

بهینه‌سازی دوهدفه زمانبندی حرکت قطارها و تخصیص لکوموتیو

مسعود یقینی، دانشیار، دانشکده راه‌آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
عباس احمدپور*، دانش آموخته کارشناسی، کارشناس بازاریابی و حمل و نقل داخلی، شرکت حمل و نقل ریلی رجا، تهران، ایران و کارشناس ارشد حمل و نقل ریلی، دانشکده راه‌آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: a.ahmadpour66@yahoo.com

دریافت: ۱۳۹۶/۰۶/۱۴ - پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۱۵

صفحه ۸۵-۹۶

چکیده

زمانبندی حرکت قطارها یکی از مهمترین مسائل برنامه ریزی در حمل و نقل ریلی محسوب می‌شود. هدف از این مساله تعیین یک برنامه زمانی موجه برای حرکت قطارها با توجه به محدودیت‌های عملیاتی می باشد. از موارد دیگری که در برنامه ریزی حرکت قطارها بایستی مورد توجه قرار گیرد، استفاده بهینه از لکوموتیوهای موجود می‌باشد. در این مقاله یک مدل ریاضی جدید برای زمانبندی حرکت قطارها و تخصیص بهینه لکوموتیوهای موجود ارایه شده است. در این مدل ریاضی، از رویکرد زمانبندی کار کارگاهی و با هدف کمینه‌سازی دامنه عملیات یا طول افق زمانی برای زمانبندی حرکت قطارها استفاده شده و کمینه‌کردن تعداد لکوموتیوهای به کار گرفته شده به عنوان هدف دوم به مدل ریاضی افزوده شده است. برای تحلیل مدل دوهدفه حاصل، از روش تصمیم‌گیری مرز پارتو بهره گرفته شده است. نتایج مسائل آزمایشی، نشان دهنده کارایی مدل ریاضی ارایه شده می باشد.

واژه‌های کلیدی: زمانبندی حرکت قطارها، تخصیص لکوموتیو، زمانبندی کار کارگاهی، تصمیم‌گیری چندهدفه

۱- مقدمه

حتی کوچکترین بهبود در فرآیندهای تصمیم‌گیری می تواند منجر به صرفه‌جویی‌های اقتصادی فراوان شود. زمانبندی حرکت قطارها به نوعی مهمترین مساله در برنامه‌ریزی حمل و نقل ریلی محسوب می شود. برنامه‌ریزی زمانبندی حرکت قطارها نقش مهمی در استفاده از امکانات موجود، تعیین ظرفیت خطوط و خدمات ارائه شده دارد. زمانبندی بهتر باعث صرفه‌جویی در هزینه‌ها و حمل بار و قطارها در ایستگاه‌های مبدا و مقصد است. لکوموتیوهای نیروی کشش شبکه را تأمین و قطارها را جابه‌جا می‌نمایند. بایستی برنامه زمانی را به نحوی تهیه کرد که حداقل لکوموتیو، مورد استفاده قرار گیرد. بنابراین یکی از شاخص‌های ارزیابی یک برنامه زمانی حرکت قطارها، میانگین مسافت طی شده

صنعت حمل و نقل ریلی از روش‌های اصلی حمل و نقل بوده و نقش بسیار مهمی در جابه‌جایی کالا و مسافر ایفا می‌کند. از مزایای حمل و نقل ریلی می‌توان به صرفه‌جویی در مصرف انرژی، توانایی حمل کالا و مسافر در مقیاس بالا و سازگاری با محیط‌زیست اشاره کرد. با توجه به زیرساخت‌ها و ماشین‌آلات گران‌قیمت ریلی، استفاده صحیح از تجهیزات موجود راه‌آهن از اهمیت خاصی برخوردار است و مسافر بیشتر با امکانات موجود خواهد شد. لذا اکثر کشورهای پیشرفته دنیا بهبود زمانبندی حرکت قطارها را در اولویت برنامه‌های خود برای افزایش ظرفیت شبکه ریلی قرار داده‌اند. یکی از مواردی که بایستی در برنامه‌ریزی حرکت قطارها مورد توجه قرار گیرد، تخصیص لکوموتیو

در نهایت بخش ۶ شامل نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی برای مطالعات آتی می‌شود.

۲- پیشینه تحقیق

در سال ۱۹۷۳، اشپیگل یکی از اولین مطالعات را در زمانبندی حرکت قطارها انجام داد. از سوی دیگر او نخستین فردی بود که به شباهت مساله زمانبندی کار کارگاهی و زمانبندی حرکت قطارها پی برد. وی به منظور زمانبندی مسیرهای تک خطه در برزیل از مدل زمانبندی کار کارگاهی با هدف کاهش مجموع وزنی زمان سفر قطارها استفاده کرد و مساله حاصل را با استفاده از الگوریتم شاخه و کران حل نمود (Szipigel, 1973).

از آنجا که مساله زمانبندی حرکت قطارها از حوزه‌های مورد توجه در برنامه‌ریزی حمل و نقل می‌باشد، تاکنون تلاش‌های متعددی جهت مدل‌سازی و حل مساله مذکور صورت گرفته است. مقالات ارائه شده در این حیطه در سال ۱۹۸۰ و سال ۱۹۹۸ مرور گردیده است (Assad, 1980; Cordeau et al., 1998). در ادامه تعدادی از مهمترین مطالعات صورت گرفته در زمانبندی حرکت قطارها بیان می‌گردد. پژوهش‌های صورت گرفته در زمانبندی حرکت قطارها را می‌توان به دو دسته کلی زمانبندی پایه یا اولیه و زمانبندی مجدد تقسیم بندی کرد. روند کلی بدین ترتیب است که ابتدا یک زمانبندی پایه طراحی می‌شود. زمانبندی پایه طراحی شده ممکن است دارای تعدادی ناسازگاری باشد. زمانی که در یک بلاک بیش از یک قطار وجود داشته باشد و یا تعداد قطارهای موجود در نقاط عبوری از ظرفیت آنها تجاوز کند، ناسازگاری به وجود می‌آید. به منظور از بین بردن ناسازگاری موجود در جدول زمانبندی مطلوب، باید قطارها مجدداً زمانبندی شوند. همچنین ممکن است در زمان اجرا نمودن زمانبندی پایه، مشکلاتی مانند خرابی تجهیزات، شرایط بد آب و هوایی، تصادف و تاخیر در پیاده و سوار شدن مسافران به وجود آید. چنین اتفاقاتی موجب می‌شوند که اجرای دقیق زمانبندی پایه صورت نگرفته و نیاز به زمانبندی مجدد باشد.

لکوموتیوها می‌باشد. این شاخص از تقسیم مجموع مسافت طی شده توسط لکوموتیوها بر تعداد لکوموتیوهای مورد استفاده به دست می‌آید (یقینی و لسان، ۱۳۸۹).

شکل ۱)، دو حالت متفاوت را برای اعزام قطارها نشان می‌دهد. با وجود طول افق زمانی یکسان برنامه‌ریزی، در حالت اول به چهار لکوموتیو برای جابه‌جایی قطارها نیاز است در صورتی که در حالت دوم این تعداد به یک می‌رسد. در برنامه‌ریزی حمل و نقل ریلی، برنامه‌ریزی و تخصیص لکوموتیو یکی از چالش‌های پیش روی برنامه‌ریزان است. در ادبیات موضوع این مساله با عناوین متفاوتی نظیر زمانبندی لکوموتیو، تخصیص لکوموتیو و برنامه‌ریزی نیروی کشش ارایه شده است. این مساله به دنبال تخصیص مجموعه‌ای از لکوموتیوها به قطارهای برنامه‌ریزی شده می‌باشد. مقالات ارائه شده در زمینه تخصیص لکوموتیو توسط پیو و اسپرانزا تا سال ۲۰۱۳ مرور شده است (Piu and Speranza, 2013). با توجه به کمبود لکوموتیو در کشور و هزینه‌های بالا برای سرمایه‌گذاری جدید در این بخش، استفاده بهینه از لکوموتیوهای موجود اهمیتی مضاعف می‌یابد. در صورت یکپارچه‌سازی مسائل زمانبندی حرکت قطارها و تخصیص لکوموتیو می‌توان از جابه‌جایی غیر ضروری لکوموتیوها در شبکه جلوگیری کرده که این امر در کاهش هزینه خدمات حمل و نقل ریلی تاثیر بسزایی دارد.

با در نظر گرفتن کمینه‌سازی لکوموتیوها به عنوان تابع هدف در مساله زمانبندی حرکت قطارها، مدل ریاضی حاصل به یک مدل ریاضی دوهدفه تبدیل می‌شود که دارای تابع هدفی از جنس زمان و تابع هدف دیگری از جنس لکوموتیو می‌باشد. نوآوری این تحقیق در ارائه یک مدل دوهدفه زمانبندی حرکت قطارها بر اساس زمانبندی کار کارگاهی و با اهداف کمینه کردن طول افق زمانبندی (C_{max}) و تعداد لکوموتیوهای مورد استفاده می‌باشد. سازمان دهی این مقاله بدین ترتیب است: در بخش ۲ ادبیات موضوع زمانبندی حرکت قطارها بیان شده و در بخش ۳ مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح پیشنهادی ارائه می‌شود. بخش ۴ به شرح روش مرز پارتو برای تصمیم‌گیری چند معیاره اختصاص یافته است. در بخش ۵ تعدادی مسائل آزمایشی و نتایج آنها آورده شده و

۱-۲- زمانبندی مجدد

الیویرا و اسمیت به منظور زمانبندی مجدد در یک شبکه تک‌خطه از روش زمانبندی کار کارگاهی بهره‌جستند. آنها یک جدول زمانبندی مطلوب را به عنوان ورودی مدل در اختیار داشتند. به منظور از بین بردن ناسازگاری موجود در جدول زمانبندی مطلوب، باید قطارها مجدداً زمانبندی شده و یک زمان اعزام جدید برای یکی از قطارهای ناسازگار انتخاب شود. لذا برای هرچه نزدیک‌تر شدن زمانبندی جدید به زمانبندی مطلوب، تابع هدف به گونه‌ای انتخاب شده است که میزان تاخیرات کل کمینه شود (Oliveira and Smith, 2000). دی‌آریانو و همکاران برای به دست آوردن یک جدول زمانبندی بدون ناسازگاری از مدل زمانبندی کار کارگاهی و گراف جایگزین استفاده کرده و با کمینه کردن تاخیرات ثانویه برای تمام قطارهای در نظر گرفته شده، محدودیت‌های عدم وجود فضای حائل را لحاظ کردند (D'ariano et al., 2007).

۲-۲- زمانبندی پایه

هیگینز و همکاران مساله زمانبندی حرکت قطارها را در یک مسیر تک‌خطه و دوجته با هدف کاهش مجموع وزنی تاخیرات بررسی کردند. این مدل، از مدل‌های مهم موجود در راه‌آهن است (Higgins et al., 1997). پاسیاری و پرازانو با معرفی یک الگوریتم جستجوی ممنوع (TS) و با بهره‌گیری از گراف جایگزین که بسطی از گراف انفصال کلاسیک می‌باشد، مساله زمانبندی حرکت قطارها را با هدف کمینه کردن بیشینه تاخیرات حل نمودند (Pacciarelli and Pranzo, 2001). قصیری و همکاران یک مدل دوهدفه برای زمانبندی حرکت قطارها ارائه نمودند. دو هدف مورد مطالعه آن‌ها کاهش هزینه مصرف سوخت و کاهش زمان کل سفر بود. آنها برای حل مدل پیشنهادی از روش تصمیم‌گیری مرز پارتو بهره‌جستند. روش حل استفاده شده برای مدل بدین صورت بود که ابتدا مرز دقیق پارتو را برای مدل به دست آورده و سپس با استفاده از معیارهای نزدیکی به یافتن جواب بهینه پرداختند (Ghoseiri et al., 2004).

ژو و ژانگ برای مسیرهای دوخطه، دو هدف زمان توقف قطارهای پرسرعت و کل زمان سفر قطارهای پرسرعت و با

سرعت متوسط را مورد تحلیل قرار دادند. در این تحقیق، تفرانسی برای زمان شروع به حرکت قطارها از ایستگاه مبدا در نظر گرفته شده است. محدودیت‌های ترمز و شتاب‌گیری نیز مورد توجه قرار گرفته است (Zhou and Zhang, 2005). لیو و کوزان حرکت قطارها را به صورت یک مساله زمانبندی کار کارگاهی با ماشین‌های موازی و محدودیت‌های بلاک‌کننده در گراف جایگزین مدل کردند. شبکه مورد بررسی ترکیبی از خطوط تک‌خطه و چندخطه است و این مسیرها دوجته هستند (Liu and Kozan, 2009). همین نویسندگان مساله زمانبندی حرکت قطارها را در حالتی مورد توجه قرار دادند که قطارهای دارای اولویت و فاقد اولویت به طور همزمان در شبکه‌ای یک‌خطه تردد می‌کنند. آنها برای قطارهای با اولویت بالا محدودیت‌های عدم توقف را منظور نمودند (Liu and Kozan, 2011). یقینی و محمدزاده یک مدل ریاضی برای زمانبندی قطارهای مسافری محورهای دوخطه و با هدف کمینه کردن مجموع تاخیرات قطارها ارائه کردند. در مدل ارائه شده، بهترین ایستگاه به منظور توقف برای ادای فریضه نماز انتخاب می‌شود (یقینی و محمدزاده، ۱۳۹۰).

نایبی و کیانفر مساله زمانبندی حرکت قطارها را در مسیرهای دوخطه و تک‌جته مورد توجه قرار دادند. با فرض مستقل بودن خطوط رفت و برگشت می‌توان مساله را به صورت حالت خاصی از جریان کارگاهی منعطف در نظر گرفت. همچنین، در این تحقیق محدودیت‌های توقف قطارها جهت فریضه نماز برای راه‌آهن ایران مورد توجه قرار گرفته است (نایبی و کیانفر، ۱۳۹۱).

۳- مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح پیشنهادی

حرکت قطارها در طول شبکه بر اساس زمانبندی‌های انجام شده صورت می‌گیرد. این زمانبندی شامل حرکت قطارها از ایستگاه مبدا، ورود به ایستگاه‌های بین‌راهی و خروج از آنها، زمان توقف در ایستگاه‌ها و زمان رسیدن به ایستگاه مقصد می‌باشد (یقینی و لسان، ۱۳۸۹). یکی از مواردی که به ویژه طی سالیان اخیر بدان توجه شده است، مدل‌سازی و حل مساله زمانبندی حرکت قطارها با بهره‌گیری از چارچوب مساله زمانبندی کار کارگاهی می‌باشد. مساله زمانبندی کار کارگاهی عمومی‌ترین حالت از مسائل زمانبندی کلاسیک و

یکی از مهمترین مسائل در حوزه تحقیق در عملیات می باشد و می تواند به عنوان نقطه شروعی برای مدل های کاربردی مرتبط تلقی شود. بدین منظور، ابتدا شبکه ریلی به قطعه های خط یا بلاک ها تقسیم می شود. هر سفر قطار از مبدا به مقصد به عنوان یک کار تعریف شده و قطعه های خط یا بلاک ها و سکوی ایستگاه ها به عنوان منابع یا ماشین ها در نظر گرفته می شوند. طی نمودن هر یک از بلاک ها در مسیر سفر و حضور در سکوها جهت توقفات برنامه ریزی شده از قبیل پیاده و سوار شدن مسافران و جابه جایی خدمه را می توان با انجام یک عملیات در مساله زمان بندی کار کارگاهی معادل سازی نمود. زمان های عملیات برابر با زمان مورد نیاز برای عبور از بلاک ها و توقفات برنامه ریزی شده در سکوها می باشند. از آنجا که در هر زمان تنها یک قطار می تواند در هر بلاک حضور داشته باشد، در صورت اشغال بودن بلاک، قطار بعدی باید تا آزاد شدن آن بلاک منتظر بماند. فرضیات مدل پیشنهادی را می توان به صورت موارد زیر خلاصه کرد:

- زمان سیر قطارها در بلاک ها ثابت در نظر گرفته شده است.

- بلاک ها همواره در دسترس هستند.
 - تمامی لکوموتیوها یکسان بوده و هر قطار توسط یک لکوموتیو کشیده می شود.
 - تنها قطارهای دارای مبادی و مقاصد یکسان، می توانند تبادل لکوموتیو داشته باشند.
- در ابتدا نمادهای استفاده شده در مدل پیشنهادی شرح داده می شود.

n : تعداد قطار

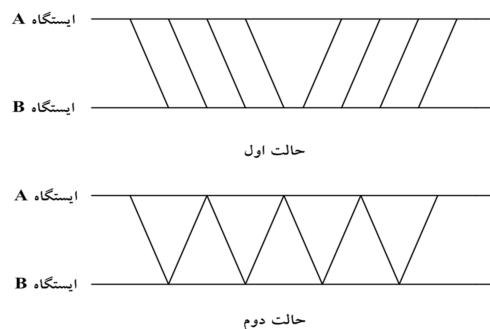
- i : اندیس قطارها
 $Orig(i)$: مبدا قطار i
 $Dest(i)$: مقصد قطار i
 j : اندیس بلاک ها و سکوها
 n_i : تعداد منابع مورد استفاده قطار i
 E_i : زودترین زمان اعزام قطار i
 L_i : دیرترین زمان اعزام قطار i
 μ_i : حداکثر توقف غیربرنامه ای قطار i در ایستگاه
 O_{ij} : عملیات استفاده قطار i از j زمین منبع
 P_{ij} : مدت زمان استفاده قطار i از j زمین منبع
 m_{ij} : منبع مورد استفاده در عملیات O_{ij}
 M : یک عدد مثبت بزرگ
 C_{max} : دامنه عملیات

S_{ij} : متغیر پیوسته که زمان شروع استفاده قطار i از j زمین منبع را نشان می دهد.

$y_{i'j,ij'}$: این متغیر باینری برابر یک می شود، اگر قطار i پیش از قطار i' ، از منبع مشترک مورد استفاده در عملیات های O_{ij} و $O_{i'j'}$ بهره برداری کند و در غیر این صورت برابر صفر می شود.

l_{oco_i} : این متغیر باینری برابر یک می شود، اگر قطار i از لکوموتیو قطار i' استفاده کند و در غیر این صورت برابر صفر می شود.

مدل ریاضی پیشنهادی، با روابط (۱) تا (۱۲) بیان شده است.



شکل ۱. در نظر گرفتن تعداد لکوموتیو در زمان بندی حرکت قطار

$Min \varphi_1 = C_{\max}$	(۱)
$Min \varphi_2 = (n - \sum_i \sum_{i'} loco_{i i'})$	(۲)
$\forall i, i' (i \neq i') \quad s.t. Dest(i') = Orig(i)$	
subject to	
$E_i \leq s_{i1} \leq L_i \quad i = 1, \dots, n$	(۳)
$s_{i(j+1)} \geq s_{ij} + p_{ij} \quad i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n_i - 1$	(۴)
$s_{ij} + M y_{ij, i' j'} \geq s_{i' j'} + p_{i' j'}$	(۵)
$\forall O_{ij}, O_{i' j'} (O_{ij} \neq O_{i' j'}) \quad s.t. m_{ij} = m_{i' j'}$	
$s_{i' j'} + M (1 - y_{ij, i' j'}) \geq s_{ij} + p_{ij}$	(۶)
$\forall O_{ij}, O_{i' j'} (O_{ij} \neq O_{i' j'}) \quad s.t. m_{ij} = m_{i' j'}$	
$s_{i1} + M (1 - loco_{i i'}) \geq s_{i n_i} + p_{i n_i}$	(۷)
$\forall i, i' (i \neq i') \quad s.t. Dest(i') = Orig(i)$	
$s_{i(j+1)} - (s_{ij} + p_{ij}) \leq \mu_i$	(۸)
$i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n_i - 1$	
$\sum_i loco_{i i'} \leq 1$	(۹)
$\forall i, i' (i \neq i') \quad s.t. Dest(i') = Orig(i)$	
$\sum_{i'} loco_{i i'} \leq 1$	(۱۰)
$\forall i, i' (i \neq i') \quad s.t. Dest(i') = Orig(i)$	
$C_{\max} \geq s_{i n_i} + p_{i n_i} \quad i = 1, \dots, n$	(۱۱)
$C_{\max} \geq 0, y_{ij, i' j'}, loco_{i i'} \in \{0, 1\}$	(۱۲)

رابطه (۲) تابع هدف دوم مساله را که کمینه سازی تعداد لکوموتیوهای مورد استفاده است، نمایش می دهد. کمینه کردن تعداد لکوموتیوهای مورد استفاده معادل است با بیشینه کردن تعداد قطارهایی که با لکوموتیو یکسان حمل می شوند. در صورتی که مقصد قطار i' و مبدا قطار i یکسان باشد، قطار i می تواند از لکوموتیو قطار i' استفاده کند. رابطه (۳) برای کنترل زمان حرکت قطارها از مبدا به کار رفته و یک حد بالا و پایین را برای اعزام قطارها در نظر می گیرد. معادله (۴) جهت کنترل زمان سیر قطارها و زمان

رابطه (۱) تابع هدف اول مساله را که کمینه سازی دامنه عملیات است، نشان می دهد. در مساله زمانبندی کار کارگاهی دامنه عملیات، همواره به عنوان مهمترین معیار عملکرد در ادبیات موضوع مورد توجه قرار گرفته است. به همین دلیل و با توجه به رویکرد مدل سازی صورت گرفته، در این تحقیق نیز این معیار به عنوان هدف در نظر گرفته شده است. به کمک این تابع هدف می توان از حداکثر ظرفیت شبکه استفاده نمود.

۴- حل مدل بهینه‌سازی دوهدفه با استفاده از

روش مرز پارتو

فرم کلی مدل‌های ریاضی دوهدفه به صورت رابطه زیر است:

$$\text{Min } F(\underline{x}) = \begin{cases} \varphi_1(\underline{x}) \\ \varphi_2(\underline{x}) \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{s.t. } \underline{x} \in X$$

در این فرمول \underline{x} یک بردار n بعدی تصمیم‌گیری شامل متغیرهای باینری و پیوسته و $F(\underline{x})$ بردار تصمیم‌گیری دوهدفی است. $\varphi_1(\underline{x})$ و $\varphi_2(\underline{x})$ اولین و دومین تابع هدف و X به معنی مجموعه فضای شدنی است که با محدودیت‌های مساوی و نامساوی مشخص می‌گردد. در مورد اهداف متناقض مفهوم بهینگی با بهینگی پارتو جایگزین می‌شود. در مدل ریاضی ارائه شده در قسمت پیش نیز، اهداف مورد نظر (کمینه‌سازی طول افق زمانبندی و تعداد لکوموتیوهای مورد استفاده) به صورت متناقض عمل می‌کنند. به صورتی که با کاهش یکی، دیگری افزایش نشان می‌دهد. نقطه a از \underline{x}^* بهینگی پارتو را نشان می‌دهد اگر و تنها اگر در مساله هیچ \underline{x} که $[\varphi_i(\underline{x}) \leq \varphi_i(\underline{x}^*)]$ برای $i = 1, 2$ به صورت مرز پارتو باشد، وجود نداشته باشد. تصمیم‌گیرندگان معمولاً یک راه‌حل پارتوی ویژه را بر اساس اولویت اطلاعات در مورد اهداف انتخاب می‌کنند. بنابراین راه‌حل مساله را می‌توان به دو مرحله تقسیم نمود. ابتدا مرز پارتو تعیین شده و سپس براساس مرز پارتو به دست آمده بهینه‌سازی چندهدفه انجام می‌شود.

برای تعیین مرز پارتو می‌توان از روش محدودیت \mathcal{E} ، استفاده نمود. دلیل استفاده از این روش، سادگی به کارگیری آن می‌باشد. در این روش ابتدا باید یکی از توابع هدف را به محدودیت تبدیل نمود و سپس آن محدودیت را کوچکتر یا مساوی مقدار \mathcal{E} قرار داد.

$$\text{Min } F(\underline{x}) = \varphi_1(\underline{x})$$

$$\text{s.t. } \varphi_2(\underline{x}) \leq \mathcal{E}$$

$$\underline{x} \in X \quad (14)$$

با توجه به گسسته و محدود بودن دامنه تغییرات در تعداد لکوموتیوهای مورد استفاده، این تابع هدف برای تبدیل به محدودیت \mathcal{E} انتخاب شده است.

توقف‌های برنامه‌ای در ایستگاه‌ها به کار می‌رود. همچنین به کمک این محدودیت اطمینان حاصل می‌کنیم، قطارها بلاک-ها و سکویهای مورد استفاده را به ترتیبی که در مسیر آن وجود دارد، طی می‌کنند. محدودیت (۵) و (۶) از حضور همزمان قطارها در یک بلاک و یا در یک سکو به منظور توقف برنامه‌ای جلوگیری می‌کنند. از میان این دو محدودیت، همواره یک محدودیت فعال می‌شود. با توجه به رابطه (۷) در صورتی که زمان اعزام قطار i ، پیش از اتمام سفر قطار i' باشد، قطار i نمی‌تواند از لکوموتیو قطار i' استفاده کند و در نتیجه مقدار متغیر $loco_{i'}$ برابر صفر خواهد شد. در غیر این صورت در حالتی که زمان اعزام قطار i پس از اتمام سفر قطار i' باشد، مقدار متغیر $loco_{i'}$ می‌تواند مقادیر صفر و یا یک را به خود اختصاص دهد. بدیهی است، تابع هدف دوم مساله، سعی در یک کردن مقدار متغیر $loco_{i'}$ دارد تا بدین ترتیب لکوموتیوهای مشترک مورد استفاده را افزایش دهد. در رابطه (۸) با استفاده از پارامتر μ_i می‌توان حداکثر توقف غیربرنامه‌ای قطار i در ایستگاه‌ها را کنترل نمود. هرچه میزان μ_i کمتر باشد، نشان دهنده میزان اهمیت بیشتر قطار i می‌باشد به عنوان مثال برای قطارهای مسافری سریع‌السير می‌توان این میزان را برابر صفر قرار داد تا از توقفات غیربرنامه‌ای در ایستگاه جلوگیری شود. این حالت از مساله یادآور وجود محدودیت‌های عدم توقف در مساله زمانبندی کار کارگاهی می‌باشد.

معادلات (۹) و (۱۰) باعث کنترل تخصیص لکوموتیو به قطارها می‌گردد. در رابطه (۹) هر قطار در مبداء خود فقط از یک قطار که مقصد آن در همان ایستگاه باشد، می‌تواند لکوموتیو دریافت نماید. با توجه به محدودیت (۱۰) نیز هر قطار در مقصد خود فقط به یک قطار که مبداء آن همان ایستگاه باشد، می‌تواند لکوموتیو تخصیص دهد. رابطه (۱۱) برای محاسبه تابع هدف دامنه عملیات استفاده شده و رابطه (۱۲) حدود متغیرهای تصمیم مساله را تعیین می‌کند. در ادامه روش حل مدل پیشنهادی شرح داده می‌شود.

ضرایب C_1 و C_2 بر حسب نظر مدیران تعیین می‌شود و میزان اهمیت توابع هدف را نسبت به هم نشان می‌دهد.

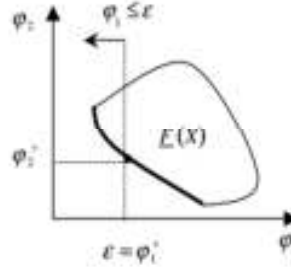
۵- نتایج محاسباتی

به منظور ارزیابی مدل ریاضی ارائه شده در این بخش تعدادی مساله آزمایشی طراحی گردیده و مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. برای مدل سازی ریاضی مساله از زبان برنامه‌نویسی جاوا بهره گرفته شده و مسائل به کمک موتور حل قدرتمند CPLEX12 حل گردیده است. رایانه استفاده شده برای انجام محاسبات دارای پردازنده مرکزی با سرعت 2.50 GHz و حافظه اصلی 4.00 GB بوده است.

در ابتدا یکی از مسائل آزمایشی به طور کامل تشریح می‌شود. این مساله شامل یک شبکه مستقیم و تک‌خطه با ۸ قطار و ۵ ایستگاه می‌باشد. زمان سیر تمامی قطارها در کلیه بلاک‌ها برابر ۱۰ دقیقه در نظر گرفته شده است. همچنین قطارها در ایستگاه‌های بین راهی به مدت ۲ دقیقه، توقف برنامه‌ای دارند. تعداد قطارهای رفت و برگشت برای هرکدام از مبادی و مقاصد در مسائل آزمایشی برابر می‌باشد. به عنوان مثال در جدول یک را دارد.

تعداد قطارها بین مبدا ۱ و مقصد ۵ برابر ۴ قطار می‌باشد. این بدین معنی است که ۲ قطار رفت از ایستگاه ۱ به ۵ و ۲ قطار برگشت از ایستگاه ۵ به ۱ وجود دارد. حداکثر زمان توقف غیربرنامه‌ای قطارها در ایستگاه‌ها نیز ۲ دقیقه فرض می‌شود.

سپس \mathcal{E} را به عنوان یک پارامتر در نظر گرفته و با تغییر نظام‌مند \mathcal{E} در روش بهینه‌سازی به یافتن مرز پارتو می‌پردازیم. برای یافتن مرز پارتو باید کلیه نقاط (φ_1, φ_2) را رسم نماییم. نمودار حاصله مرز پارتو نام دارد (شکل ۲).



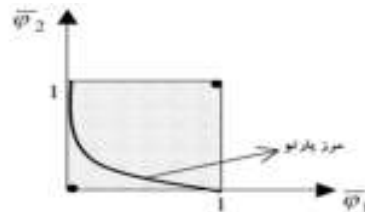
شکل ۲. فضای جواب و مرز پارتو، قصیری و همکاران (۲۰۰۴)

برای تجزیه و تحلیل مرز پارتو باید عملیات نرمال‌سازی را نیز انجام داد. برای این کار می‌توان از دو رابطه (۱۵) و (۱۶) استفاده نمود.

$$\bar{\varphi}_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_{1\min}}{\varphi_{1\max} - \varphi_{1\min}} \in [0, 1] \quad (15)$$

$$\bar{\varphi}_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_{2\min}}{\varphi_{2\max} - \varphi_{2\min}} \in [0, 1] \quad (16)$$

سپس بر اساس مقادیر $(\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2)$ یک مرز پارتو جدید رسم نمود (شکل ۳).



شکل ۳. تعیین مرز پارتو، قصیری و همکاران (۲۰۰۴)

جهت تصمیم‌گیری برای یافتن نقطه بهینه می‌توان از روش‌های مختلفی استفاده نمود. در این مقاله، از رابطه (۱۷) برای یافتن نقطه بهینه استفاده شده است.

$$\text{Min } c_1 \bar{\varphi}_1 + c_2 \bar{\varphi}_2 \quad (17)$$

جدول ۱. اطلاعات مساله نمونه

تعداد قطارها با توجه به مبدا و مقصد		تعداد قطار	تعداد ایستگاه
۵-۱	۳-۱		
۴	۴		

برای حل مدل و تعیین مرز پارتو به روش محدودیت \mathcal{E} ، بایستی ابتدا تابع هدف لکوموتیو به شکل محدودیت به سایر محدودیت‌های مساله اضافه گردد. لذا رابطه (۲) به رابطه (۱۸) تبدیل می شود.

$$\text{Min } z_2 = (n - \sum_i \sum_{i'} loco_{i i'}) \quad (2)$$

$$\downarrow$$

$$(n - \sum_i \sum_{i'} loco_{i i'}) \leq \mathcal{E} \quad (18)$$

در رابطه (۱۸)، \mathcal{E} ، تعداد لکوموتیوهای مورد استفاده می باشد. بنابراین حداقل \mathcal{E} با توجه به حداکثر تعداد لکوموتیوهای مشترک متغیر است. مقدار حداکثر تعداد

لکوموتیوهای مشترک با توجه به اطلاعات مبادی و مقاصد قطارها مشخص می گردد. پس از اضافه شدن رابطه (۱۸) به سایر محدودیت‌های مساله و با تابع هدف کمینه‌سازی دامنه عملیات، مساله حل می شود.

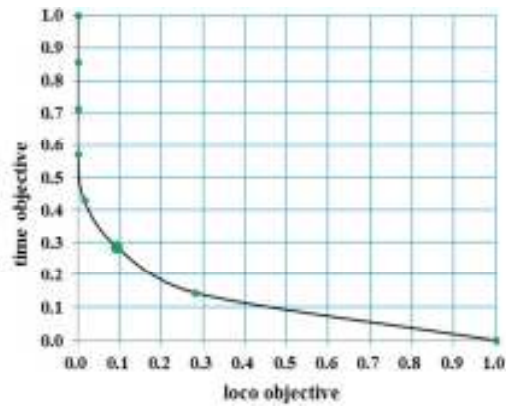
در مثال ذکر شده با توجه به مبادی و مقاصد قطارها، کلیه قطارها می توانند توسط یک لکوموتیو حمل شوند. بنابراین با توجه به وجود ۸ قطار، \mathcal{E} مقادیری بین ۱ تا ۸ را اختیار می کند. برای به دست آوردن مرز پارتو زیرمساله‌هایی با مقادیر متفاوت \mathcal{E} به صورت جداگانه حل می شوند.

جدول ۲. نتایج حل مساله نمونه

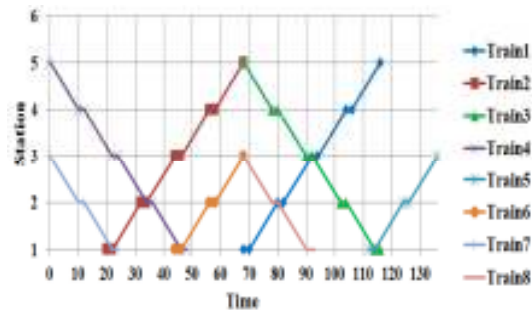
تعداد لکوموتیوهای مورد استفاده (\mathcal{E})	C_{max}	زمان حل (ثانیه)
۸	۱۱۲	۷
۷	۱۱۲	۸
۶	۱۱۲	۷
۵	۱۱۲	۵
۴	۱۱۶	۱
۳	۱۳۶	۲
۲	۱۸۴	۲
۱	۳۶۸	۲

در جدول ۲ آمده است که، با کاهش تعداد لکوموتیوهای مشترک تا مقدار ۵ عدد، میزان دامنه عملیات افزایش نشان نداده اما پس از آن، مقدار C_{max} با افزایش همراه است. پس از حل این زیر مسائل اکنون بایستی به رسم نمودار پارتو بپردازیم. بدین منظور، ابتدا مقادیر \mathcal{E} و C_{max} به کمک رابطه های (۱۵) و (۱۶) نرمال می شود. شکل ۴، مرز

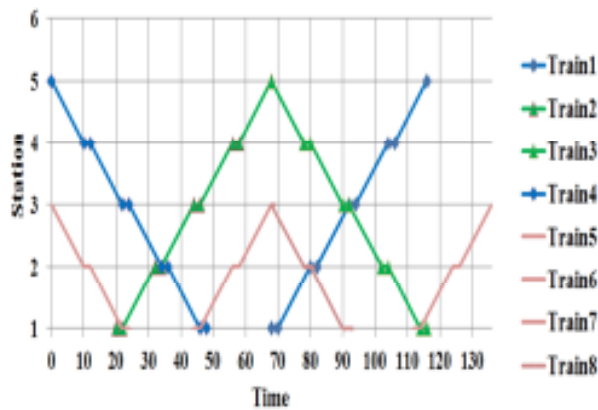
پارتو را با توجه به مقادیر نرمال سازی شده \mathcal{E} و C_{max} را نشان می دهد.



شکل ۴. مرز پارتو مساله نمونه



شکل ۵. گراف بهینه حرکت قطارها برای مساله نمونه



شکل ۶. گراف بهینه حرکت قطارها برای مساله نمونه به تفکیک لکوموتیو

با توجه به نظر مدیران راه‌آهنی و عواملی همچون ترافیک شبکه و تعداد لکوموتیوها، تعیین شود. پس از محاسبه مجموع وزنی مقادیر نرمال شده توابع هدف، نقطه $(C_{max} = 136, \varepsilon = 3)$ به عنوان نقطه بهینه انتخاب می‌شود. لذا در این مثال ۸ قطار با ۳ لکوموتیو حمل شده و از پنج لکوموتیو مشترک استفاده می‌شود.

در شکل ۶، برای قطارهایی که توسط یک لکوموتیو حمل می‌شوند، از الگوی یکسانی استفاده شده است. سپس برای انتخاب جواب بهینه از رابطه (۱۷) یا مجموع وزنی مقادیر نرمال شده توابع هدف استفاده شده است. لازم به ذکر است، وزن توابع هدف زمان و لکوموتیو برابر ۰.۵ انتخاب شده است. به عبارت دیگر ارزش هر دو تابع هدف یکسان فرض می‌شود. وزن‌های مذکور بایستی

شکل ۵)، گراف حرکت قطارها در صورت استفاده از تابع هدف لکوموتیو نشان می دهد.

همان گونه که گراف شکل ۶، نشان می دهد با استفاده از تابع هدف لکوموتیو برای جابه جایی این ۸ قطار از ۳ لکوموتیو استفاده شده است. به عبارت دیگر از ۵ لکوموتیو مشترک برای جابه جایی قطارها استفاده کرده ایم.

در ادامه ۱۴ مساله آزمایشی ارائه و نتایج آنها تحلیل شده است. اطلاعات این مسائل آزمایشی شامل تعداد قطار و ایستگاه به صورت

جدول ۳، آورده شده است. سایر اطلاعات این مسائل مطابق مثال قبل می باشد. روند حل این مسائل نیز مطابق مساله نمونه قبل می باشد. خلاصه ای از نتایج حل این مسائل آزمایشی در جدول ۴، ارائه گردیده است.

جدول ۳. اطلاعات مسائل آزمایشی

تعداد قطارها با توجه به مبدا و مقصد.			تعداد قطار	تعداد ایستگاه	شماره مساله
۱-۱۰	۱-۵	۱-۳			
×	۴	۰	۴	۵	۱
×	۲	۲	۴	۵	۲
×	۶	۰	۶	۵	۳
×	۴	۲	۶	۵	۴
×	۸	۰	۸	۵	۵
×	۶	۲	۸	۵	۶
×	۴	۴	۸	۵	۷
۶	۰	۰	۶	۱۰	۸
۴	۲	۰	۶	۱۰	۹
۲	۲	۲	۶	۱۰	۱۰
۸	۰	۰	۸	۱۰	۱۱
۶	۲	۰	۸	۱۰	۱۲
۴	۴	۰	۸	۱۰	۱۳
۴	۲	۲	۸	۱۰	۱۴

جدول ۴. نتایج حل مسائل آزمایشی

تعداد لکوموتیوهای مشترک	تعداد لکوموتیوهای مورد استفاده	C_{max}		شماره مساله
		با استفاده از تابع هدف لکوموتیو	بدون استفاده از تابع هدف لکوموتیو	
۲	۲	۹۴	۷۰	۱
۲	۲	۶۸	۴۸	۲
۴	۲	۱۴۰	۹۴	۳
۴	۲	۱۱۶	۷۰	۴
۵	۳	۱۴۰	۱۱۶	۵
۵	۳	۱۱۶	۹۴	۶
۵	۳	۹۴	۹۲	۷
۳	۳	۲۳۲	۱۶۴	۸
۴	۲	۲۶۰	۱۴۰	۹
۳	۳	۱۲۸	۱۱۶	۱۰
۵	۳	۳۲۸	۱۸۸	۱۱
۵	۳	۲۶۰	۱۶۴	۱۲
۵	۳	۲۲۲	۱۴۰	۱۳
۵	۳	۲۱۲	۱۴۰	۱۴

کمک الگوریتم فراابتکاری جستجوی تصادفی تطابقی
حریصانه". پژوهش نامه حمل و نقل، سال نهم، شماره سه،
ص. ۲۳۵-۲۵۷.

-یقینی، م.، و لسان، ج.، (۱۳۸۹). "برنامه‌ریزی عملیات حمل
و نقل ریلی"، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، چاپ
اول.

-یقینی، م.، و محمدزاده، ع.، (۱۳۹۰). «یک مدل زمانبندی
حرکت قطارها با در نظر گرفتن زمانهای توقف برای نماز».
نشریه تخصصی مهندسی صنایع، دوره ۴۵، شماره یک،
ص. ۱۰۳-۱۱۶.

-Assad, Arjang A. (1980), "Modeling of rail
networks: toward a routing/makeup model".
Transportation Research Part B:
Methodological, 14(1), pp.101-114.

-Cordeau, Jean-Francois, Toth, Paolo, &
Vigo, Daniele. (1998), "A survey of
optimization models for train routing and
scheduling". Transportation science, 32(4),
pp.380-404.

-D'ariano, Andrea, Pacciarelli, Dario, &
Pranzo, Marco. (2007), "A branch and bound
algorithm for scheduling trains in a railway
network. European Journal of Operational
Research, 183(2)", pp.643-657.

-Ghoseiri, Keivan, Szidarovszky, Ferenc, &
Asgarpour, Mohammad Jawad. (2004),
"A multi-objective train scheduling model
and solution". Transportation Research Part
B: Methodological, 38(10), pp.927-952.

-Higgins, Andrew, Kozan, Erhan, & Ferreira,
Luis. (1996), "Optimal scheduling of trains
on a single line track". Transportation
Research Part B: Methodological, 30(2),
pp.147-161.

-Liu, Shi Qiang, & Kozan, Erhan, (2009),
"Scheduling trains as a blocking parallel-
machine job shop scheduling problem.
Computers & Operations Research, 36(10),
pp. 2840-2852.

همان گونه که نتایج نشان می دهد، با به کارگیری تابع
هدف لکوموتیو می توان با استفاده از لکوموتیوهای مشترک
در مصرف آنها صرفه‌جویی قابل ملاحظه‌ای به عمل آورد.
مشخص است در صورت استفاده از این تابع هدف،
دامنه‌ی عملیات افزایش یافته و تعداد قطارهای اعزام شده
کاهش می‌یابد. با انتخاب وزن مناسب برای توابع هدف زمان
و لکوموتیو، می‌توان به بهترین حالت ممکن دسترسی
پیدا کرد.

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک مدل ریاضی جدید زمانبندی حرکت
قطارها و تخصیص لکوموتیو توسعه داده شد. به منظور
زمانبندی حرکت قطارها از مفاهیم مساله زمانبندی کار
کارگاهی استفاده شده و از تابع هدف کمینه‌سازی طول افق
زمانبندی بهره گرفته شد. سپس با توجه به ماهیت چندهدفه
مسائل راه‌آهن، کمینه کردن تعداد لکوموتیوها به تابع هدف
زمانی مساله افزوده شده و یک مدل ریاضی دوهدفه حاصل
گردید. با استفاده از این توابع هدف می‌توان ضمن افزایش
ظرفیت شبکه ریلی در مصرف لکوموتیوها نیز صرفه‌جویی
به عمل آورد. برای حل مسائل دوهدفه حاصل از روش
تصمیم‌گیری مرز پارتو بهره گرفته شده و برای به دست
آوردن مرز پارتو از روش محدودیت ϵ استفاده گردید. ۱۵
مساله آزمایشی مورد بررسی قرار گرفته و به کمک موتور
حل قدرتمند CPLEX12 حل گردید. نتایج نشان داد با
بهره‌گیری از تابع هدف لکوموتیو می‌توان در مصرف
لکوموتیوهای مورد استفاده صرفه‌جویی قابل توجهی به عمل
آورد. امکان استفاده از لکوموتیوهای مشترک در صورت
یکسان نبودن مبدا و مقصد قطارها با احتساب جریمه و در
نظر نگرفتن فرض یکسان بودن لکوموتیوها به عنوان مطالعات
آتی برای توسعه مدل ارائه شده پیشنهاد می‌گردد.

۷- مراجع

-حسن‌نایی، ع.، و کیانفر، ف.، (۱۳۹۱). "تعیین توالی اعزام
و برنامه توقف قطارها در مسیرهای ریلی دوخطه راه آهن به

-Piu, F, & Speranza, MG. (2013), “The locomotive assignment problem: a survey on optimization models”. International Transactions in Operational Research.

- Szpigel, Bernardo. (1973), “Optimal train scheduling on a single track railway”. Operational Research, 72, pp.343-351.

-Zhou, Xuesong, & Zhong, Ming. (2005), “Bicriteria train scheduling for high-speed passenger railroad planning applications”. European Journal of Operational Research, 167(3), pp.752-771.

-Liu, Shi Qiang, & Kozan, Erhan. (2011), “Scheduling trains with priorities: a no-wait blocking parallel-machine job-shop scheduling model”. Transportation Science, 45(2), pp.175-198.

-Oliveira, Elias, & Smith, Barbara M. (2000), “A job-shop scheduling model for the single-track railway scheduling problem”. Research Report Series-University of Leeds School of Computer Studies.

-Pacciarelli, Dario, & Pranzo, Marco, (2001), “A tabu search algorithm for the railway scheduling problem. Paper presented at the 4th Metaheuristics International Conference-book of abstracts.