز در هر چرخه طول زمان سبز، طول زمان قرمز و طول چرخه به دست آمدند. داده‌هایی که در مقایسه با سایر داده‌ها مقدار غیرقابل قبولی داشتند، حذف شدند.

## ۵. مدل‌سازی و محاسبه تابع توزیع تأخیر

در این تحقیق هدف بررسی توابع توزیع تأخیر است، یعنی تابعی که احتمال وقوع مقادیر مختلف تأخیر را بیان کند. برای این منظور اطلاعات مربوط به حجم و تأخیر در هر تقاطع، هم به تفکیک نوع حرکت و هم به صورت گروهی مورد استفاده قرار گرفتند. تأخیر تمام وسایل نقلیه آمارگیری شده، به عنوان آماره اصلی بررسی شد.

### ۱-۵ به دست آوردن تابع توزیع

تابع مطلوب باید مشخص کند که احتمال وقوع هر مقدار تأخیر به چه اندازه است. به همین دلیل از نرم افزار آرینا<sup>۹</sup> استفاده شد [۹]. این نرم افزار قابلیت شبیه‌سازی و تحلیل سیستم‌های ناپیوسته<sup>۱۰</sup> را داراست، بنابراین مراحل زیر برای رسیدن به تابع توزیع انجام شدند:

- استفاده از تأخیر ثبت شده وسایل نقلیه به عنوان داده ورودی
- تعیین دامنه تغییرات تأخیر و شکستن آن به بازه‌هایی با طول مناسب
- محاسبه فراوانی تأخیر در هر بازه
- رسم هیستوگرام
- برآزش توابع مختلف به هیستوگرام
- محاسبه خطای هر تابع
- انتخاب تابع توزیع مناسب

### ۲-۵ انتخاب تابع توزیع مناسب

با استفاده از نتایج به دست آمده تا مرحله ۶، بهترین تابع توزیع تأخیر «تابع ویبول» یا  $weib(\alpha, \beta)$  بوده است [۲]:  
 (۱) در جدول (۴) نتایج حاصل از برآزش تمام توابع توزیع ذکر شده به داده‌های آماری در ۳ تقاطع همراه با خطای این برآزشها ارائه شده‌اند. همان گونه که دیده می‌شود، تابع ویبول در بسیاری از موارد بهترین تابع و در تمام موارد جزء ۳ تابع برتر است.

داده‌هاست و باید با استفاده از متغیرهای ورودی حجم تردد حالت اشباع، شدت ترافیک، طول زمان چراغ سبز و طول چرخه (s,v,g,c) محاسبه شوند.  $\beta$  نیز پارامتر دوم توزیع ویبول است که در مورد آن توضیح داده خواهد شد.

متغیر تصادفی X توزیع ویبول دارد، اگر تابع توزیع احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$f(x) = (\beta/\alpha)(x/\alpha)^{\beta-1} \exp[-(x/\alpha)^\beta] \quad (11)$$

$\alpha$  پارامتر مقیاس و  $\beta$  پارامتر شکل این توزیع است.<sup>21</sup>  $\alpha$  و  $\beta$  هر دو مثبت هستند.

میانگین و واریانس توزیع ویبول با استفاده از روابط زیر به دست می‌آید:<sup>22</sup>

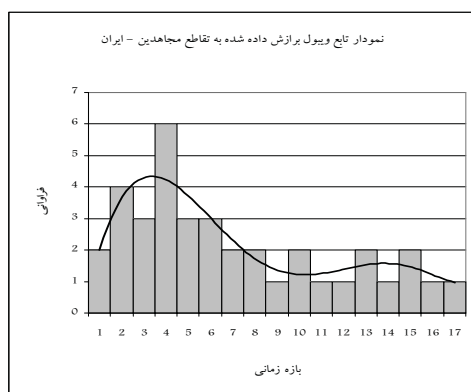
$$E(x) = \alpha \Gamma(1/\beta + 1) \quad (12)$$

$$Var(x) = \alpha^2 [\Gamma(2/\beta + 1) - [\Gamma(1/\beta + 1)]^2] \quad (13)$$

تابع توزیع تجمعی ویبول نیز عبارتست از:

$$f(x) = 1 - \exp[-(x/\alpha)^\beta] \quad (14)$$

نمودار به دست آمده برای تقاطع مجاهدین اسلام - ایران در شکل ۲ ارائه شده است. در این شکل بازه‌های زمانی ۱۰ دقیقه‌ای در نظر گرفته شده‌اند.



شکل ۲. نمودار تابع توزیع ویبول برآزش داده شده به داده‌های تقاطع مجاهدین اسلام - ایران، حرکت از شرق به غرب

۳) از آنجا که پارامتر اول تابع «ویبول» ( $\alpha$ ) به میانگین تأخیر داده‌ها بسیار نزدیک است، اگر مقدار این پارامتر دقیقاً برابر با میانگین تأخیر داده‌ها قرار داده شود، نتایج رضایت بخشی به دست می‌آید و خطای تابع تغییر چندانی نمی‌کند. مقایسه‌ای در این مورد در جدول (۶) نشان داده شده است.

در این جدول مقدار خطا در سه حالت مقایسه شده است: یکی برای تابع به دست آمده از نرم‌افزار آرنا دومی خطای به دست آمده از مساوی قرار دادن پارامتر تابع با میانگین تأخیرها و نهایتاً مقدار خطای متوسط تمام توابع برآزش داده شده. همان گونه که دیده می‌شود، خطای مربوط به تابع ویبول درکنار عامل قابل محاسبه بودن پارامتر آن بسیار مطلوب است.

جدول ۶. مقایسه خطای مدل پیشنهادی با خطای

بهترین تابع و میانگین خطای ۸ تابع

پارامتر دوم تابع ویبول	c/g	خطای مدل پیشنهادی weib (d,c/g)	میانگین خطای توابع برآزش شده	خطای توزیع ویبول ناشی از Arena	مسیر یا تقاطع
۱/۵۶	۱/۵۴	۰/۰۱۶۵	۰/۰۳۳۴	۰/۰۱۳۶	۱۱۸
۱/۵۴	۱/۵۴	۰/۰۰۶۵۴	۰/۰۳۶۲۹	۰/۰۰۵۰۸	۱۲۵
۱/۶	۱/۵۴	۰/۰۱۴۷	۰/۰۵۵۹	۰/۰۱۴۵۸	۱۲۸
۱/۴۵	۱/۵۴	۰/۰۰۸۰۱	۰/۰۲۶۵۷	۰/۰۰۶۸۶	۱۴۶
۱/۵۴	۱/۵۴	۰/۰۰۴۷۷	۰/۰۲۳۹۹	۰/۰۰۴۷۷	تقاطع ایوانک - فرحزادی
۱/۷	۱/۷۹	۰/۰۰۸۶۸	۰/۰۴۸۱	۰/۰۰۶۲۳	۲۲۷
۱/۶	۱/۷۹	۰/۰۰۹۶۶	۰/۰۱۴۹۹	۰/۰۰۶۱۲	۲۳۸
۱/۹۵	۱/۷۹	۰/۰۱۴	۰/۰۱۹۰۴	۰/۰۰۸۶۸	۲۳۶
۱/۶	۱/۷۹	۰/۰۰۵۵۹۳	۰/۰۱۹۸۲	۰/۰۰۵۵۷	۲۴۶
۱/۴	۱/۷۹	۰/۰۰۹۵۵	۰/۰۵۰۵	۰/۰۰۱۴۲۵	۲۲۸
۱/۳۵	۱/۷۹	۰/۰۴۳۸۵	۰/۰۷۶۶۱	۰/۰۴۳۲	۲۴۷
۱,۰۶	۱/۷۹	۰/۰۰۸۵۹	۰/۰۱۳۲۶	۰/۰۰۳۴۴	تقاطع شریعتی-دولت
۱/۳۹	۱/۵۵	۰/۰۰۹۱۴	۰/۰۲۲۶۸	۰/۰۰۶۲۹	۳۲۵
۱/۰۴	۱/۵۵	۰/۰۰۷۳۱۱	۰/۰۰۵۷۴	۰/۰۰۶۴۸	۳۲۸
۱	۱/۵۵	۰/۰۱۹۳	۰/۰۰۵۳۰۴	۰/۰۰۷۰۴	۳۱۷
۱/۶۵	۱/۵۵	۰/۰۰۴۳۶	۰/۰۲۲۰۱	۰/۰۰۳۵۴۲	۳۳۵
۰/۹۱	۱/۵۵	۰/۰۶۲۷	۰/۰۷۰۲	۰/۰۰۵۰۴	۳۲۷
۱/۳۱	۱/۵۵	۰/۰۰۶۰۵	۰/۰۱۲۹۴	۰/۰۰۲۵۳	تقاطع مجاهدین-ایران
۱/۳۹	۱/۲	۰/۰۱۹۳۹	۰/۰۳۴۴۵	۰/۰۱۱۹	۵۲۵
۱/۲۲	۱/۲	۰/۰۲۴۴۹	۰/۰۰۵۳۷	۰/۰۲۳۴	۵۲۸
۱/۲۲	۱/۱۹	۰/۰۰۸۵۳	۰/۰۱۵۶۷	۰/۰۰۸۳۱	۴۴۵
۱/۲۹	۱/۱۹	۰/۰۰۱۷۵	۰/۰۳۳۳۶	۰/۰۱۲۲	۴۴۶
۱/۵۱	۱/۱۹	۰/۰۳۳۶	۰/۰۲۷۲۷	۰/۰۱۰۱	۴۴۷

با توجه به نکات فوق تابع توزیع پیشنهادی برای توزیع تأخیر به صورت «Weib (d,β)» است که در آن d میانگین تأخیر

## ۵-۲-۱ تعیین پارامترهای تابع توزیع ویبول

### ۵-۲-۱-۱ تعیین $\alpha$

همان گونه که اشاره شد، اگر  $\alpha$  برابر با  $d$  (میانگین تأخیر به دست آمده از داده‌ها) باشد، نتایج رضایت‌بخشی به دست می‌آیند. بنابراین  $\alpha$  برابر با  $d$  گرفته شده است.

### ۵-۲-۱-۲ تعیین $\beta$

بررسی نمودارها نشان می‌دهد که مقدار  $\beta$  با نقطه‌ای که در آن مقدار بیشینه تابع اتفاق می‌افتد، رابطه دارد. به عبارت دیگر با افزایش مقدار  $\beta$ ، نقطه بیشینه به سمت راست حرکت می‌کند و برعکس هر چه  $\beta$  کمتر شود، نقطه بیشینه به سمت چپ جابه‌جا می‌شود. بنابراین هر چه فراوانی تأخیرها با مقادیر کم بیشتر باشد، (یعنی نقطه بیشینه در محدوده تأخیرهای با زمان کم مشاهده شود) مقدار  $\beta$  کمتر خواهد بود.

تأخیرهای با زمان کوتاه عموماً وقتی رخ می‌دهند که وسیله نقلیه در نیمه دوم سبز وارد شده باشد. بنابراین هرگاه طول زمان سبز در مقایسه با طول چرخه  $(g/c)$  طولانی‌تر باشد، نسبت وسایل نقلیه‌ای که در این بازه وارد می‌شوند بیشتر بوده و در نتیجه فراوانی تأخیرهای با مقادیر کم بیشتر است که این به معنای کمتر شدن  $\beta$  است. بنابراین می‌توان انتظار داشت که مقدار  $\beta$  با مقدار  $g/c$  رابطه عکس و در نتیجه با  $c/g$  نسبت مستقیم داشته باشد.

با این نتیجه‌گیری برای  $\beta$  مقدار  $c/g$  پیشنهاد می‌شود. نتایج ارائه شده در جدول (۶) نشان می‌دهند که این برآورد نتایجی مطلوب دارد. بنابراین مدل پیشنهادی عبارت خواهد بود از:

$$\text{Weib}(\alpha, \beta) = \text{Weib}(d, c/g) = (15) f(x) = [c/(gd)] \cdot (x/d)^{(c/g-1)} \cdot \exp[-(x/d)^{c/g}]$$

و تابع احتمال تجمعی تأخیر (احتمال این که تأخیر کمتر از  $x$  ثانیه باشد) عبارت خواهد بود از:

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - \exp[-(x/d)^{c/g}] \quad (16)$$

## ۶. خلاصه عملیات

با توجه به این که میانگین تأخیر نمی‌تواند برآورد کننده مناسبی برای مطالعه تأخیر وسایل نقلیه در یک تقاطع چراغدار باشد، تابع توزیع تأخیر مورد بررسی قرار گرفته است. تابع توزیع تأخیر

باعث می‌شود که بتوان با یک احتمال مشخص، تأخیر حاصله از هر وسیله نقلیه را مشخص کرد. برای این منظور در ۳ تقاطع چراغدار با زمان‌بندی ثابت در سطح شهر تهران، آمارگیری شد و از آن آمار تأخیر وسایل نقلیه گردآوری شد. سپس از این داده‌ها به عنوان ورودی به نرم‌افزار آرینا استفاده شد. این نرم‌افزار با مشخص کردن بازه‌هایی، فراوانی داده‌ها در این بازه‌ها را تعیین و توابع توزیع مختلفی را به داده‌ها برازش کرد. از بین توابع مختلف با توجه به معیارهایی، بهترین تابع توزیع انتخاب شد. از جمله این معیارها یکی کوچک بودن خطا و دیگری قابل محاسبه بودن پارامترهای تابع توزیع به وسیله پارامترهای ورودی مانند حجم تردد، حجم اشباع، زمان سبز و زمان چرخه است. با توجه به کلیه جوانب، تابع توزیع «ویبول» با پارامترهایی برابر با میانگین تأخیر  $(d)$  و نسبت طول چرخه به طول سبز  $(c/g)$  انتخاب شد.

## ۷. نتیجه‌گیری

بر اساس برازش توابع توزیع مختلف به داده‌های آماری تأخیر، بهترین تابع توزیعی که پارامترهایش بوسیله متغیرهای ورودی قابل بیان باشند، تابع توزیع «ویبول» تشخیص داده شده است. پارامتر اول تابع با میانگین تأخیر  $(d)$  و پارامتر دوم با نسبت طول چرخه به طول سبز  $(c/g)$  تخمین زده شده است.

## ۸. مراجع

1. Fu, L. and Bellinga, B. (2000) "Delay variability at signalized intersections", Transportation Research Record, 1710, TRB, pp. 215-221.
۲. بنکس، جری (۱۳۷۶) "شبیه‌سازی سیستم‌های گسسته-پیشامد"، ترجمه هاشم محلوجی، مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف.
3. Highway Capacity Manual (1994) "Special Report 20", Washington D.C. National Research Council, pp. 9-30.
4. Roupail, M., N. (1995) "Traffic flow at signalized intersections", Proceedings of the Annual Meeting of ITS America, Vol.1, Washington, D.C.
۵. شهپر، امیرحسین (۱۳۸۱) "تابع تأخیر در تقاطع‌های بدون چراغ"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، گرایش مهندسی و

پانویس ها

برنامه ریزی حمل و نقل، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه

صنعتی شریف.

- 1- Intelligent Transportation Systems
- 2 - Route Guidance Systems
- 3 - Advanced Traffic Management Systems
- 4 - Uniform delay
- 5 - Overflow delay
- 6 - Random delay
- 7 - Webster
- 8 - Kimber
- 9 - Hollis
- 10- Akcelik
- 11- Teply
- 12 - Roupail
- 13 - Fu
- 14- Olszcwski
- 15- Colyar
- 16- Level-of-service
- 17- Bimodal
- 18- Liu
- 19- Arena
- 20 -Discrete

6. Olszewski, P.,O. (1994) "Modeling probability distribution of delay at signalized intersections", Journal of Advanced Transportation, Vol. 28, No.3.
7. Colyar, J., D., and Roupail, M. N. (2003) "Measured distribution of control delay on a signalized arterials", Transportation Research Board, Washington, D.C.
8. Liu, H., X. (2000) "An analytical dynamic traffic assignment model with probabilistic travel time and traveler's perception", Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Symposium on Transportation and Traffic Theory, London.
9. Chung, C., A. (2003) "Simulation modeling handbook; a practical approach", CRC Press.

۲۱- البته در حالت کلی، توزیع ویبول پارامتر دیگری بنام پارامتر موقعیت نیز دارد که در مدل مورد نظر این مطالعه برابر صفر است.

۲۲- تابع  $\Gamma$  (گاما) به صورت زیر تعریف می شود: [۲]

$$\Gamma(\beta) = \int_0^x x^{(\beta-1)} e^{(-x)} dx$$



# Evaluation of Probability Distribution Function of Delay at Signalized Intersections

*H. Nassiri, Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran*

*R. Mohagheghzadeh, Graduate, Department of Civil Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran  
E-mail:nassiri@sharif.edu*

## ABSTRACT

Accurate estimation of delay is difficult because of the randomness of traffic flow and large number of factors affecting intersection capacity. Existing delay models provide only approximated point of estimates of signalized intersections. Identification and evaluation of probability distribution of delay can be beneficial in understanding the nature of its variability at signalized intersections. In this study travel time delay data at three per-timed signalized intersections in Tehran, Iran were evaluated. The main purpose of this research is to present a delay distribution prediction model based on the data collected at some signalized intersections in Tehran. For this purpose the following steps have been taken:

1. Literature reviews on queuing theory and existing delay models, well as well as theoretical support for the study.
2. Sampling and data collection regarding delay of vehicles in some fixed time signalized intersections in Tehran.
3. Determination of delay distribution functions by existing vehicles delays values obtained from the data. For this purpose the frequency of delays (data) in various intervals was calculated and then, based on the obtained histogram of the data, a few distribution functions (i.e. Weibull, Gamma, Beta, Normal, Erlong, Triangular, Exponential and Uniform) were fitted to this data and consequently the best delay distribution function was obtained.
4. Presentation of a model for predicting the delay time in some signalized intersections in Tehran.

Hence, delay probability distribution functions were developed for each signalized intersection using Arena simulation software. Results of simulation show that Weibull distribution function provided better fits for delay data at all three intersections. The two parameters of this distribution were estimated by "average delay" and "g/c" ratio.

**Keywords:** Intersections, signalized, delay, distribution